# L'OPTIQUE EN SECONDE ANNEE A PC
# LE CONTEXTE, L'ESPRIT ET LA LETTRE

Ce qui nous paraît important pour ce cours c'est qu'il puisse contribuer à donner aux étudiants des outils analytiques et conceptuels qu'ils utiliseront dans des contextes très variés : cursus académique, stage industriel, stage de recherche, vie professionnelle.

## I L'optique à l'ESPCI : quelques exemples

L'optique est largement présente dans les différents laboratoires de l'Ecole, citons :

- Les diverses spectroscopies (UV, visible, infrarouge) qui sont des outils d'analyse pour la chimie.
- Les lasers qui servent à manipuler des cellules en biologie (« pinces optiques » immatérielles), à suivre les mouvements de macromolécules (diffusion de la lumière sur des polymères) ou à engendrer des ultrasons pour le test des matériaux diélectriques.
- Les caméras qui sondent les phénomènes physiques rapides en hydrodynamique, aident à la reconnaissance de formes (rétines artificielles) et mesurent des températures (dans l'infrarouge).
- Les matériaux pour l'optique comme certains polymères ou des molécules de phtalocyamine qui changent la couleur du rayonnement (effets non linéaires), ions dopant les matériaux pour lasers solides, etc.…
- Les nouvelles méthodes d'imagerie et de microscopie pour les tissus biologiques.

Si le regard des étudiants pouvait s'arrêter sur ces expériences très variées, s'ils se sentaient capables de les comprendre, de les expliquer, de les critiquer, de les perfectionner, nous aurions atteint notre but.

## II L'optique dans la vie courante

De la photographie à la télécommande de la télévision en passant par le lecteur de CD et le câble de France Telecom, il y a beaucoup d'optique autour de nous. Le fait que de nombreux systèmes soient intégrés, emboîtés, scellés, donc plus ou moins inaccessibles ne doit pas faire renoncer à comprendre leur fonctionnement.

Le texte ci-joint (issu d'un rapport de perspective promettant à l'optique un rôle encore accru au 21$^{ème}$ siècle), même s'il est un peu artificiel, vous fera toucher du doigt quelques unes des intrusions du domaine de l'optique dans notre entourage immédiat.

Enfin il ne faut pas négliger de prêter attention à certaines nouvelles véhiculées par les média, de la réparation du télescope spatial à l'interdiction des caméras SONY avec capteur infrarouge qui « voient » sous les vêtements, elles permettent de s'informer, de se poser la question du pourquoi et du comment.

## Pour ceux qui ne pensent « qu'à ça » :quelques mots sur l'examen

Les thèmes d'actualité scientifique tels que les décrivent les journaux et revues destinés à un large public comme La recherche, Images de la Physique

(CNRS), Pour la Science, Science et Vie, Science et Avenir, etc…constituent une source quasi inépuisable de sujets pour les textes à commenter ou les problèmes que l'on pose.Les émissions scientifiques (Archimède par exemple) sont également une source d'inspiration.
Enfin beaucoup de choses se trouvent simplement à la portée du consommateur moyen : à la FNAC, chez DARTY, CARREFOUR, etc… là où on peut voir et toucher.Ouvrez donc les yeux sur ce qui est nouveau et utilise l'optique.
*Enfin notez l'exposition de physique avec le salon Opto et la salon de la Physique à ne pas manquer*

## III L'optique des records

Dans les exemples précédents il a été souvent fait allusion au « LASER » et à son importance croissante dans le domaine « grand public ».
Cette source de lumière aux propriétés remarquables a permis dans de très nombreux domaines de dépasser de plusieurs ordres de grandeur les performances des systèmes existants. Citons quelques exemples encore « exotiques » mais dont certains concernent déjà notre environnement quotidien :

### 1) DOMAINE METROLOGIQUES : PRECISION ABSOLUE

En utilisant des sources très « cohérentes » (c'est à dire dont les trains d'onde s'étendent sur des distances très grandes : du mètre à plusieurs milliers de kilomètres, où, ce qui est équivalent par transformation de Fourier, dont la fréquence est très bien définie) on arrive à mesurer de façon absolue :

- a) Des distances (par exemple en comptant les franges à la sortie d'un interféromètre de Michelson dont un miroir se déplace). On arrive à mesurer quelques nm sur des km.

- b) Des fréquences (on fait battre le champ électromagnétique issu du laser, vers $10^{15}$Hz, avec des harmoniques élevés de sources hyperfréquences dans le domaine des 100 GHz). On atteint une précision bien inférieure au Hz.

- c) Connaissant les longueurs d'ondes et les fréquences on peut calculer la vitesse de la lumière. Compte tenu des précisions des mesures ci-dessus, on réalise que la précision sur $c$ dépasse celle sur le mètre étalon, d'où la nouvelle définition du mètre (distance parcourue par la lumière en 1/299792500s) ce qui n'est pas sans poser de problème à certains astrophysiciens…
  Et bien sûr de nouveaux étalons de fréquence (le choix n'est pas encore fait, différents lasers sont en compétition).
  Vers l'an 2000 de nouvelles propriétés des lasers à impulsions très courtes que nous verrons à la fin du cours ouvrent des perspectives uniques pour la mesure du temps (précision $10^{-18}$).

- d) Les vitesses linéaires et angulaires. Elles peuvent être également mesurées (qq nm/s) par mesure du décalage Doppler lorsqu'on envoie un laser sur une source en mouvement, et (qq $10^{-9}$rd/s) avec des gyrolasers qui équipent maintenant avions, fusées et sous-marins à la place des gyromètres mécaniques.

### 2 METROLOGIE – PRECISION RELATIVE

Poussées à leur limite (qui est celle de la physique statistique), ces performances atteignent des chiffres impressionnants. A titre d'exemple, dans le cadre du projet VIRGO (détection optique des ondes gravitationnelles) auquel participe le Laboratoire d'Optique, on vise une

précision relative de qq $10^{-21}$ ($10^{-19}$m sur 3km). D'autres exemples, concernent l'Ecole par exemple la détection d'ultrasons par lasers au laboratoire d'ondes et acoustiques (on mesure des déplacements de surface de $10^{-15}$m avec un interféromètre), la mesure de rugosité d'une surface ($10^{-12}$m en optique), etc…
N'oublions pas les machines-outils pilotées par laser (précision nanométrique du déplacement de l'outil).
Dans toutes ces mesures nous avons tiré profit de la cohérence temporelle des lasers.

N'oublions pas que les lasers sont aussi cohérents spatialement (cf. cours d'Optique I), ce qui veut dire que nous pouvons les focaliser sur des dimensions de l'ordre de la longueur d'onde.
Les lasers peuvent fonctionner comme des sources continues (comme une lampe de poche) ou impulsionnelles (comme un flash).

## 3) LES LASERS ET LEURS APPLICATIONS

### a) Puissances

Typiquement qq KW moyens pour les plus puissants : c'est peu par rapport à d'autres sources d'énergie (ex. un radiateur, un projecteur pour éclairer un stade, etc…) mais on peut obtenir de très grandes densités de puissance en focalisant le faisceau.
On peut donc percer, découper, souder des métaux avec des lasers.

### b) Energies

Là encore, si on excepte les projets de type « Mégajoule », les énergies dépassent rarement quelques centaines de joules.

### c) Durées des impulsions

qq fs (le record est de 4 $10^{-15}$s « 2 cycles lasers »), ps ($10^{-12}$s), ns ($10^{-9}$s) selon le type de lasers. Les puissances « crêtes » sont alors de ~$10^{14}$W. Les champs électriques correspondants sont tels que la matière ne se comporte plus de façon linéaire…
Remarquons au passage qu'aucun dispositif de mesure électronique ne peut suivre des durées d'impulsion si courtes (les transistors les plus rapides répondent en $10^{-12}$s). Il faut donc utiliser des moyens purement optiques (que nous verrons plus loin).
Revenons aux *performances records,* on y trouve :

### d) Les températures :

- les plus élevées, de quelques millions de degrés pour la fusion thermonucléaire ;
- les plus basses grâce au refroidissement par laser qui permet d'atteindre le micro Kelvin (cf. le prix Nobel 97 de Claude Cohen-Tannoudji).

### e) - La densité de stockage d'information :

- sur un CD musical, un CD Rom ou un DVD (stockage 2D) on a des bits d'information dont la taille est celle d'un spot laser focalisé soit $\approx 1\,\mu m \approx$ la longueur d'onde. On peut donc atteindre qq $10^7$bit/cm$^2$ (rappelons qu'une image couleur non comprimée $\approx 10^7$bit)
- lorsque le stockage 3D sera réalisé, on pourra stocker $10^{10}$ à $10^{12}$bit/cm$^3$.

### f) La transmission de l'information :

- Télécommunications optiques par fibres près de 1000G bit/s en 2002.
- Cryptographie quantiques (code inviolable).

Enfin, bien que l'ordinateur optique n'ait pas encore connu de développements commerciaux importants, il faut souligner le caractère massivement parallèle du traitement optique des signaux (on peut utiliser des matrices de sources et des matrices de détecteurs avec qq $10^6$ éléments).

LE PLAN DU COURS

Optique I correspond à l'étude des phénomènes lumineux et les instruments les plus classiques.
Optique II couvre diverses aspects de l'interaction de la lumière avec la matière.

La succession des chapitres correspond au modèle physique que nous utiliserons pour décrire la lumière :

L'Optique Géométrique ne fait aucune hypothèse quant à la nature de la lumière mais utilise des lois (Descartes/Snell) ou un principe (Fermat) pour rendre compte des phénomènes de propagation (à travers l'atmosphère ou un système de lentilles).

L'Optique Ondulatoire classique (non quantique) que nous aborderons en deux étapes :

- L'approche scalaire (on oublie le caractère vectoriel du champ électromagnétique et les conditions aux limites associées aux différents composantes du champ) pour laquelle la variable de champ est une quantité scalaire.
- L'approche vectorielle, directement dérivée des équations de Maxwell et que nous appliquerons à des problèmes nouveaux (interfaces, milieux anisotropes, milieux non linéaires…).

L'Optique Quantique. Là encore, deux étapes doivent être distinguées :

- L'approche semi-classique (on suppose la matière quantifiée, par exemple un atome, mais le champ électromagnétique reste classique).
- L'électrodynamique quantique (aujourd'hui sans doute la théorie la plus précise dans ses prédictions) (q.e.d.) où champ et matière sont quantifiés. Nous ne parlerons de cette théorie que pour souligner les lacunes de l'approche semi-classique et l'importance du « vide de champ ».

Pour l'examen nous listons les points qui nous emblent importants et séparerons les *concepts* dont les étudiants devront connaître l'origine, des *applications* qui représentent l'aspect « pratique » de l'utilisation des connaissances acquises. A l'examen, les étudiants devront répondre à de brèves questions en rapport direct avec les principaux points du cours (~1h). Une seconde partie de l'examen ~3h (sera de type déductif (trouver une solution dans un cadre d'hypothèses) ou analytique (questions du type de celles posées en préceptorat : extraction et analyse d'une information contenue dans un texte court).

**Optique I**

| Concepts | Applications |
|---|---|
| 1 OPTIQUE GEOMETRIQUE | |
| - Principe de Fermat.<br><br>- Stigmatisme : raisons de l'absence de stigmatisme.<br>- Optique de Gauss. | - Propagation dans un milieu d'indice variable.<br>- Savoir en déduire les paramètres qui dégradent la qualité de l'image.<br>- Constructions géométriques simples. |

## 2 PHOTOMETRIE

| | |
|---|---|
| - Grandeurs « énergétiques » et visuelles | - Calculer le flux à travers un instrument et l'éclairement d'une surface. |

## 3 INTERFERENCES

| | |
|---|---|
| - Cohérence spatiale et temporelle : interféromètres à 2 ondes.<br><br>- Finesse des franges et pouvoir de résolution. | - Calcul du contraste des franges<br>- Influence de la durée de la mesure.<br>- Principe de quelques interféromètres.<br>- Spectroscopie par Transformée de Fourier.<br>- Interférence à ondes multiples. |

## 4 DIFFRACTION

| | |
|---|---|
| - Champ diffracté à « grande distance ». Transformation de Fourier. | - Expression de la diffraction à l'infini dans quelques cas simples.<br>- Réseaux : utilisation, résolution. |

## 5 RELATIONS OBJET-IMAGE

| | |
|---|---|
| - L'instrument d'Optique est un filtre des fréquences spatiales.<br><br>- La relation O-I est fonction de la cohérence de l'éclairage. | - Evolution de l'image d'une mire périodique en fonction de défauts de l'instrument.<br>- Montage cohérent pour filtrage des images. |

## 6 HOLOGRAPHE

| | |
|---|---|
| - L'enregistrement de la phase de l'onde est possible bien que le détecteur soit sensible à l'éclairement.<br>- Analogie entre hologramme et réseau. | - Applications à l'interférométrie.<br><br>- Hologrammes de Fourier : reconnaissance des formes. |

# **Optique II**

## 7 DETECTEURS

| | |
|---|---|
| - Bruits de photons et bruits thermiques. Aspects « quantique » ou « thermique » de la détection du rayonnement | - Evaluation pour un détecteur spécifique, de la limite de bruit pour un niveau de flux donné et un temps de mesure (ou une bande passante de filtre) donné. |

## 8 MILIEUX ISOTROPES

| | |
|---|---|
| - Importance du vecteur champ électrique dans l'interaction Onde-Matière.<br><br>- Milieux diélectriques et métalliques. Champs transmis et réfléchis. | - Polarisation par réflexion.<br>- Couches minces.<br><br>- Couplages par ondes évanescentes. |

| | |
|---|---|
| - Ondes évanescentes.<br>- Absorption et dispersion. | - Allure des courbes d'indice et d'absorption. |

## 9 MILIEUX ANISOTROPES

| | |
|---|---|
| - Anisotropie de la polarisabilité linéaire. Conséquences pour la propagation des ondes (Rayons et vecteurs d'onde). | - Savoir se servir de l'ellipsoïde et de la surface des indices pour caractériser la propagation, la réfraction… dans les milieux anisotropes principalement uniaxes. |

## 10 POLARISATION

| | |
|---|---|
| - Les phénomènes présentés par les lames minces biréfringentes (couleurs…) et plus généralement les interférences en lumière polarisée sont de même nature que les interférences classiques (par division de l'onde source) et on peut y retrouver les concepts de cohérence, contraste. | - Savoir évaluer un état de polarisation à l'émergence de systèmes simples ($\lambda/4$ :$\lambda/2$…)<br><br>- Connaître le principe de fonctionnement de quelques dispositifs à polarisation simples (Polariscopes, compensateurs). |

## 11 PHENOMENES INDUITS – MODULATION

| | |
|---|---|
| - Baisse de symétrie induite par une perturbation extérieure : Anisotropie nouvelle.<br>- Caractère « tensoriel » de certains effets.<br><br>- Influence de l'effet Doppler sur la fréquence des ondes diffractées dans un modulateur acousto-optique. | - Ordre de grandeur des effets induits et des temps de réponse.<br>- Utilisation, en raison de ses nombreuses applications, de l'effet électro-optique linéaire pour moduler la lumière.<br>- Modulation HF de la lumière. |

## 12 OPTIQUE NON LINEAIRE

| | |
|---|---|
| - Réponse non linéaire d'un dipôle atomique lorsque le déplacement de l'électron n'est plus négligeable devant $a_o$.<br>- L'accord de phase entre les ondes à $\omega$ et $2\omega$ est un phénomène d'interférence. | - Longueur de cohérence.<br>- Réalisation pratique de l'accord de phase dans un milieu anisotrope donné.<br>- Localisation des vecteurs caractéristiques de l'onde. |

## 13 INTERACTION MATIERE-RAYONNEMENT

| | |
|---|---|
| - Origine des principaux types d'interaction (dipolaire, électrique, magnétique, quadrupolaire…).<br>- Absorption, émission stimulée, spontanée. | - Probabilité de transition. Règles de sélection.<br><br>- Limite de l'approche semi-classique. |

## 14 LARGEUR DE RAIE – EMISSION « LASER »

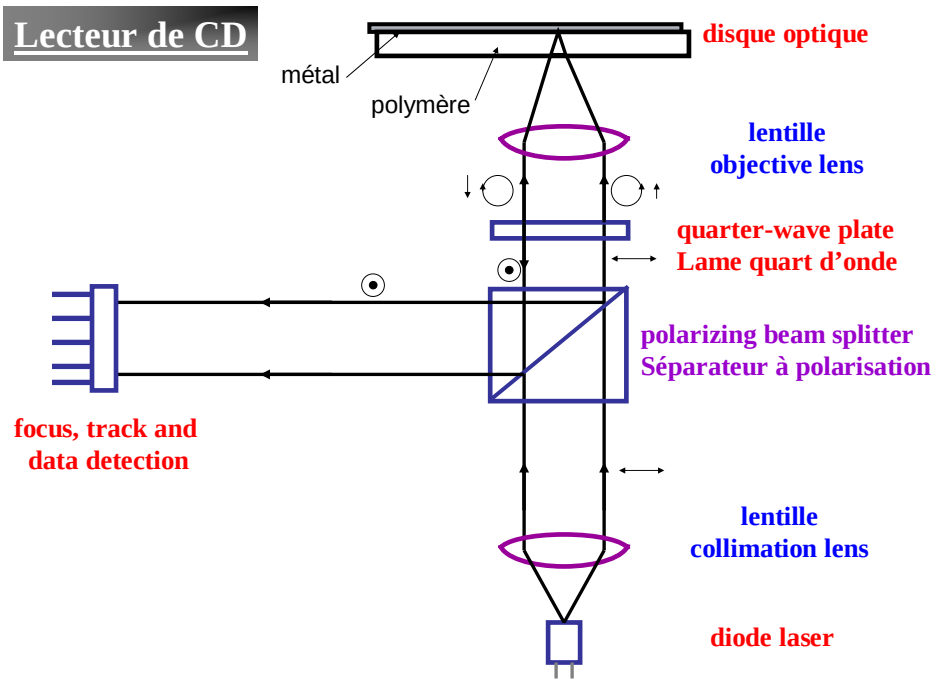
| | |
|---|---|
| - Excitation et relaxation des systèmes quantifiés.<br>- Elargissement homogène et inhomogène.<br>- Notion de gain. Lasers.<br>- Oscillation – Modes des lasers. | - Fonctionnement des principaux types de laser.<br>- Sélection d'une classe de centres dans la largeur inhomogène.<br>- Quelques applications des lasers. |

| | |
|---|---|
| - Dynamique de l'oscillation laser. | |

Pourquoi ce choix de thèmes pour construire un enseignement de base en optique ?

Ce cours est classique par son contenu. Il a pour objectif principal de vous aider dans votre métier d'ingénieur (déjà dans le cadre du stage de début de 3ème année, beaucoup d'entre vous seront confrontés à des problèmes touchant à l'optique). Plutôt que de longs discours sur l'intérêt des notions que vous devez acquérir, discutons d'un exemple simple que nous avons déjà mentionné : le lecteur de CD. Un schéma de principe qui ne décrit que la fonction lecture est représenté sur la figure (a) ci-jointe : un laser crée un spot sur le disque plastique métallisé, si ce spot tombe sur une zone non réflective très peu de lumière sera réfléchie vers le détecteur (ce sera par exemple le niveau « bas » ou 0) au contraire dans d'autres zones une grande partie de l'énergie incidente peut-être réfléchie ( et donnera le niveau « haut » ou 1).
Ce schéma partiel fait déjà appel à un large ensemble de notions abordées dans les différents chapitres du cours.

- L'objectif, la lentille de collimation et la lame de polymère ont une action sur la qualité de la focalisation (ch 1).
- La mesure du flux réfléchi et les performances du détecteur (ch 2 et ch 7).
- La tâche de focalisation est limitée par la diffraction (ch 4) et le contraste (0-1) sera calculé au (ch 5).
- La valeur des coefficients de réflexion du métal et du polymère (ch 8).
- Les effets de polarisation (séparateur et lame $\lambda/4$) (ch 10) et (ch 11).
- Le laser (ch 14).
- Pour cet exemple il faut ajouter les interférences (ch 3) qui jouent pour céer le signal bas, les effets induits sur la polarisation (ch 13) (qui jouent un les lecteur magnéto-optiques que nous n'avons pas discuté) et la physique de l'émission lumineuse (ch13).



# Ch. I - OPTIQUE GEOMETRIQUE :
# INTERFACES ET MILIEUX A GRADIENT D'INDICE

Objectifs de ce chapitre :

En vous rappelant les notions qui permettent de connaître la trajectoire des rayons lumineux à travers quelques systèmes simples (miroirs, interfaces) ou plus complexes (milieux d'indice variable), nous pouvons déjà parler de quelques phénomènes « naturels » d'observation courante (Les Mirages, Les Ondes radio dans l'atmosphère…) mais aussi de composants optiques récents comme les fibres ou les lentilles « à gradient d'indice » qui sont en train de changer le mode de fabrication et le montage des pièces optiques que nous connaissions (lentilles avec des faces courbes).
Conceptuellement le principe de Fermat est aussi très riche et peut servir de base pour discuter quelques points de physique classique (analogie avec le principe de moindre action de Maupertuis) ou quantique (influence des trajectoires virtuelles des photons).

*Au cours de ce chapitre on « oublie » la nature ondulatoire(électromagnétisme) et le caractère quantique de la lumière (photons) et on se préoccupe seulement du comportement de la lumière.*

## Les lois

Ce sont celles de Descartes et de Snell (vers 1620) :

- La lumière se propage de façon rectiligne dans un milieu homogène.
- Le rayon incident, la normale et le rayon réfléchi sont dans un même plan et $\boxed{n_i = \frac{c}{v_i}}$.
- Le rayon incident, la normale et le rayon réfracté sont dans un même plan et $\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$ (avec $n_i = \frac{c}{v_i}$, $v_i$ vitesse [de phase] de la lumière dans les différents milieux).

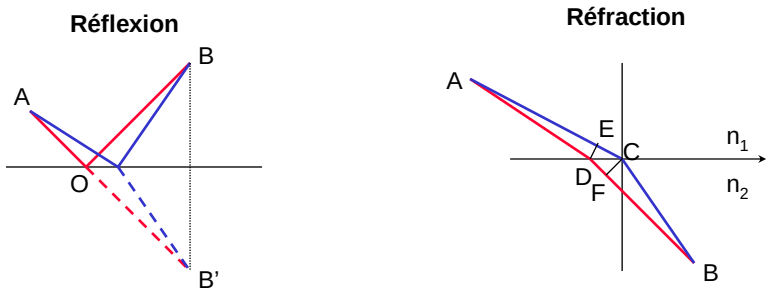
Rq : 1) Sans aller plus loin vous pouvez « découper » un milieu complexe, hétérogène, en tranches minces pour lesquelles ces relations s'appliquent et « intégrer » le résultat (numériquement par exemple) pour avoir la trajectoire des rayons.
De la même façon vous pouvez suivre un ensemble de rayons à travers une suite de lentilles de formes données…

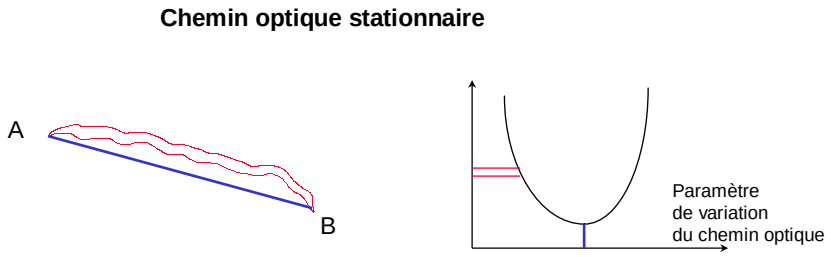
2) L'astronome grec Ptolémée (140 AC) avait établi expérimentalement ces lois avec une précision « raisonnable » mais il ne connaissait pas encore les fonctions trigonométriques pour exprimer analytiquement les lois de la réfraction.

### a) Le principe de Fermat

En 1650 Fermat énonce le principe suivant :

*Parmi tous les chemins possibles pour aller d'un point à un autre la lumière choisit le plus court en temps.*




1) Exemple : de A→B en passant par un miroir : <u>Réflexion</u>. (figure ci-dessus)

- Soit un chemin (ADB). Si B' est sym. de B par rapport au plan du miroir. (ADB) = (ADB').
Donc le chemin le plus court est celui qui correspond au point C : ACB' soient alignés.
Les angles marqués étant égaux on retrouve la loi de la réflexion.

2) De A → B en passant par un dioptre plan : <u>Réfraction</u>. (figure ci-dessus)
(Remarque « historique » : Les grecs pensaient que c'était la distance qui devait être minimum ce qui est faux ici mais rend compte de la réflexion).

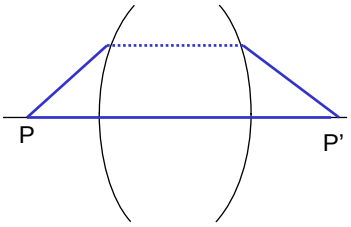
- Soit (ACB) le chemin optique minimum et (ADB) un chemin voisin. Si DC est un $\infty$ petit il n'y a pas de changement du chemin optique au second ordre près au moins.

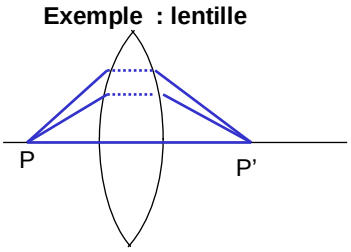
Donc (EC)=(DF) $\quad n_1 \ DC\cos\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) = n_2 \ DC\cos\left(\frac{\pi}{2} - i_2\right)$

Soit $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

<u>Remarque</u> :

1) De façon plus précise le principe de Fermat s'énonce ainsi : « La lumière emprunte un chemin tel que l'intégrale représentant le chemin optique soit <u>stationnaire</u> (chemin optique $L = \int_A^B n ds$, s abscisse curviligne) ».
2) Le chemin optique un extremum (maximum ou minimum). (figure ci-dessous)
3) Ce résultat est prévisible si on introduit le caractère ondulatoire de la lumière (figure ci-dessus) : à chaque chemin non stationnaire on pourrait associer un chemin voisin différent de $\lambda/2$, c'est à dire en opposition de phase → contribution nulle de tels chemins (virtuels importants en électrodynamique quantique).



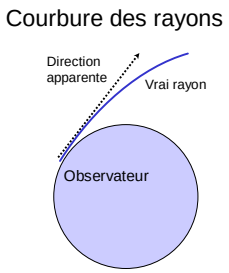




b) <u>Applications du Principe de Fermat</u>

- Retour inverse : si (AB) est un extremum (BA) l'est aussi.
- Coucher de soleil. En fait le soleil qui nous paraît à l'horizon est déjà au-delà de l'horizon car l'atmosphère est de moins en moins dense quand on s'élève .
- Mirage dans les déserts et sur les routes.
- Ondes Radio dans la haute atmosphère (on peut capter tous les points du globe en ondes courtes ~ qq 10 m)
- <u>Système Optique en général</u>. (figure ci-dessus)

Si on a un système qui est capable de collecter la lumière émise par P et de la focaliser en P', elle peut aller en ligne droite au centre. Tous les autres trajets doivent également avoir même chemin sans cela la lumière n'en choisirait qu'un seul.
Exemple : une lentille convergente.
Comme la lumière va moins vite dans le verre, il y a compensation entre le rayon direct PP' et ceux plus inclinés qui traversent moins de verre.

Ondes Radio : à 100 km d'altitude l'air est ionisé ( par les U.V…) et la vitesse des ondes courtes est >c et variable.
→ Courbure, réflexion au sol et possibilité de faire le tour de la terre. (figure ci-dessous)



Expression analytique du principe de Fermat

C'est un outil pas toujours facile à intégrer analytiquement (nous verrons quelques cas simples où cela est possible) mais qui peut s'intégrer numériquement pour calculer la trajectoire des rayons dans des milieux dont l'indice n'est pas constant.

Rappel (Démonstration dans les livres de Taupe ou de Deug. Ex : Perez, Optique, Masson ed. p 172 Masson, mais seul le résultat nous intéresse ici).

Pour un rayon lumineux on a une trajectoire régie par l'équation différentielle :

$$\boxed{\frac{d}{ds}\left(n\vec{u}\right) = \overrightarrow{\text{grad}}\, n} \qquad (1)$$

où s est l'abscisse curviligne et n l'indice et $\vec{u}$ le vecteur unitaire tangent à la trajectoire $\left(\vec{u} = \frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds}\right)$. Si $\vec{N}$ est le vecteur unitaire porté par la normale principale à la trajectoire

$$\text{on} \quad \frac{d\left(n\vec{u}\right)}{ds} = n\frac{d\vec{u}}{ds} + \frac{dn}{ds}\vec{u} \quad \text{soit} \quad n\frac{\vec{N}}{R} + \frac{dn}{ds}\vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}}\, n\,. \qquad (2)$$

Utilisation de l'expression analytique du principe de Fermat :

(1) Propagation rectiligne dans un milieu homogène et isotrope $\vec{\nabla} n = 0 \quad \frac{dn}{ds} = 0 \Rightarrow \frac{n}{R} = 0 \Rightarrow R \to \infty$. Les trajectoires sont rectilignes.

(2) Propagation dans un milieu non homogène. Supposons que le plan de figure soit un plan de symétrie.

En x (2) par $\vec{N}$ : $\vec{N}\vec{\nabla} n - \vec{T}\vec{N}\frac{dn}{ds} - n\frac{\vec{N}\vec{N}}{R} = 0$

$$\frac{dn}{dN} - 0 - \frac{n}{R} = 0$$

(dérivée de l'indice dans la direction $\perp$ à la trajectoire)

$$\frac{dn}{dN} = \frac{n}{R}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{dn}{ndN} = \frac{d\left(\log n\right)}{dN}$$

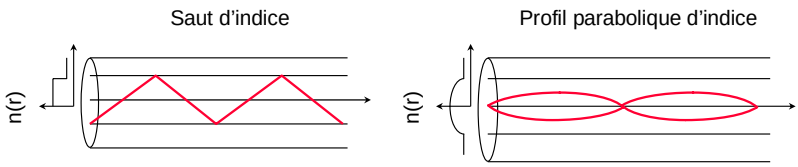
Calcul de la courbure des rayons : Effet Mirage :

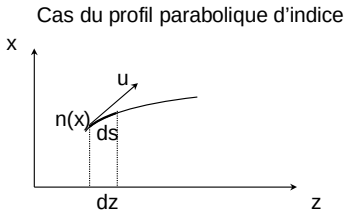
$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dT}{T}, \quad \frac{n\text{-}1}{\rho} = ct^{e}$$

$$\frac{dn}{n-1} = -\frac{dT}{T}, \quad \frac{1}{n\text{-}1}\frac{dn}{dh} = -\frac{1}{T}\frac{dT}{dh} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1-n}{nT}\frac{dT}{dh}$$

où h désigne l'altitude.

Dans un désert en plein soleil : dT/dh~1°/cm, (n-1)~3 $10^{-4}$, d'où R~10 km. Cela nous donne l'échelle des phénomènes observables.




(3) <u>Lentilles et fibres optiques à gradient d'indice. :Cas du profil Parabolique d'indice</u>.

$n(r) = n_0\left(1-\alpha r^2\right) \quad n_0 = 1{,}5 \quad \alpha = 10\,\text{cm}^{-2}$

- Approximation « paraxiale » $ds \approx dz$ . (figure ci-dessus)
- Symétrie de révolution $\rightarrow$ on regarde le plan de section x0z : $n(x) = n_0\left(1-\alpha x^2\right)$

On projette $\frac{d}{ds}\left(n\vec{u}\right) = \overrightarrow{\text{grad}}\, n$ sur ox : $\frac{d}{dz}\left(n\frac{dx}{dz}\right) = \frac{dn}{dx} = -2\alpha x n_0$

soit au second ordre près en x : $\frac{d^2x}{dz^2} + 2\alpha x = 0$

Les solutions sont la forme: $x(z) = A\cos\sqrt{2\alpha}z + B\sin\sqrt{2\alpha}z$

On a les conditions initiales en z=0 A=$x_0$ B=$\frac{x'_0}{\sqrt{2\alpha}}$ (position et pente du rayon).

$$\begin{cases} x'(z) = -\sqrt{2\alpha}x_0\sin\left(\sqrt{2\alpha}z\right) + \frac{x'_0}{\sqrt{2\alpha}}\cos\left(\sqrt{2\alpha}z\right) \\ x(z) = x_0\cos\sqrt{2\alpha z + \frac{x'_0}{2\alpha}\sin\left(\sqrt{2\alpha}z\right)} \end{cases}$$

Pour retrouver l'image du point (z=0, x=$x_0$) il faut avoir x(z)=ct$^e$ $\underline{\underline{\forall x'_0}}$

$\Rightarrow \sin\sqrt{2\alpha}z = 0 \quad z = \frac{k\pi}{\sqrt{2\alpha}} \approx 7_{mm} * k$ et $x(z) = \pm x_0$ (grandissement $\mp 1$)

- Ces lentilles ont une forme cylindrique, il est donc très facile de les monter, de les centrer, etc… à la différence d'une lentille concave à bord mince.
- Les fibres à gradient d'indice présentent, en terme d'information, de gros avantages par rapport à des fibres à « saut » d'indice. Dans une fibre à saut d'indice la dispersion de chemins optiques (donc des temps de parcours) entre un rayon qui va « tout droit » et un rayon qui correspond à l'angle de réflexion « limite » $i_\ell\left(\sin i_\ell = i_\ell = {n_{gaine}}/{n_{coeur}}\right)$ peuvent atteindre quelques %. Sur 20 km avec un indice $n_{gaine} \approx 1{,}5$ cela fait quelques $10^{-6}$s de fluctuation de temps de transit entre l'entrée et la sortie de la fibre : c'est inacceptable pour passer une émission TV par exemple qui requiert quelques MHz en bande passante.
- Dans une fibre à gradient d'indice, comme on trouve périodiquement l'image de chaque point de l'entrée, la dispersion du temps de transit est nulle d'après le principe de Fermat (en pratique on gagne deux à trois ordres de grandeur).

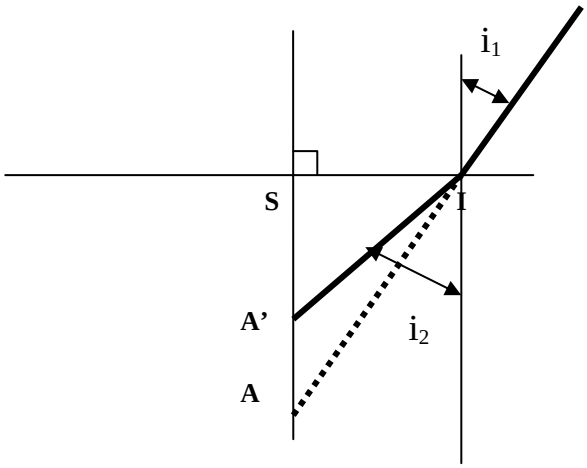
Ch. I - OPTIQUE GEOMETRIQUE :
B - LA QUALITE DES IMAGES ET LE STIGMATISME

Objectif de ce chapitre

Les lois de l'optique géométrique sont très simples. Cependant appliquées à la formation d'une image (en suivant un rayon à partir d'une source en A vers un écran ou un détecteur en A') elles conduisent presque toujours à l'observation d'aberrations. L'image d'un point n'est plus un point mais une tache plus ou moins grosse.

Quels sont les critères simples qui peuvent nous assurer de « bonnes images » ? Y-a-t-il des systèmes optiques simples et « parfaits » ? Le but de ce chapitre est aussi de vous donner quelques réflexes et quelques ordres de grandeur et de vous rappeler qu'il n'y a pas d'obstacle à la fabrication de surfaces optiques complexes si besoin est.

Observons quelques systèmes simples




a) Un dioptre plan

C'est le cas d'un objet que vous regardez dans l'eau (calme). Nous allons suivre tous les rayons issus d'un point A de l'objet ; ce que nous souhaitons c'est qu'ils nous paraissent tous venir d'un point A' image de A à travers le dioptre plan. On peut écrire :

$$\overline{SA'} = IS\ \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - i_2\right) \qquad \overline{SA} = IS\ \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) \qquad \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\mathrm{tg}\, i_1}{\mathrm{tg}\, i_2}$$

Or c'est le rapport $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} = ct^e$ d'après la loi de Descartes. Donc la position de A' varie avec l'incidence $\Rightarrow$ Pas de stigmatisme $\overline{SA'}/\overline{SA} = n_2 \cos i_2 / n_1 \cos i_1$.

Sauf $\overline{SA} = 0$ (surface) $\qquad \overline{SA} \to \infty$ objet à l'$\infty$ ($i_1$ et $i_2$ ct).

Conclusions ?

- On voit donc que pour les angles d'incidence faible on ne va pas trop abîmer l'image (tant que le sinus et la tangente seront voisins) puis aux angles plus importants la situation va vite (c'est à dire de façon fortement non linéaire) se dégrader (en même temps que le sinus et la tangente vont différer).
- On peut aussi se demander pourquoi l'image paraît si bonne lorsqu'on regarde depuis la rive un objet sous l'eau : c'est que la petite taille de la pupille de l'œil et la distance à la surface vont fortement limiter les angles d'incidence sur le dioptre.

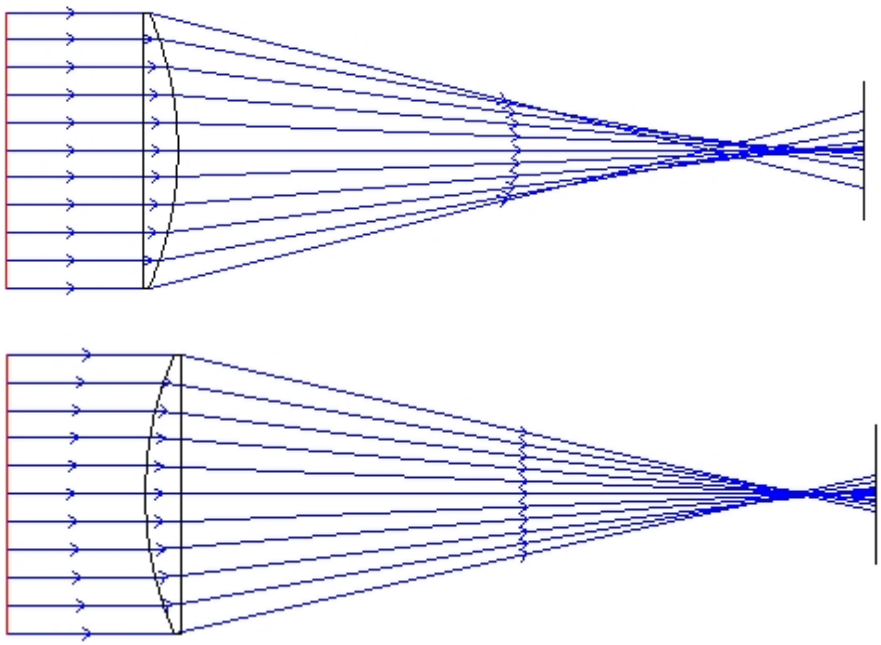
- Retenez donc qu'un système aussi simple que le dioptre plan (ou la lame à face parallèle) dégrade la qualité des images (on dit n'est pas stigmatique) si l'objet n'est pas à l'infini ou sur le dioptre.
  Conséquences (à voir à l'Ecole lors des TP) :
- En biologie, une préparation est souvent placée entre une lame de verre $(e \approx 1mm)$ et une lamelle $(e \approx 0{,}15mm)$. L'influence de cette dernière doit être corrigée pour l'objectif d'observation. Cette correction n'existera par pour un objectif métallographique qui permet de voir directement les « grains » des aciers attaqués chimiquement.

- Suggestion : Regardez à travers un prisme collé sur l'œil, notez la déformation des objets. Pourquoi est-ce meilleur lorsque le prisme est au « minimum de déviation ? » (stationnarité) ou lorsque le prisme a un petit angle (dans ce dernier cas on a : D=(n-1) A=ct$^e$, A= angle de prisme, D=déviation).

b) Une lentille et un objectif.

Le tracé des rayons a été fait avec un programme qui applique simplement les lois de Descartes.

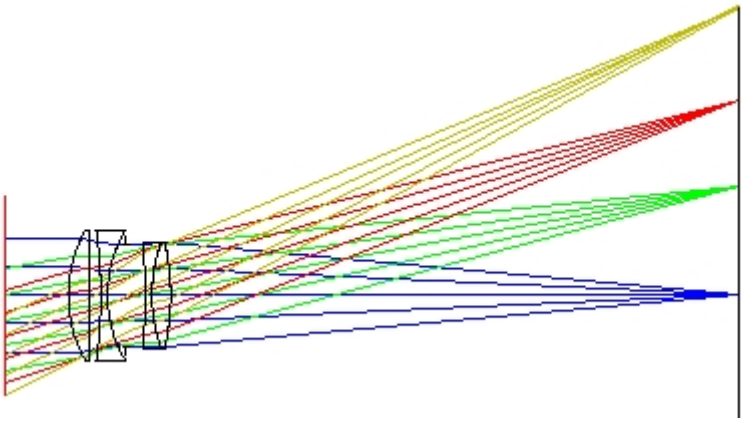
Avec la <u>lentille</u> plan-convexe on constate (figure ci-dessous) :



- Que les rayons s'écartent rapidement du foyer « paraxial ».
- Que la situation où la lentille a sa face bombée vers la lumière parallèle est plus favorable.

Cette différence s'explique encore une fois à cause du caractère très « non linéaire » des aberrations (typiquement ici la tache varie comme la hauteur au cube puis à la puissance 5…). Dans le cas a, le premier angle d'incidence est 0 et le second est très grand ~$i_{max}$. Dans le second cas les 2 angles dans le verre valent ~$i_{max}/2$ et les abberations se trouvent ainsi fortement réduites $\left(\sim 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4}\right)$.

Avec <u>l'objectif photographique</u> (Tessard Zeiss : figure ci-dessous) ici composé de 3 éléments (une lentille plan-convexe, une lentille biconcave et un doublet composé d'une lentille biconvexe collée à une lentille plan-convexe) on voit que les choses s'améliorent considérablement.



Pour des points à l'infini sur l'axe ou inclinés par rapport à l'axe, il n'est pas possible de voir les aberrations à l'échelle de cette figure et les épaisseurs des traits (peut-être les verrions nous avec un film photographique dont le « grain » est de 20 µm environ).
En se donnant du mal (ici en multipliant les composants, donc le prix) on arrive à concevoir (aujourd'hui par des méthodes numériques) et à réaliser des systèmes de « bonne qualité ». Notons qu'un objectif photo zoom (à focale variable) utilise une quinzaine de lentilles et un bon objectif de microscope une dizaine.

## Systèmes parfaits (pour 2 points). Quelques exemples de stigmatisme

Définition : Un système optique qui possède un couple de point (A et A') image l'un de l'autre est stigmatique. A et A' peuvent être à distance finie ou à l'infini.
D'après le principe de Fermat, tous les chemins optiques pour aller de A vers A' sont égaux. Comme un point source émet une onde sphérique (ou une onde plane lorsqu'il est à l'infini), la condition de stigmatisme devient pour les surfaces d'onde :

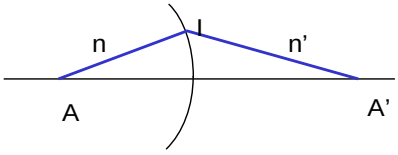
- Une sphère (centrée sur A) $\leftrightarrow$ Une sphère (centrée sur A').
- Une sphère $\leftrightarrow$ un plan (objet ou image à l'infini).
- Un plan $\leftrightarrow$ un plan (objet et image à l'infini, système afocal).

## Exemples de systèmes stigmatiques

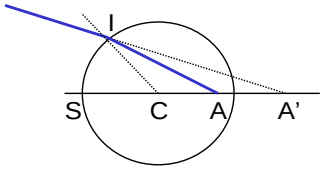
On va chercher des systèmes basés sur la réfraction (dioptres) ou sur la réflexion (miroirs) qui sont stigmatiques.

a) Dioptres (AA')= $n\overline{AI} + n'\overline{IA'} = ct^e$
Ces surfaces de révolution autour de l'axe AA' donnent des « ovales de Descartes » dans un plan de section. Longtemps considérées comme des objets exotiques, ces surfaces asphériques peuvent être réalisées avec une très grande précision avec des machines à commande numérique dont l'outil est un diamant contrôlé en position par un système interférométrique (cf. chapitre d'introduction).
Grâce à un très bon contrôle des matériaux polymères on peut aussi réaliser des surfaces asphériques de très bonne qualité par moulage (c'est le cas des appareils Kodak compacts par exemple).
Dans le cas où la constante est nulle IA/IA'=n/n', le lieu des points I dont le rapport des distances à deux points fixes (A et A') est constant est une sphère (figure ci-dessous) .

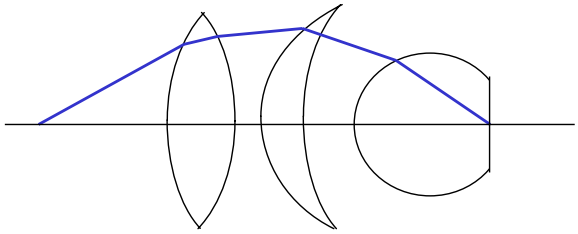
Stimatisme des dioptres




Points de Weierstrass




Application : objectif de microscope



On trouve les points d'Young-Weierstrass qui sont deux points conjugués (image l'un de l'autre) stigmatiques du dioptre sphérique. Ils vérifient la relation :

$$\overline{CA} = \overline{SC}.\frac{n}{n'} \qquad \overline{CA'} = \overline{SC}.\frac{n'}{n}$$

<u>Application importante</u> : Objectif de microscope (figure ci-dessus)

Grâce à un tel dioptre sphérique utilisé aux points d'Young-Weierstrass, un point objet A situé « dans le dioptre » d'indice n (on utilise un liquide d'indice n égal à celui du verre) donne un point image A' stigmatique avec un grandissement $\frac{CA'}{CA} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \approx 2{,}3$.

C'est une première étape dans la suite des images agrandies de l'objet. Les rayons émergeants sont moins inclinés sur l'axe aussi les corrections à réaliser par la suite sont-elles plus aisées.

<u>Rappel</u> :

b) Miroirs (figure ci-dessous)

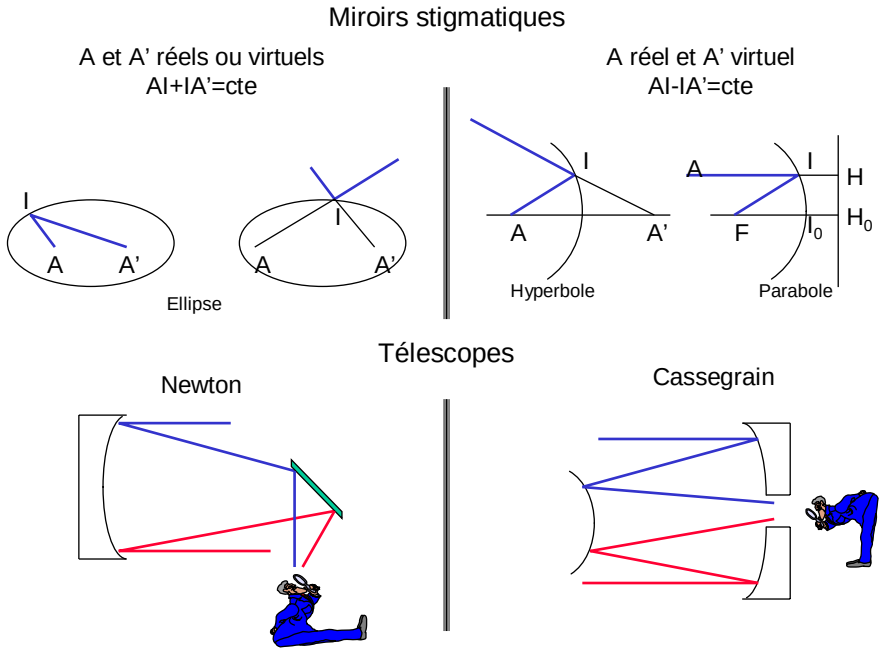
A et A' réels (chemins >0) ou virtuels (chemins<0).

AI + IA' = $ct^e$ $\qquad \ell + \ell' = ct^e$ ou $-(\ell + \ell') = ct^e$ $\qquad$ <u>Ellipse</u>

A réel, A' virtuel $\qquad (\ell - \ell') = ct^e$ $\qquad$ <u>Hyperbole.</u>

Un point à l'$\infty$. On compte les chemins à partir d'un plan d'onde à distance finie $\overline{HI} - \overline{IF'} = ct^e$ $\qquad$ si $ct^e$=0 $\qquad$ HI=IF' $\qquad \Rightarrow$ $\qquad$ <u>Paraboloïde</u>

Application : Astronomie




c) <u>Systèmes dioptriques ou à miroir</u>

- Lentille plan hyperbolique.
- Lentille sphéro-elliptique.

Ces éléments interviennent aujourd'hui dans la technologie des objectifs de qualité.

Télescopes. Systèmes de haute qualité optique.

- Miroir parabolique + Miroir plan (Newton).
- Miroir parabolique + Miroir hyperbolique Cassegrain (utilisé pour certains télé-objectifs).

Actuellement jusqu'à 8 m de diamètre.
Polissage $\lambda/5$. Plusieurs tonnes (précision de direction ~de la seconde d'arc…).

<u>Problème de l' atmosphère</u> : Correction des miroirs déformables en temps réel.

<u>Remarque</u> :

Avec un système stigmatique pour un couple de points on peut faire des images de qualité par balayage de l'objet.

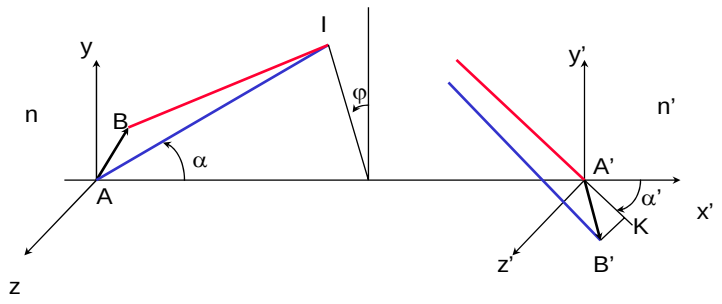
Si l'on veut faire l'image en une seule prise de vue avec un détecteur d'image on doit considérer l'aplanétisme du système.

**<u>Aplanétisme</u> :**

Si l'on veut faire des images il faut savoir comment va varier la qualité de l'image lorsqu'on s'éloigne des points pour lesquelles il y a stigmatisme.

On va chercher une condition mathématique dans le cas où B et B' sont voisins de A et A' (AB $\infty$ petit du 1$^{er}$ ordre).

Aplanétisme




Si B et B' sont des points conjugués voisins de A et A' on dira qu'il y a aplanétisme, si l'on suppose A et A' étant stigmatiques B et B' le sont également.

- Instrument de révolution
- B et B' dans le même méridien.
- I définit deux rayons issus de A et B <u>hors</u> du plan de figure.

Si A et A' d'une part B et B' de l'autre sont stigmatiques.

$$\begin{matrix}(AIA') = ct^e \\ (BIB') = ct^e\end{matrix} \Rightarrow (AIA') - (BIB') \quad = ct^e = n\overline{AK} - n'\overline{A'K'}$$

or $\overline{AK} = \overrightarrow{AB} \bullet \vec{u} \quad \overline{AK'} = \overrightarrow{A'B} \bullet \vec{u'}$

$$\overrightarrow{AB}\begin{cases} dx \\ dy \\ 0 \end{cases} \quad \vec{u}\begin{cases} \cos\alpha \\ \sin\alpha\cos\varphi \\ \sin\alpha\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \overline{AK} = dx\cos\alpha - dy\sin\alpha\cos\varphi$$

$$\Rightarrow (AIA') - (BIB') = (ndx\cos\alpha - n'dx'\cos\alpha') + (ndy\sin\alpha - n'dy'\sin\alpha')\cos\varphi = ct^e.$$

Pour avoir une ct$^e$ : Indépendant de $\varphi = \boxed{ndy\sin\alpha = n'dy'\sin\alpha'}$

<u>C'est la condition d'Abbe</u>
qui sera aussi la condition de stigmatisme pour dx=0.
Si on se déplace sur l'axe $(dy = dy' = 0)$ on aura : $ndx\cos\alpha - n'dx'\cos\alpha' = ct^e$. Pour $\alpha=\alpha'=0$, ct$^e$=ndx-n'dx'
<u>On en déduit la condition d'Herschel</u> :
$ndx(1-\cos\alpha) = n'dx'(1-\cos\alpha')$ ou

$$\boxed{ndx\sin^2\frac{\alpha}{2} = n'dx'\sin^2\frac{\alpha'}{2}}.$$

<u>Remarque</u> :
1) Incompatibilité des deux relations : pour n, n' dx, dx' et dy, dy' fixés, il faut réaliser à la fois $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\alpha'} = ct^e$ et $\dfrac{\sin^2\alpha/2}{\sin^2\alpha'/2} = ct^e$ soit $\dfrac{\sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2)}{\sin(\alpha'/2)\cos(\alpha'/2)} = ct^e$.

Ces conditions ne sont réalisées simultanément que pour $\alpha = \pm\alpha'$.
Ce serait le cas du miroir plan par exemple mais en général on ne peut respecter les deux relations à la fois.

2) Cas des objets à l'infini.
Si l'objet $\to \infty$, il est défini par son diamètre apparent $d\theta$. Si h est la hauteur des rayons sur la pupille.

$$\sin\alpha \sim \alpha = \frac{h}{-x} \qquad d\theta \approx \frac{dy}{x}.$$

$$ndy\sin\alpha = nd\theta\frac{h}{-x} = -nhd\theta.$$

Et la relation d'Abbe devient :

$$\underline{-nhd\theta = n'dy'\sin\alpha'}$$

3) Stigmatisme approché – Approximation de Gauss.

Dans quelle limite avons-nous besoin de systèmes optiques rigoureusement stigmatiques ?
Les détecteurs d'images : œil, plaque photographique, tube vidicon… ont une résolution limitée.

Ex. : 1' pour l'œil ~ quelques dizaines de microns pour le grain de l'émulsion d'une plaque photo, une dizaine de microns pour les capteurs CCD des camescopes…

Il suffit donc que l'image d'un point soit localisée dans un petit volume pour que le système détecteur ait la même information que pour une image ponctuelle. On dit qu'il y aura stigmatisme approché.

Supposons que les surfaces des optiques soient limitées au voisinage des axes.
Soit un point A, A' son image. Les angles d'ouverture $\alpha$, $\alpha'$ sont faibles et les surfaces d'onde $\Sigma'$ peuvent être confondues avec leur sphère osculatrice S' (exemple : un miroir elliptique ou un miroir sphérique).
De plus pour $\alpha$ et $\alpha'$ petits les conditions d'Abbe et d'Hershell se réduisent à $\alpha/\alpha' = ct^e$ et sont donc compatibles.
C'est ce qu'on appelle le <u>domaine paraxial</u> qui correspond aux conditions de l'<u>Approximation de Gauss</u>.

<u>Remarque</u> : Pourquoi les systèmes imageurs à fibres échappent-ils à ces lois ?

Ch. I - OPTIQUE GEOMETRIQUE
C - BREF RAPPEL DE L'OPTIQUE DE GAUSS

(Voir par exemple Perez : Systèmes Centrés)

Conditions :

- Petits objets – Petites ouvertures
- Angles de champ et d'ouverture réduits.
- Angle d'incidence faibles sur dioptres et miroirs.

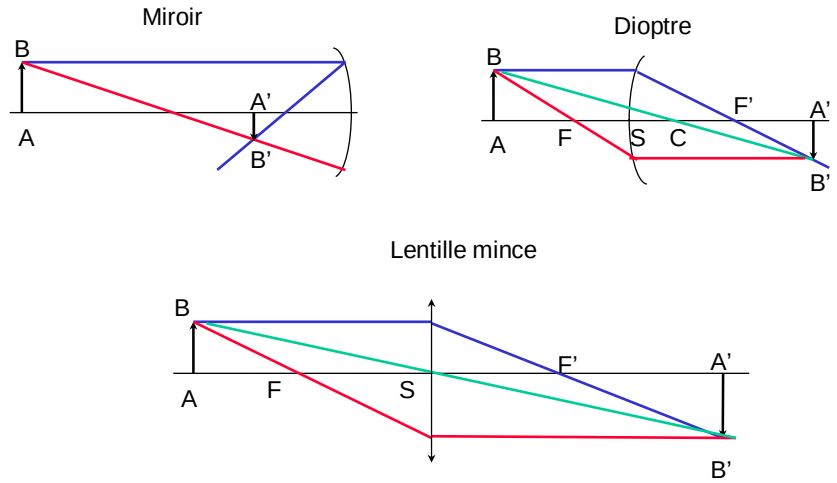
Stigmatisme (approché) : $\begin{cases} ndy\alpha = n'dy'\alpha' \\ ndx\alpha^2 = n'dx'\alpha'^2 \end{cases}$ Inv. Lagrange.

$$\rightarrow \gamma_y = \frac{dy'}{dy} = \frac{n}{n'}\frac{\alpha}{\alpha'} \quad \gamma_x = \frac{n}{n'}\frac{\alpha^2}{\alpha'^2} > 0 \quad \gamma_y^2 = \frac{n}{n'}\gamma_x .$$

Discussion :

1) Importances de ces relations qui évitent de faire des erreurs grossières de conception de systèmes.
2) Distorsion des images 3D car $\gamma_y \neq \gamma_x$.

Approximation de Gauss




**Miroirs :** (figure ci-dessus)

$$\frac{1}{\underset{>0}{\overline{SA'}}} = \frac{1}{\underset{<0}{\overline{SA}}} + \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SF}} .$$

Points particuliers : $C : \gamma_x = 1 \quad S : \gamma_y = 1 \quad \gamma_\alpha = -1$

**<u>Dioptres</u> :** (figure ci-dessus)

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n-n'}{\overline{SC}} \qquad \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n}{\overline{SA}} + \frac{n'-n}{\overline{SC}}$$

$$A \to \infty \quad \overline{SF'} = \overline{SC}\frac{n'}{n'-n} \qquad A' \to \infty \quad \overline{SF} = \overline{SC}\frac{n}{n-n'}.$$

$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{SF}.\overline{SF'} \quad \text{car} \quad \gamma_y = -\overline{F'A'}/\overline{SF'} = -\overline{SF}/\overline{FA}.$$

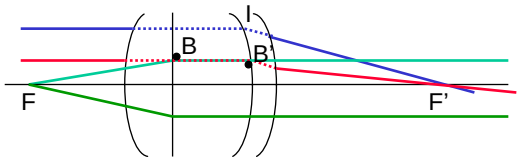
**<u>Lentilles (= 2 dioptres) minces</u> :** (figure ci-dessus)

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SA}} + (n-1)\left(\frac{1}{\overline{SC_1}} - \frac{1}{\overline{SC_2}}\right) \quad \text{avec} \quad (n-1)\left(\frac{1}{\overline{SC_1}} - \frac{1}{\overline{SC_2}}\right) = \frac{1}{f'} = D \ \text{(D : convergence).}$$

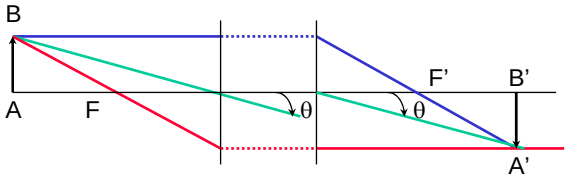
**<u>Généralisation</u> : systèmes centrés (à foyer) :** (figure ci-dessous)

Systèmes centrés à foyer

définition



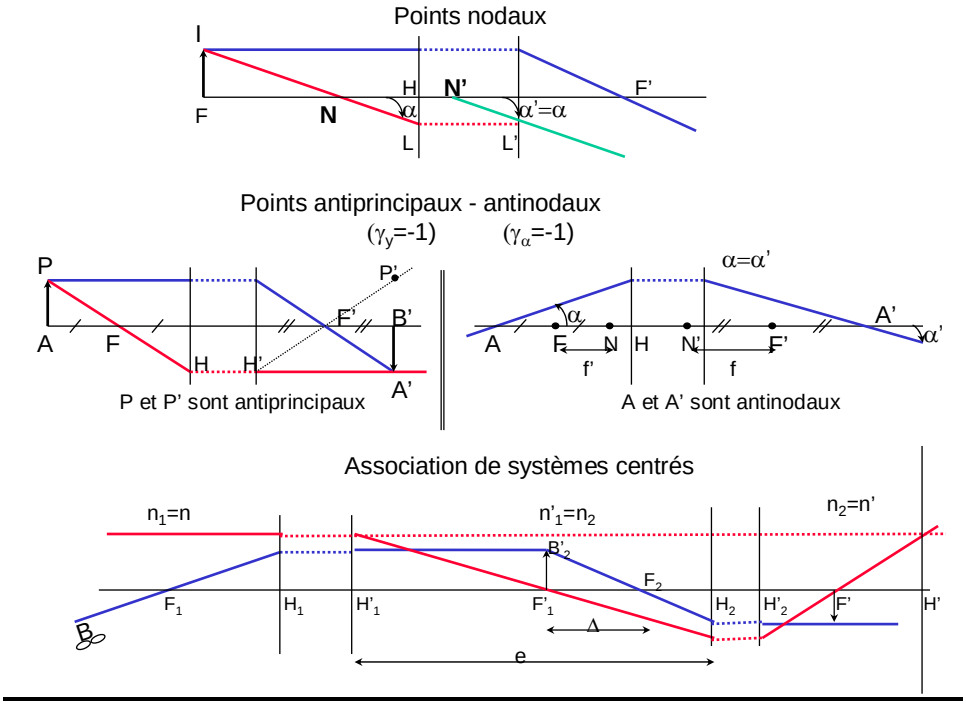

construction




But : généraliser les relations (homographiques) et les points particuliers S, C, F… à des systèmes complexes.

- Plans principaux $\gamma_y = 1 \quad D = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$. Les relations des lentilles minces ou des dioptres deviennent : $\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{HF}.\overline{H'F'}$ et $\frac{n'}{\overline{H'A'}} = \frac{n}{\overline{HA}} + D$.
- Points nodaux $\gamma_\alpha = 1 \quad \overline{H'F'} = \overline{FN} \quad \overline{HF} = \overline{F'N'} \quad (\equiv H, H' \text{ si } n = n')$.(figure ci-dessous)
- Antiprincipaux $\gamma_y = -1$ Antinodaux $\gamma_\alpha = -1$ .

Les points principaux objet (ou image) sont symétriques des points nodaux objet (ou image) par rapport aux foyers objet (ou image).




**<u>Association de deux systèmes centrés à foyers</u>** (figure ci-dessus)

L'ensemble global forme un système centré. Soit un objet à l'infini vu sous un angle $\theta$. Pour connaître la convergence du système on peut utiliser le fait que $y' = -f\theta$ (y' taille de l'image finale au foyer du système).

Or $y'_1 = -f_1\theta$ et $(\gamma_y)_2 = \frac{f_2}{\Delta} = -\frac{f}{\sigma}$ $\quad y' = -\frac{f_1 f_2}{\Delta}\theta$ $\quad f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$. On verrait de même que $f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$.

Comme $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 H'_1} + \overline{H'_1 H_2} + \overline{H_2 F_2} = -f'_1 + e + f_2$, on peut écrire :

$D = -\frac{n}{f} = \frac{-\Delta n}{f_1 f_2} = -\frac{n}{f_1} - \frac{en}{f_1 f_2} + \frac{nf'_1}{f_1 f_2}$ or $D_1 = \frac{-n}{f_1} = \frac{N}{f'_1}$ et $D_2 = \frac{-N}{f_2}$, on en déduit :

$D = D_1 + D_2 - \frac{e}{N} D_1 D_2$.

<u>Pourquoi toutes ces notions</u> ?

Trop souvent nous avons tendance à considérer les systèmes optiques complexes comme de simples lentilles. Si les plans principaux sont les analogues du sommet d'une lentille <u>ils sont souvent très décalés du système optique</u> (rejetés loin devant ou derrière).

<u>Exemples</u> : En photographie, on utilise :

- Des téléobjectifs (faible champ, fort grandissement) dont la focale (ex 300 mm) est très supérieure à l'encombrement (ex 80 mm).
- Des objectifs grand angle (grand champ, faible grandissement) dont la focale est inférieure à la distance au film (dans les appareil reflex cette distance est de ~ 30mm et il y a des focales de 15 mm).

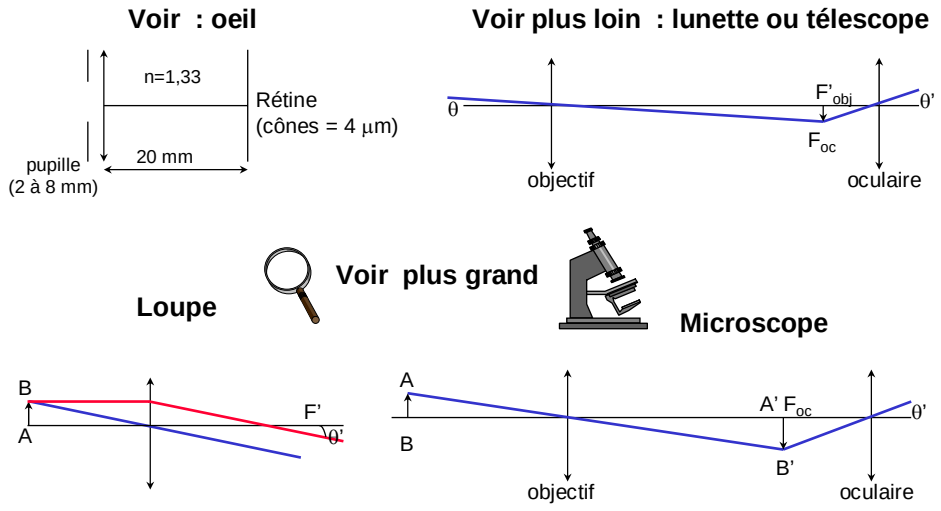
Ch I - OPTIQUE GEOMETRIQUE
D - QUELS INSTRUMENTS ET QUELLES CARACTERISTIQUES ?

1) Voir implique l'existence d'un détecteur d'image (rétine, matrice de photodiodes CCD, …) ou d'un système de balayage du champ et d'un détecteur de flux. La plupart du temps l'œil étant le dernier (parfois le seul) maillon d'une « chaîne optique » (suite de lentilles et de miroirs) il est bon de connaître sa convergence :

$C = \frac{-1}{f} = \frac{n}{f'} \approx 60\delta$ (Rq. : noté parfois D). ($\delta$ dioptres au $m^{-1}$, unités utilisées par les lunettiers).

Compte tenu de sa courte focale et de la distance minimale de vision distincte (25 cm) les objets sont « près de l'infini » (images prés du foyer).
Dans ce cas c'est l'angle de champ et non pas la taille de l'objet qui va compter.
Par exemple avec des cônes de diamètre 4 µm le plus petit angle accessible sera : $\alpha = \frac{4\,10^{-3}}{20} 1{,}33 \approx 3\,10^{-4}$ rd $\rightarrow$ soit à 25 cm une résolution de 75 µm. (voir figure).
Même raisonnement pour un objectif (parfait) et une plaque photo ou une matrice CCD…

## Instruments d'optique




2) Voir plus Grand (objet à distance finie)

But : voir l'objet sous l'angle le plus grand possible (θ') $\underset{\text{puissance}}{P} = \theta' / AB \leftarrow$ taille de l'objet, cette définition est indépendante de l'observateur.

Loupe (ou oculaire)

Quel gain ? (grossissement = Rapport d'angles. La distance d'observation standard est 0,25 m $\leftarrow$ c'est une <u>convention pour un observateur moyen</u>).

$$G_c = \frac{\theta}{\theta'} = \frac{AB}{f'}\frac{d_{min}}{AB} = \frac{P}{4} \text{ (grossissement « commercial »)}$$

Typiquement $f' \sim 5\,\text{cm} \quad AB_{min} \approx 15\ \mu\text{m}$

<u>Remarque</u> : comportement d'un myope, dans quelle limite a-t-il besoin d'une loupe ?

<u>Microscope</u>

$P = \frac{\theta'}{AB} = \frac{\theta'}{A'B'}\frac{A'B'}{AB} = P_{ocul}\gamma_{objectif}$ ou $G_c = G_{c_{ocul}}\gamma_{obj}$ $\leftarrow$ c'est ce qui est écrit sur les montures.

$P = \frac{1}{f'}$ distance focale du microscope.

Ex. : $\gamma_{obj} = 50 \quad G_{oc} = 10 \quad G_c = 500 \quad f' \sim 0{,}5\,\text{mm}$

$(AB)_{min} \approx \frac{75\mu m}{500}$ ? non car d'autres raisons physiques (diffraction) vont limiter la résolution.

3) <u>Voir plus loin</u> (objet à l'infini)

$G = \frac{\theta'}{\theta}$ $\leftarrow$ avec inst. $\leftarrow$ sans Lunettes, Télescopes, Jumelles.

$G = \frac{f'_{obj}}{f_{oc}}$ ex. : $\frac{1m}{1cm} \approx 100$ .

4) <u>Quelques Caractéristiques</u>

x10, $\uparrow$ grossissement — 20 $\uparrow$ diamètre (mm) de la lentille la plus proche de l'oeil — pour un oculaire

x20, $\uparrow$ grossissement — 50 $\uparrow$ diamètre de la lentille ou du miroir de la plus grande focale — pour une lunette, une jumelle

x50, $\uparrow$ grossissement — 0,54 $\uparrow$ sin $\alpha$ (ou n sin $\alpha$ : (obj à immersion) > 1 le plus souvent) — pour 1 objectif de microscope (attention pour les objectifs visant à l'infini il faut tenir compte de la lentille du tube du microsocpe).

# Ch II - TRANSPORT ET UTILISATION DE L'ENERGIE LUMINEUSE (PHOTOMETRIE)

I <u>Un montage optique typique</u> (figure ci-dessous)

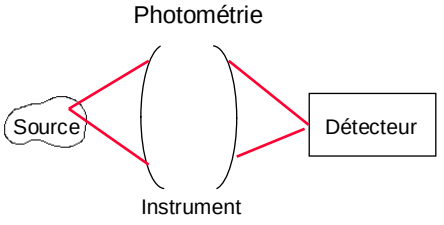
Un tel montage comprend presque toujours :

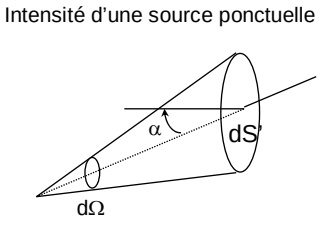
1) Une source de lumière, par exemple :
   a) le paysage ou le personnage que vous photographiez.
   b) Le gaz que vous analysez.
   c) L'étoile dont vous voulez suivre la trajectoire.

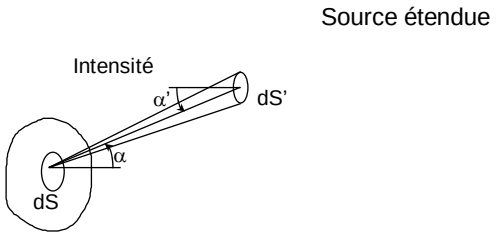
2) Un instrument d'optique, ce sera :
   a) Un objectif photographique.
   b) Un spectromètre qui séparera les différentes longueurs d'ondes émises par le gaz.
   c) Un télescope.

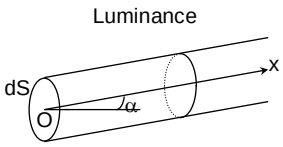
3) Un détecteur, ce rôle sera tenu par :
   a) Le film argentique.
   b) Une cellule photo électrique ou un photomultiplicateur (cf. TP + cours sur les détecteurs d'Optique II).
   c) Une caméra électronique.

Dans chacun des cas, l'optimisation des performances ou du prix des montages passe par la connaissance et l'optimisation des transferts d'énergie lumineuse entre la source et le détecteur, car le plus souvent « la lumière est chère » (cf. le prix des objectifs photo en fonction de l'ouverture).




II <u>De quelles grandeurs a-t-on besoin ?</u>

1) Coté détecteur

On a besoin de connaître sa réponse (par exemple en volt/W ou en A/W). Lorsqu'on travaille avec un détecteur qui répond comme un « corps noir » (indépendamment de la longueur d'onde $\lambda$) ou qu'on utilise une seule longueur d'onde on peut écrire :

$$\text{Signal} = \underset{\text{réponse}}{r} \cdot \underset{\text{flux lumineux}}{\Phi}$$

Attention en photométrie le terme flux désigne la puissance lumineuse.

Pour un détecteur qui a une réponse $r(\lambda)$ fonction de $\lambda$ le signal devient :

$$S = \int_o^\infty \Phi_\lambda(\lambda) r(\lambda) d\lambda$$

où $\Phi_\lambda(\lambda) = \dfrac{d\Phi(\lambda)}{d\lambda}$ est la densité spectrale de flux (puissance par unité de longueur d'onde).

Dans le cas où le détecteur est un « détecteur d'images » (caméra CCD, film photographique…) ce qui compte c'est l'Eclairement $\boxed{E = \dfrac{d\Phi}{dS}}$ qui est le flux par unité de surface.

2) Coté Source (figure ci-dessus)

a) Source ponctuelle (ex. : petite ampoule…)

Ce qui va compter c'est le flux qu'elle va envoyer dans un angle solide. On définit ainsi l'intensité $I$ :

$$\boxed{I = d\Phi / d\Omega} \text{ avec } \boxed{d\Omega = \frac{dS' \cos\alpha'}{r^2}}$$

$d\Omega$ est l'angle solide sous lequel est vu l'élément de surface $dS'$ situé à la distance $r$ de la source.

Remarques

1) L'intensité d'une source peut être isotrope (ex. : une ampoule «nue » à l'exception de la direction du culot) ou anisotrope (ampoule montée dans un réflecteur, projecteur…). Un cas extrême est celui d'un laser qui concentre tout le flux qu'il émet dans un angle de l'ordre de $10^{-3}$rd.
2) La formule précédente permet d'accéder à l'éclairement (par exemple d'une page de livre éclairée par une lampe de chevet).

$$E = d\Phi / dS' = Id\Omega / dS' = I \cos\alpha' / r^2$$

On retrouve bien la loi en $1/r^2$ et les effets angulaires connus.

b) Source étendue (ex. les plafonniers de nos amphithéâtres).

On découpe sur la surface de la source des petits éléments de surface dont chacun crée un éclairement élémentaire ($dE$). On aura ainsi pour le flux émis par $dS$ vers une surface élémentaire $S'$

$$dI = d^2\Phi / d\Omega$$

ou $dE = d^2\Phi / dS' = dI \cos\alpha' / r^2$. Si $r >>$ dimensions de la source, $\alpha'$ variera peu et on retrouve $E = I \cos\alpha' / r^2$.

Deux sources différentes peuvent avoir la même intensité (et produire par exemple le même éclairement sur une feuille de papier : ex. une ampoule ou un plafonnier) mais être de nature très différente (dans l'exemple choisi on est ébloui par une ampoule que l'on regarde en face, pas par un plafonnier).
Il nous faut donc introduire *une nouvelle grandeur* qui va prendre en compte cet effet lié à la surface de la source à intensité donnée.

Soit $dS$ un élément de la source $S$, et soit $dI$ l'intensité produit par $dS$ dans la direction $ox$.
Soit $d\Sigma$ la section droite des rayons dans cette direction $d\Sigma = dS\cos\alpha$.
On appelle luminance la quantité $L = dI / d\Sigma = dI / dS\cos\alpha$.

## III Relations fondamentales

A partir des définitions que nous venons de donner, on peut trouver des relations reliant le flux (ou l'éclairement) créé par la source $dS$ de luminance $L$ sur le récepteur $dS'$.

$$d^2\Phi = dI d\Omega = L dS \cos\alpha d\Omega$$

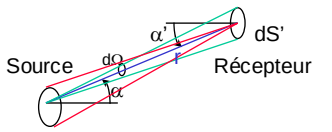
$$\underline{d^2\Phi = L dS dS' \cos\alpha \cos\alpha' / r^2}$$

L'éclairement de $dS'$ est $dE = d^2\Phi / dS' = L dS \cos\alpha \cos\alpha' / r^2$

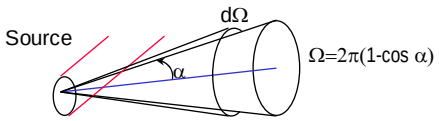
$$\underline{dE = L d\Omega' \cos\alpha}$$

La quantité $dS' d\Omega$ joue un rôle important dans le transfert de l'énergie lumineuse, on l'appelle « étendue géométrique ».

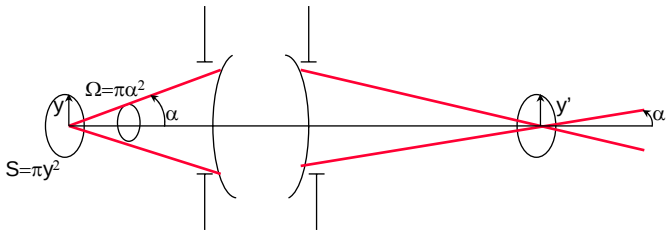
Relations fondamentales




Luminance d'un diffuseur éclairé



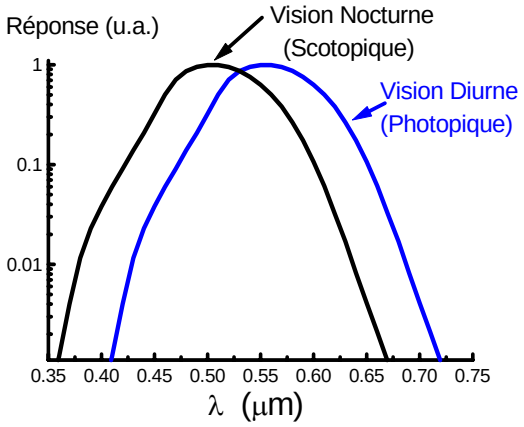

Conservation du flux à travers un instrument




## IV Quelles unités pour la photométrie ?

L'œil joue un rôle particulièrement important au bout de la « chaîne optique » qui part de la source. Pendant longtemps il a été le seul « instrument de mesure » photométrique. Pour ces raisons un système de mesure visuel adapté à la perception d'un « observateur moyen » lui est consacré.
Sans cela on utilise les unités « énergétiques » du système MKS.

Rappelons que l'œil a deux ensembles de détecteurs dont la taille, la densité, la sensibilité et la réponse spectrale sont différentes : les cônes pour la vision diurne dont la partie la plus dense se trouve sur la fovéa et les bâtonnets qui assurent la vision nocturne (lorsque les cônes sont « désactivés »).




**ŒIL : REPONSE SPECTRALE**

<u>Remarques</u> :

1) Notons la très grande dynamique de l'œil qui supporte presque la vision du soleil (quelques mW pénètrent dans l'œil) d'une part et qui d'autre part après un temps d'adaptation long (~1h) n'est pas loin de pouvoir « compter les photons » (rappel 1 photon/s, ~0,5 $10^{-18}$W). En pratique cette dynamique est de l'ordre de $10^{13}$ , ce que peu d'instruments peuvent réaliser.

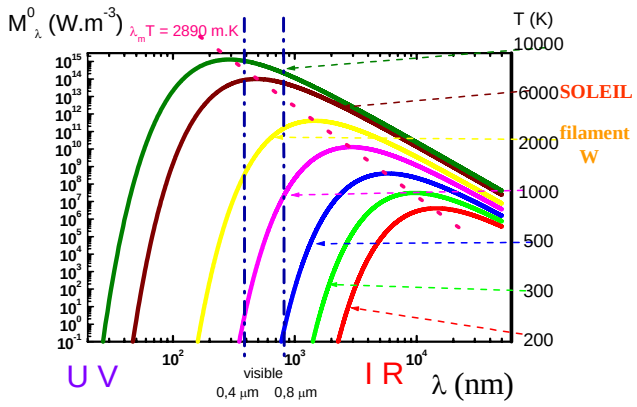
2) La courbe de réponse de l'œil est loin d'être uniforme à travers le spectre visible. Le « rendement » d'une source de lumière pour l'éclairage s'exprimera en lumen/watt.
Par exemple le rendement maximal avec une source jaune (lampe au Sodium utilisée parfois pour l'éclairage public) est d'environ 600 lumen/watt. Son usage est donc très économique mais peu adapté à notre perception habituelle de l'environnement (pensez à votre dîner éclairé en jaune, ce serait peu appétissant…).

3) Quelques sources de lumières : des lampes à incandescence où un filament de tungstène est porté à haute température (~3000K). L'examen du spectre du corps noir correspondant montre que la majorité de l'énergie émise se fait dans l'infrarouge (nous sommes mieux adaptés au soleil qui est l'équivalent d'un corps noir à 5000K). On gagne en rendement en chauffant davantage le filament (de 18 à 25 lumen/W) comme dans les lampes à halogènes (la présence d'iode crée une réaction réversible de formation et de décomposition de l'iodure de tungstène et recycle le filament qui sans cela s'évaporerait trop vite). (figure ci- dessous)

- Les tubes fluorescents (plafonniers des amphis). Une décharge électrique dans de la vapeur de mercure crée beaucoup d'ultraviolet qui excite la fluorescence des composés qui se trouvent dans la peinture intérieure du tube.

| | Unités Energétiques | Unités Visuelles |
|---|---|---|
| Flux | Watt | Lumen = 1 candella.steradian |
| Intensité | Watt/steradian | Candella* |
| Etendue Géométrique | $m^2$ .steradian | $m^2$.steradian |
| Luminance | W/$m^2$ .steradian | Candella/$m^2$(nit) |
| Eclairement | W/$m^2$ | Lumen/$m^2$=lux |

- Candella : Aujourd'hui unité de base du système SI. C'était l'intensité émise par 1cm$^2$ de corps noir à la température de fusion du platine jusqu'en 83. Depuis 1983, la définition est la suivante : c'est l'intensité émise, dans une direction donnée, par une source qui émet un rayonnement monochromatique de 0,54 10$^{15}$Hz et dont l'intensité énergétique est (1/683)W/sr.




V <u>Applications pratiques</u> (voir figure plus haut)

1) <u>Luminance d'un diffuseur éclairé</u> :

On supposera, comme c'est souvent le cas, que le diffuseur a une luminance constante dans toutes les directions, on dit qu'il suit la <u>LOI DE LAMBERT</u>.

$\Phi$ le flux incident produit un éclairement $E = \frac{\Phi}{S}$. La surface renvoie une proportion $\rho$ du flux incident. Soit $L$ sa luminance, le flux émis dans $d\Omega$ est :

$$d\Phi' = LS\cos\alpha d\Omega$$

Or pour un cône de révolution $\Omega = 2\pi(1-\cos\alpha)d\Omega = 2\pi\sin\alpha d\alpha$

$$\Phi' = \int_0^{\pi/2} 2\pi LS\sin\alpha d\alpha = 2\pi LS\frac{\sin^2\alpha}{2}\Big|_0^{\pi/2} = \pi LS \text{ or } \Phi' = \rho\Phi = \rho ES$$

$$\underline{\rightarrow L = \rho E/\pi}$$

<u>Exemple</u> :

Une feuille de papier éclairée par le soleil $(\rho = 0{,}5)$ de façon normale $(\alpha' = 0)$.
Soleil : source de diamètre apparant 30'. Luminance 1,5 10$^9$nit.
Eclairement : flux reçu par la feuille par unité de surface :

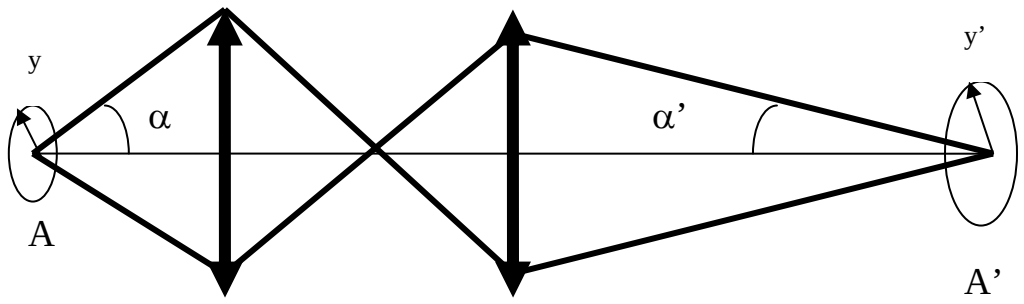
$$\frac{d^2\Phi}{dS'} = E = Ld\Omega\cos\alpha' = Ld\Omega$$

Pour de petits angles $\alpha$ on a : $d\Omega = \pi\alpha^2 = \pi * \left(\frac{0{,}5*\pi}{2*180}\right)^2 = 6\,10^{-5} str.$

$$E = 1{,}5\,10^9 * 6\,10^{-5} \approx 10^5 \text{ lux.}$$

La luminance de la feuille vaut : $L = \frac{\rho E}{\pi} = \frac{0{,}5 10^{-5}}{\pi} \approx 1{,}5 10^{4}$ nit.

2) <u>Conservation du flux et de la luminance à travers un instrument.</u>



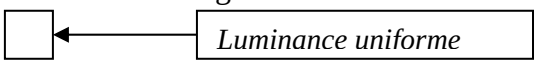

Le flux qui pénètre dans l'instrument $\Phi = LS\Omega = L\pi^2\alpha^2 y^2$. Le flux sortant est $\Phi' = \tau\Phi$.
On peut encore définir la LUMINANCE DE L'IMAGE à partir du flux $\Phi$ qu'elle envoie.

$$\Phi' = L'S'\Omega' = L'\pi^2\alpha'^2 y'^2$$

On en déduit $L'\pi'\alpha'^2 y'^2 = \tau L\pi\alpha^2 y^2$. En tenant compte de la relation de Lagrange $ny\alpha = n'y'\alpha' \Rightarrow \frac{L'}{n'^2} = \tau\frac{L}{n^2}$.
Pour des optiques de bonne qualité $\tau \sim 1$, si les milieux extrêmes sont identiques ($n = n'$), on a bien <u>conservation de la luminance</u>.
Remarque : amplificateurs de « Brillance » (luminance).

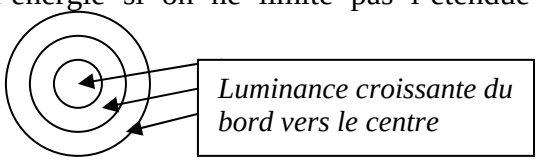
<u>Conséquence : Eclairage d'un instrument</u>
*( A faire à titre d'exercice :éclairage d'une fibre optique)*

L'instrument ( exemple : une fibre) est défini par la surface et l'angle solide d'entrée.
- Source de Luminance uniforme. Ex. filament.




Comme la luminance de l'image ne dépend pas du grandissement il suffit d'avoir la taille nécessaire pour couvrir la surface et l'ouverture pour couvrir l'angle solide $\Omega$. Il ne faut pas croire qu'on augmente la luminance de l'image en focalisant c'est à dire en créant une image plus petite. Par contre on augmente la densité d'énergie si on ne limite pas l'étendue géométrique du faisceau.

- Source de Luminance non uniforme : ex. Arc




On a intérêt à projeter l'image de la partie la plus brillante sur l'entrée de l'instrument. Puisque la luminance se conserve, le flux sera plus important.

Remarquons qu'il faut parfois des optiques très ouvertes (donc chères) pour agrandir tout en gardant un angle d'ouverture convenable.