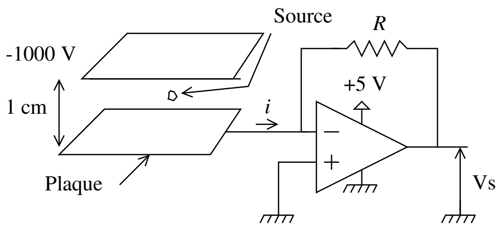
Examen du 20 Décembre 2017

Durée : 2h30

Tous documents autorisés, calculatrices autorisées.

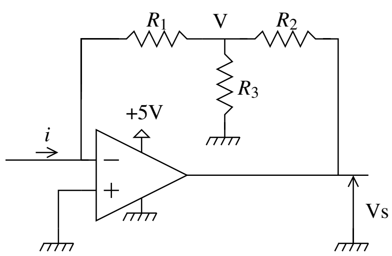
1 Détecteur de fumée

On souhaite concevoir un circuit électronique pour un procédé de détection de fumée. Le dispositif de mesure utilise une source radioactive qui ionise l'air. Celle-ci est maintenue entre deux plaques métalliques comme illustré sur la figure ci-dessous. Alors que l'air ambiant peut circuler entre ces deux plaques, l'une d'elles est portée à une tension négative élevée.



1. Expliquez pourquoi cela crée le courant i. Donnez son signe.

   Ce courant est de l'ordre de 1 nA. D'éventuelles particules de fumée viennent diminuer ce courant en interceptant certains des ions générés.
2. Donnez une allure possible de la variation temporelle du courant lorsque passe de la fumée.
3. Quelle valeur faut-il donner à la résistance R pour avoir la sensibilité maximale ? (L'amplificateur est un amplificateur "Rail à Rail")
4. Cette valeur est trop grande. Afin d'utiliser des résistances de valeur plus raisonnable, on propose le montage suivant :



5. Avec $R_1 = 10\,\text{k}\Omega$, donnez un couple de valeur R_2, R_3 permettant d'obtenir la même sensibilité que précédemment. Vous pouvez calculer V en fonction de R_1 et i comme étape intermédiaire pour vous aider.
6. Avec l'hypothèse $\frac{R_2}{R_3} \gg 1$, quelle est la précision relative de la mesure en fonction des précisions de chacun des composants pour chacun des montages.

7. Quelle est l'erreur due aux courants de polarisation sur la mesure de i ?
8. Même question pour la tension d'offset.
9. Quelles sont les impédances d'entrée et de sortie de ce montage ?
10. Commentez la pertinence de la valeur de l'impédance d'entrée quant à la mesure d'un courant.

2 Simplifications Booléennes

1. L'entrée $E = \{A, B, C, D\}$ est exprimée en hexadécimal. Simplifiez au maximum la sortie S suivante en utilisant un tableau de Karnaugh :

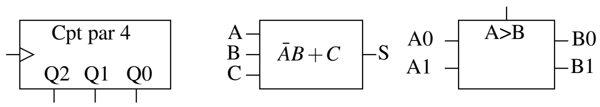
E	0x00	0x01	0x02	0x03	0x04	0x05	0x06	0x07	0x08	0x09	0x0A	0x0B	0x0C	0x0D	0x0E	0x0F
S	1	0	1	0	0	0	X	0	1	0	X	0	0	0	X	0

(X signifie que la valeur correspondante peut être prise indifféremment à 1 ou 0)

3 Compteur non régulier

Réalisez à l'aide de bascules D, un compteur **synchrone** qui compte dans l'ordre suivant : 1, 3, 7, 6, 1, 3, 7, 6, ...

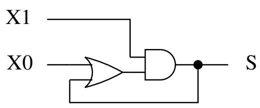
1. Combien de bascules faut-il ?
2. À l'aide de tableaux de Karnaugh, déterminez les valeurs à donner à chaque entrée des bascules.
3. Donnez le schéma du compteur
4. Peut-on réaliser de cette façon un compteur qui donne la séquence : 1, 3, 7, 6, 3, 1, 3, 7, 6, 3, ... ?
   Justifiez votre réponse.
5. Donnez à l'aide de schémas blocs définissant des macro-fonctions logiques, une réalisation du séquenceur de la question 4.



Exemples de schémas bloc définissant des macros fonctions

4 Logique séquentielle

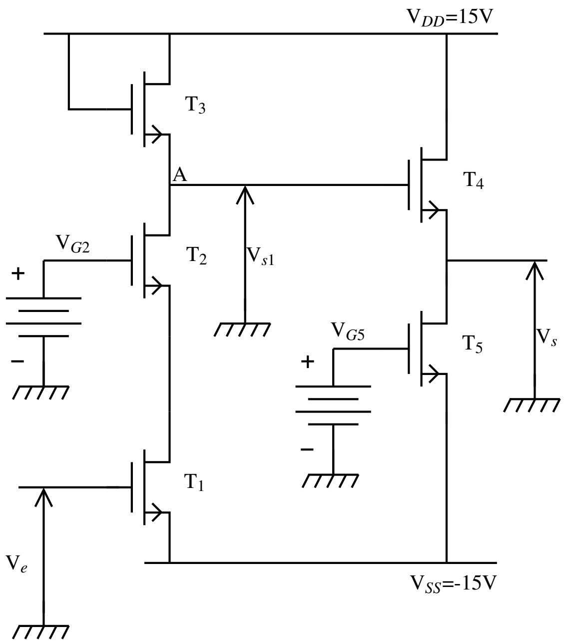
En mettant en évidence, les états stables et instables, complétez la table de vérité du circuit séquentiel suivant :



X_1	X_0	S^+
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

5 Amplificateur à transitors NMOS

On considère l'amplificateur suivant :



Les transistors T_1, T_2, T_4 et T_5 sont identiques. Pour le point de polarisation choisi, ils sont tels que $g = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}$ =10 mS.
Les résistances de Early, que l'on prendra en compte, valent $R_a = 100\,\mathrm{k}\Omega$.
T_3 est pour le point de polarisation choisi tel que : $g_3 = 1$ mS, et $R_{a3} = 200\,\mathrm{k}\Omega$.
On ne tiendra pas compte des capacités de grilles des transistors.

Étude de l'étage de sortie

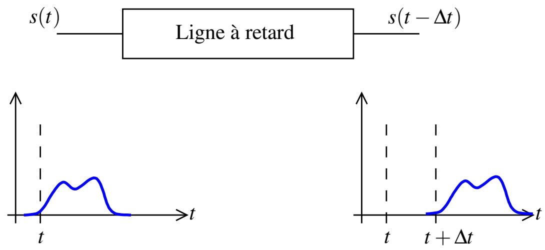
1. Donnez le schéma équivalent petit signal de l'étage de sortie (T_4, T_5).
2. En déduire le gain en tension $A_2 = \frac{v_s}{v_{S1}}$ et faire l'application numérique.
3. Donnez les impédances d'entrée et de sortie de cet étage.
4. Quel est le rôle du transistor T_5 ?

Étude de l'étage d'entrée

1. L'étage d'entrée est constitué des transistors T_1 et T_2. Il est chargé par le reste du montage : T_3 T_4 et T_5 . Donnez le schéma équivalent petit signal de la charge, c'est-à-dire vu de A.
2. Calculez la valeur de la résistance de charge équivalente et faire l'application numérique.
3. Donnez le schéma équivalent petit signal du premier étage ainsi chargé.
4. Déduisez en le gain à vide de l'amplificateur complet.
5. Quel sont les rôles respectifs vis à vis du petit signal et de la polarisation des transistors 1 à 3 ?

6 Oscillateur à ligne à retard.

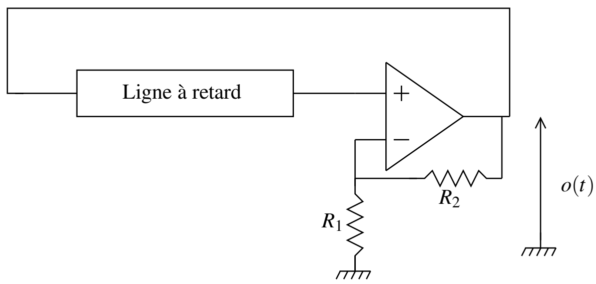
Une ligne à retard, est un dispositif électronique qui retarde d'un temps Δt les signaux qui y entrent :



Une ligne à retard idéale n'existe pas. En général, il y a aussi atténuation du signal. Soit A_{tt} l'atténuation dans la ligne. On supposera que A_{tt} est un réel positif inférieur à 1. Le signal de sortie de la ligne à retard est donc plutôt de la forme $s_{out}(t) = A_{tt}\, s(t - \Delta t)$.

1. Cette hypothèse est elle réaliste ? Sous quelle condition en terme de bande passante peut-elle l'être ?

   On réalise l'oscillateur suivant :



   Cet oscillateur oscille linéairement, c'est-à-dire sans que l'AOP ne sature, s'il est juste instable (stabilité au sens strict). Dans ce cas, les oscillations sont purement sinusoïdales.

2. Ce système est-il stable en boucle ouverte (pas de calculs) ?
3. Quelle est sa fonction de transfert en boucle ouverte $BO(p)$ si l'AOP est idéal ?
4. Donnez les conditions et fréquence(s) d'oscillation(s) sinusoïdales de cet oscillateur, en utilisant le critère du revers, pour $A_{tt} = 0,9$, dans le cas où l'AOP est idéal.

   Avec un amplificateur opérationnel caractérisé par $A_0 = 10^6$ et $\omega_c = 10$ Hz.

5. Quelle est la fréquence maximale de des oscillations sinusoïdales ou non.

   Vous pouvez utiliser l'approximation du produit gain bande.

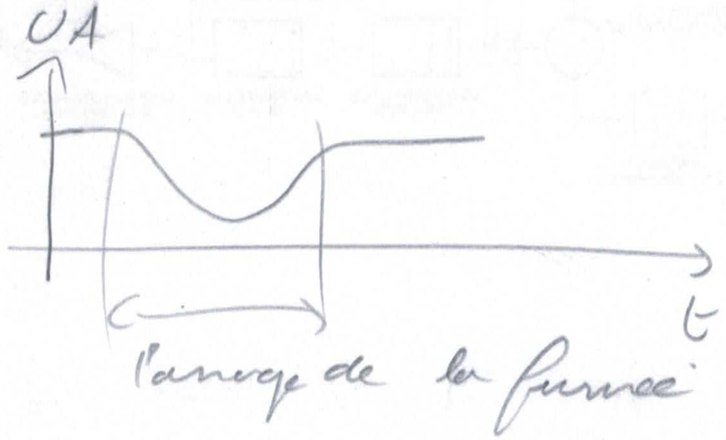
I Détecteur de fumée

1/

-1000

$U \downarrow \uparrow i \quad i \rightarrow \quad \Rightarrow i < 0$

2/



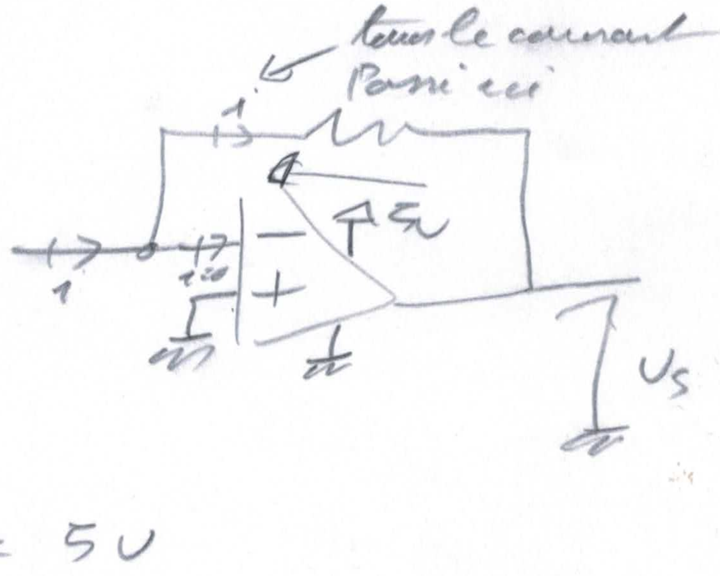
3/

(Sans fumée)

$$\boxed{U_S = R|i|}$$

$U_S = -Ri$

avec $\underline{i<0}$

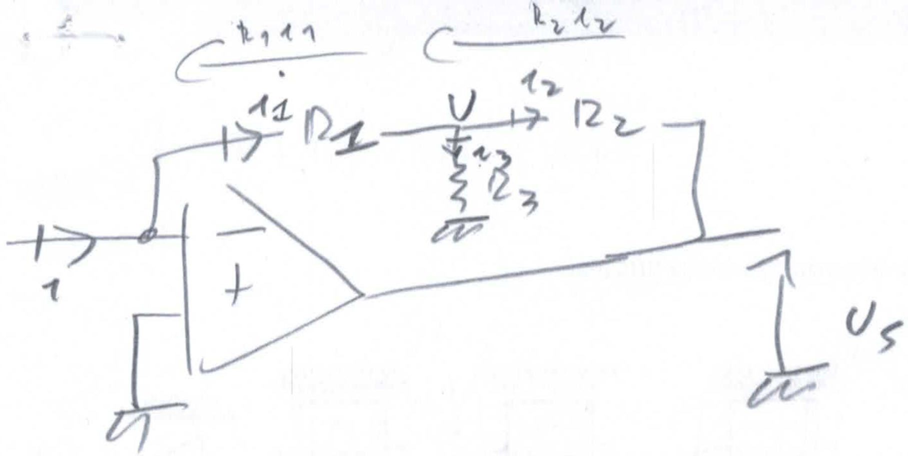


On doit avoir $U_{max} = 5V$

$R|i| = 5V$

$R = \frac{5}{10^{-9}} \Rightarrow \boxed{R = 5G\Omega}$

4)



$V = -R_1 i_1$ $\qquad i_3 + i_2 = i = i_1$

$i_3 = -\frac{R_1 i_1}{R_3} \Rightarrow i_2 = i_1 - i_3 = i_1\left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right)$

$\Rightarrow V_s = V - R_2 i_2 = -R_1 i_1 - R_2\left(i_1 + \frac{R_1}{R_3} i_1\right)$

$V_s = i\left[-R_1 - R_2 - \frac{R_1 R_2}{R_3}\right] = i\left[-R_1 - R_2\left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right)\right]$

$\simeq -R_2 \frac{R_1}{R_3}$

$$\boxed{V_s \simeq -i\left[R_1 + R_2\frac{R_1}{R_3}\right]}$$

$$\boxed{V_s \simeq -i R_1 \frac{R_2}{R_3}}$$

5) On veut $R_1 \frac{R_2}{R_3} = 5G\Omega$ $\qquad R_1 = 10k\Omega$

$\frac{R_2}{R_3} \simeq \frac{5G\Omega}{10k\Omega} \Rightarrow \boxed{\frac{R_2}{R_3} = 5 \cdot \frac{10^9}{10\,10^3} = 5\,10^5}$

$\boxed{R_3 = 100\Omega}$

$\boxed{R_2 = 50M\Omega}$

6) Calcul de l'erreur relative :

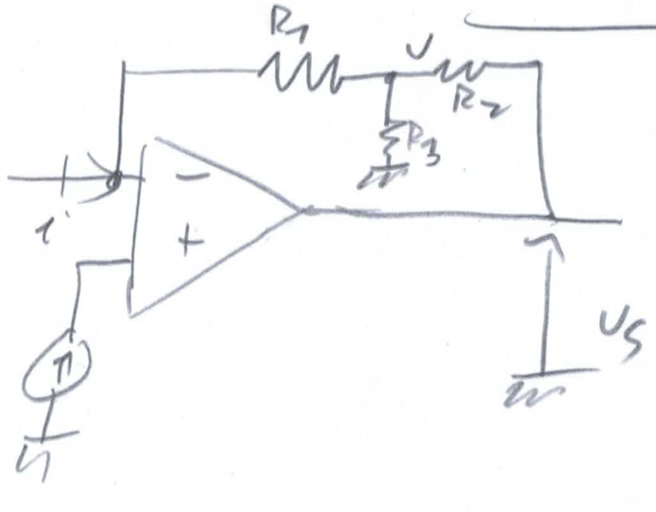
$$Err\% = \frac{\Delta x}{x} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta U_s}{U_s} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3}}$$

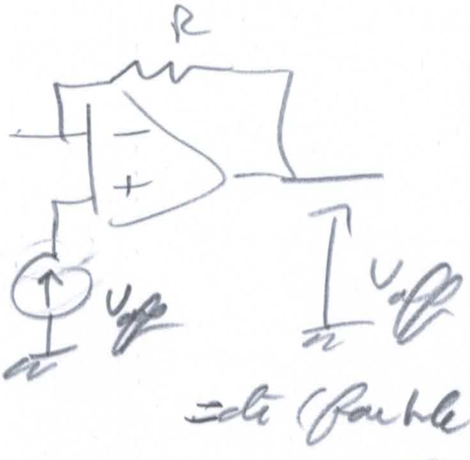
Avec le montage initial $\boxed{\frac{\Delta U_s}{\Delta U_s} = \frac{\Delta R}{R}}$

7) les courants i_b^+ ou i_b^- s'ajoutent à i

l'erreur est donc $Err = R|i_b^\pm|$

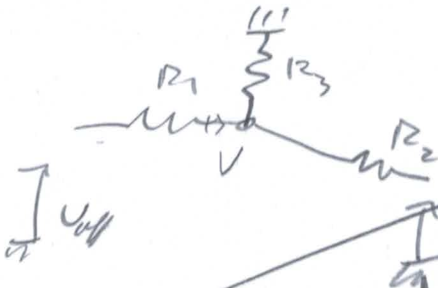
8)

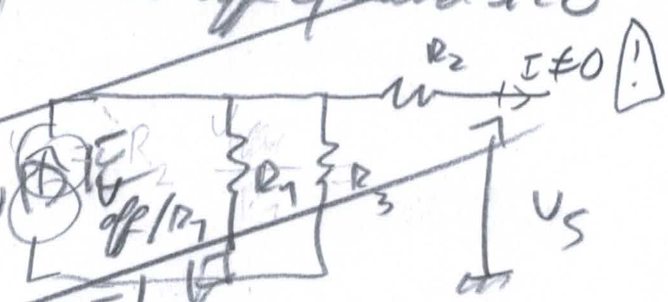




$= cte$ (faible)

Par superposition, on calcule la réponse à V_{off} quand $i=0$

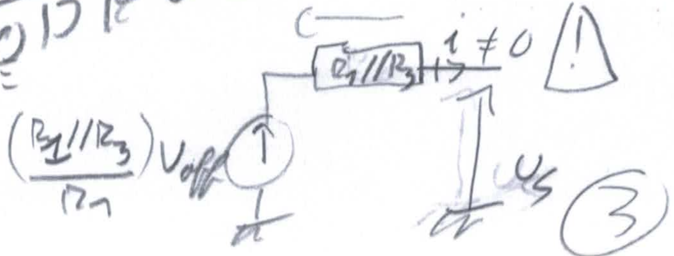




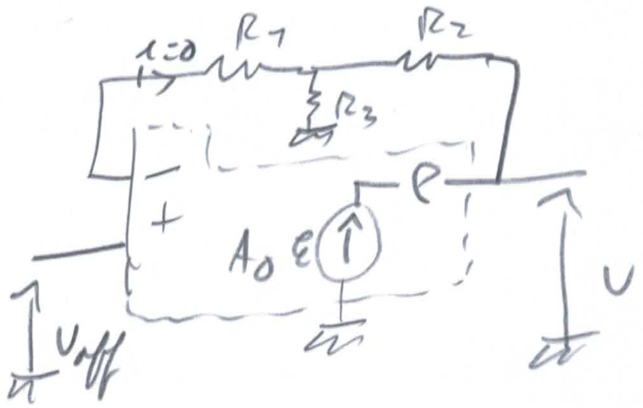
MAUVAISE METHODE

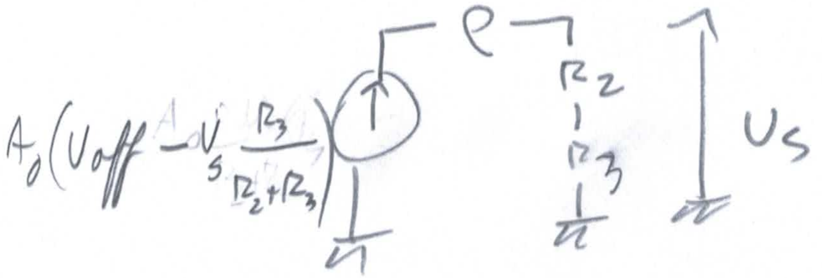
MAUVAISE PB MODELE

$$\cancel{V = \frac{V_{off}/R_1 + U_s/R_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$$



Modèle 1 peu + complexe de l'AOP





$$V_s = \frac{R_1+R_2}{\rho+R_1+R_2}A_0\left[V_{off}-V_s\frac{R_3}{R_2+R_3}\right] \qquad R_2 >> R_3$$

$$V_s \simeq A_0\left[V_{off}-V_s\frac{R_3}{R_2}\right]$$

$$V_s\left(1+\frac{R_3}{R_2}\right) = A_0\,V_{off}$$

Ordre de grandeur

$$\boxed{V_s \simeq \frac{A_0}{1+\frac{R_3}{R_2}}V_{off}} \qquad V_s \simeq \frac{10^6}{1+\frac{1}{5}10^6}V_{off} = V_{off}\,10^6$$

?

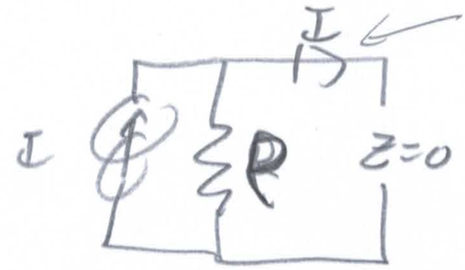
Très sensible à l'offset

4

9) AOP idéal

$$\begin{cases} Z_{out} = 0 \\ Z_{in} = 0 \end{cases}$$

10) → Z_{in} le + faible possible pour mesurer tt le courant :



tout le courant passe ici

2)

$E_3E_2 \backslash E_1E_0$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	X
11	0	0	0	X
10	1	0	0	X

$$\Rightarrow S = \bar{E}_2 \bar{E}_0 = \overline{E_2 + E_0}$$

3) Compteur non régulier

1	0001
3	0011
7	0111
6	0110

$\longrightarrow$ 3 bascules

Bascule D

CK	D	Q_+
$\uparrow$	0	0
$\uparrow$	1	1

Table de transition

	D
$0 \mapsto 0$	0
$0 \mapsto 1$	1
$1 \mapsto 1$	1
$1 \mapsto 0$	0

Q_2	Q_1	Q_0	D_0	D_1	D_2
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0

D_0

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	X	1	1	X
1	X	X	0	1

$$D_0 = \overline{Q_2} + \overline{Q_0} = \underline{\overline{Q_0 \cdot Q_2}}$$

La solution (XOR) $D_0 = Q_2 \oplus Q_0$ fonctionne aussi! (Ce n'est pas la plus simple)

D_1

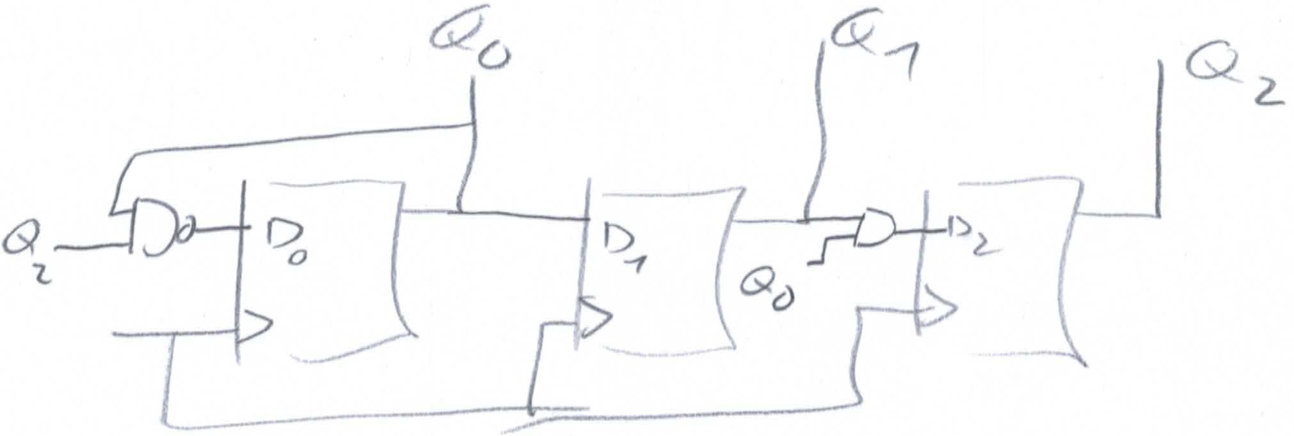
Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	X	1	1	X
1	X	X	1	0

$$\underline{D_1 = Q_0}$$

D_2

Q_2 \ Q_1Q_0	00	01	11	10
0	X	0	1	X
1	X	X	1	0

$D_2 = Q_1 Q_0$



4) $\overset{0}{1}$ $\overset{1}{3}$ $\overset{2}{7}$ $\overset{3}{6}$ $\overset{4}{3}$ $\overset{0}{1}$ 3 7 6 3 1

A B A B

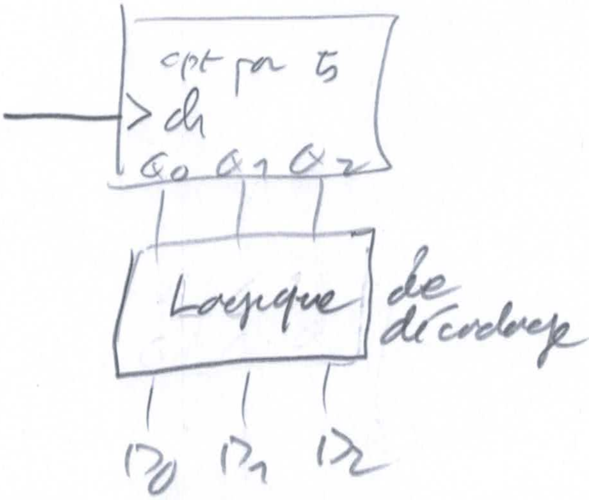
$A \neq B \rightarrow$ Ne peut pas être un compteur car $\left.\begin{matrix} 3 \rightarrow 7 \\ \text{ou} \\ 3 \rightarrow 1 \end{matrix}\right\}$ impossible

1 3 7 6 3 5 états $\Rightarrow$ 3 bascules suffisent

$2^3 - 1 = 7$

3

5)



Etat voulu

	$Q_2 Q_1 Q_0$	D_0	D_1	D_2	
0	000	0	0	1	1
1	001	0	1	1	3
2	010	1	1	1	7
3	011	1	1	0	6
4	100	0	1	1	3

$D_0 = Q_1$

$D_1 = Q_2 + Q_1 + Q_0$

$D_2 = \overline{Q_1 Q_0}$

D_1

$Q_2 \backslash Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	x	x	x

$D_1 = Q_2 + Q_0 + Q_1$

D_2

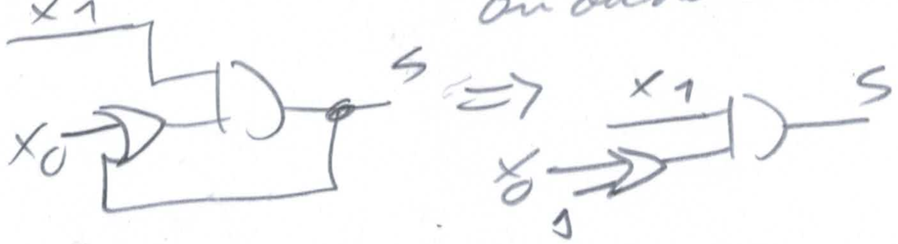
$Q_2 \backslash Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	x	x	x

ce groupement n'est pas utile

$D_2 = \overline{Q_0} + \overline{Q_1} = \overline{Q_1 Q_0}$

4)

on ouvre la boucle



s	x_1	x_0	x_0+s	$s = x_1 \cdot (x_0+s)$
0	0	0	0	$\boxed{0}$
0	0	1	1	$\boxed{0}$
0	1	0	0	$\boxed{0}$
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	$\boxed{1}$
1	1	1	1	$\boxed{1}$

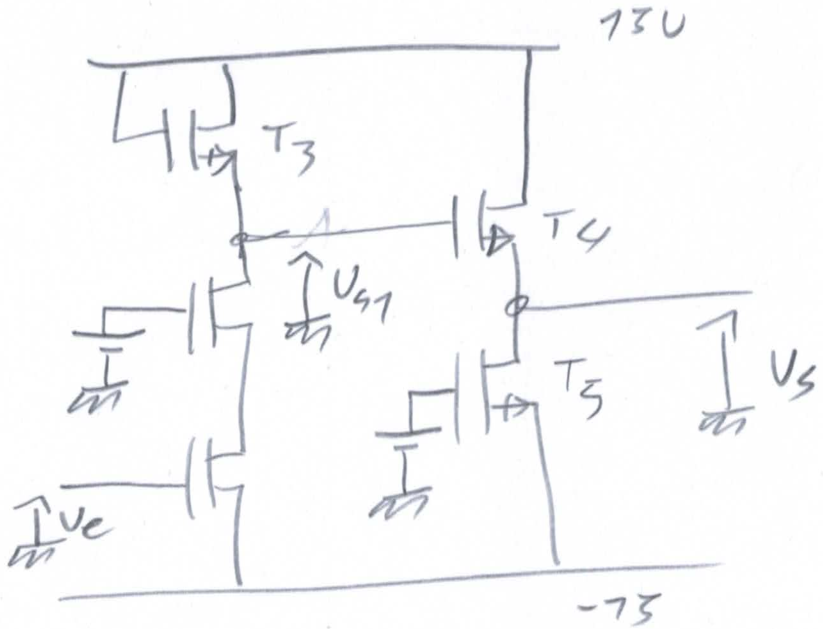
$\boxed{\ }$ = états stables

S

s \ x_1x_0	00	01	10	11
0	$\boxed{0}$	$\boxed{0}$	$\boxed{0}$	1
1	0	0	$\boxed{1}$	$\boxed{1}$

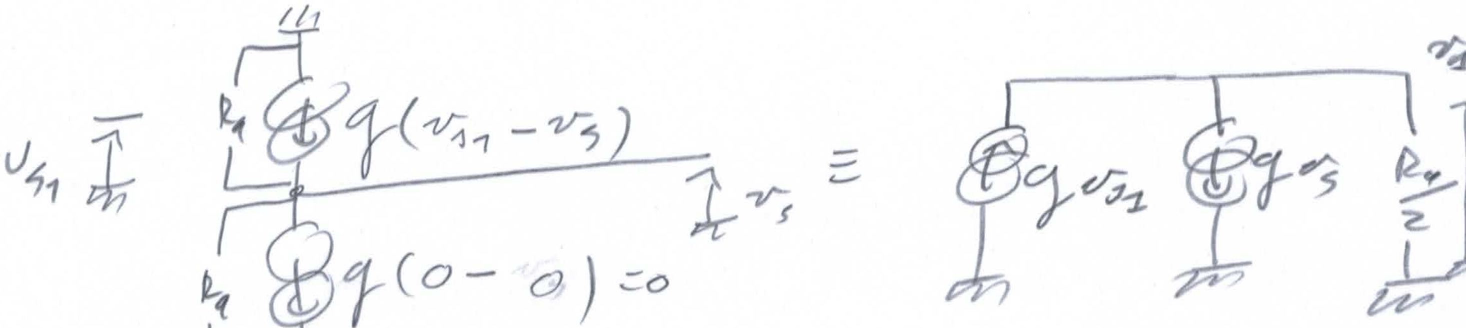
x_1	x_0	s^+
0	0	0
0	1	0
1	0	s^-
1	1	1

VI) Amplificateur à transistors NMOS

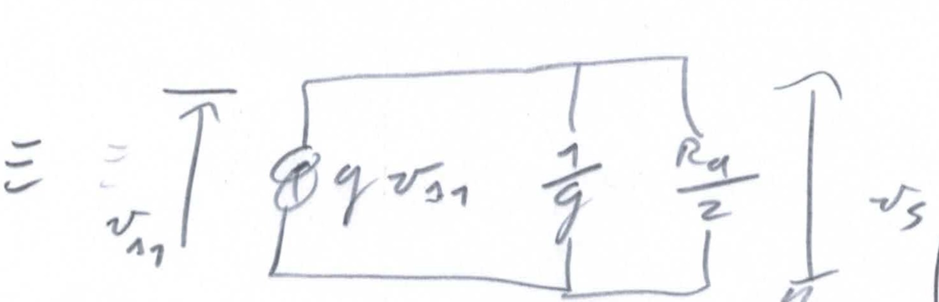


Etage de sortie

1) schéma équivalent petit signal :



$\frac{1}{g} = 100\,\Omega$



$\frac{R_a}{2} = 50\,k\Omega$

$$\boxed{AN : \frac{v_s}{v_{s1}} \simeq 1}$$

2) $$\frac{v_s}{v_{s1}} = g\left(\frac{R_a/2 \cdot \frac{1}{g}}{\frac{1}{g} + \frac{R_a}{2}}\right) = \boxed{\frac{R_a}{R_a + \frac{2}{g}} = \frac{v_s}{v_{s1}}}$$

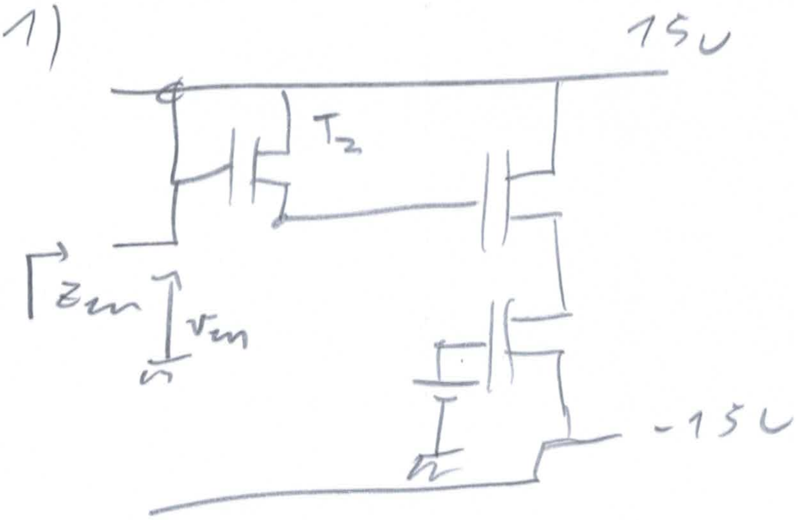
3) $R_{in} = \infty$

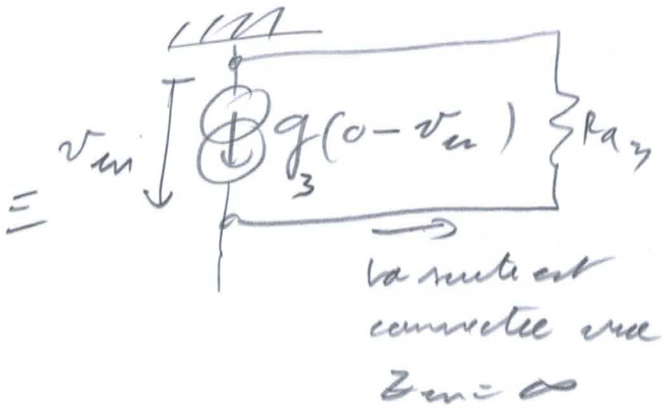
$R_s = \frac{1}{g} // \frac{R_a}{2} \simeq \frac{1}{g} = 1k\Omega$

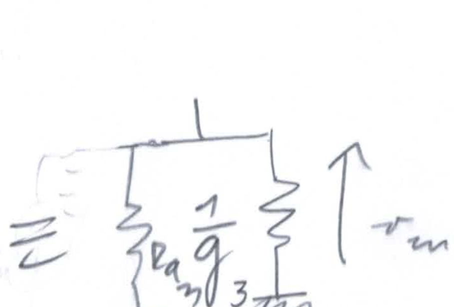
4) T5 sert à la polarisation
(Il assure la polarisation)

Etage d'entrée

1)

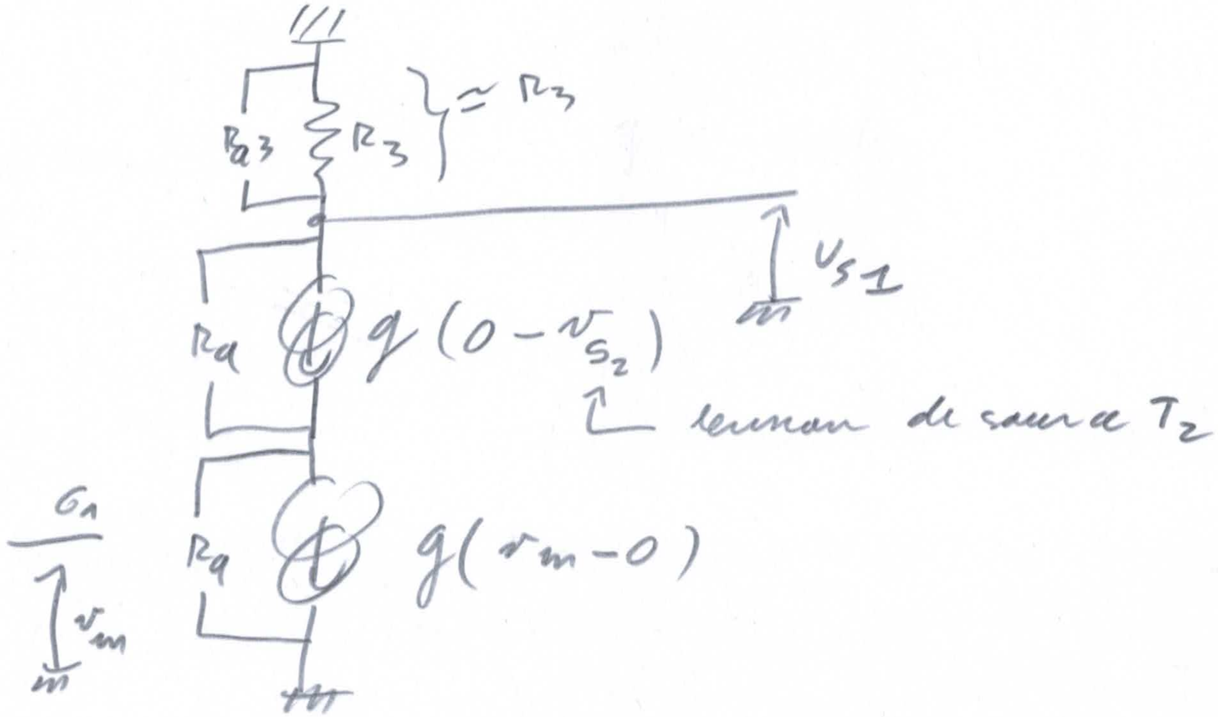


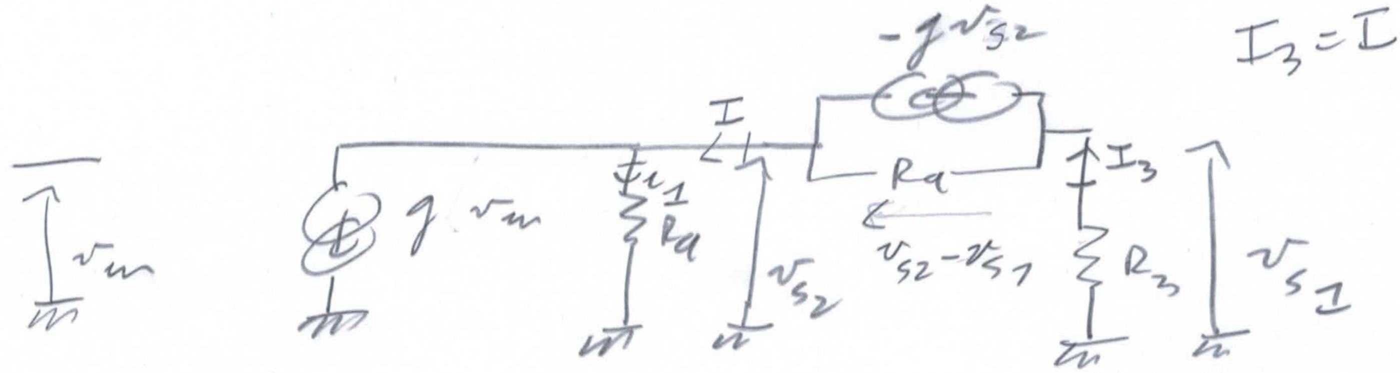




2) $\left.\begin{array}{l} \frac{1}{g} = 1k\Omega \\ R_{a_3} = 200\,k\Omega \end{array}\right) \simeq \underline{1k\Omega} \simeq \frac{1}{g}$

schéma eq petit signal étage d'entrée





$$\begin{cases} i_1 = \dfrac{v_{S2}}{R_a} \Rightarrow I = g\,v_m + \dfrac{v_{S2}}{R_a} \\ I = -g\,v_{S2} - \dfrac{v_{S2}}{R_a} + \dfrac{v_{S1}}{R_a} \simeq -g\,v_{S2} + \dfrac{v_{S1}}{R_a} \\ v_{S1} = -R_3 I \end{cases}$$

$$g v_{in} + \frac{v_{s2}}{R_a} = -g v_{s2} - \frac{v_{s2}}{R_a} - \frac{v_{s1}}{R_a}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{10\,10^{-3}} = 0{,}1\,10^{3}$$

$$R_a = 100\,10^{3}$$

$$\frac{v_{s1}}{R_a} + g v_{in} = -v_{s2}\left(g + \frac{1}{R_a}\right) = -v_{s2}\left(\frac{1}{R_a // \frac{1}{g}}\right)$$

$$\boxed{\frac{v_{s1}}{R_a} + g v_{in} \simeq -v_{s2}\, g}$$

$$v_{s2} = -v_{in} - \frac{v_{s1}}{R_a g}$$

$$v_{s1} = -R_3\left(g v_{in} + \frac{v_{s2}}{R_a}\right)$$

$$v_{s1} = -R_3\left(g v_{in} - \frac{1}{g R_a}\left(\frac{v_{s1}}{R_a} + g v_{in}\right)\right)$$

$$v_{s1} = -R_3 g v_{in} - \frac{R_3}{g R_a^2} v_{s1} - \frac{R_3 \cancel{g} v_{in}}{\cancel{g} R_a}$$

$$v_{s1}\left(1 + \frac{R_3}{g R_a^2}\right) = -v_{in}\left(R_3 g + \frac{R_3}{R_a}\right)$$

$$G = \frac{v_{s1}}{v_{in}} = -\frac{R_3 g + R_3/R_a}{1 + \frac{R_3}{g R_a^2}}$$

$$G = -\frac{R_3 g^2 R_a^2 + R_3 g R_a}{g R_a^2 + R_3} = -\frac{R_3 g (1 + g R_a) R_a}{g R_a^2 + R_3}$$

$$G \simeq -\frac{R_3 R_a g (1 + g R_a)}{g R_a^2 + R_3}$$

4

$$AN = -\frac{\cancel{10^3}\, 100\,10^3 \cdot 10\,\cancel{10^{-3}}\,(1 + 10\,10^{-3} \times 100\,10^3)}{10\,10^{-3}\,(100)^2(10^6) + 10^3} \simeq \frac{10^9}{10^8} = -10$$

5) T_1 T_2 → amplification (cascode)

T_3 → charge

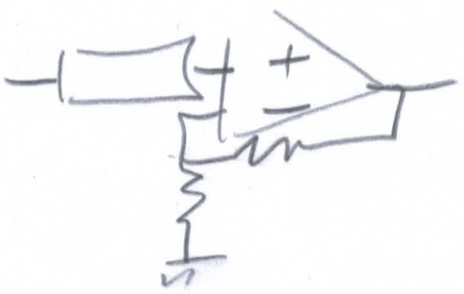
(gain total à vide -10)

6 Oscillateur à ligne à retard

1) L'hypothèse n'est pas réaliste, un système physique est toujours un passe bas.
(Passe haut = pas causal) (Kramers Kronig)

Cette hypothèse peut cependant être vérifiée sur une bande de fréquence limitée.

2) système en boucle ouverte



stable car bouclage sur l'entrée ⊖

3) Fonction de transfert BO

Gain montage AOP

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{BO(p) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) A_{tt} \cdot e^{-p\Delta t}}$$

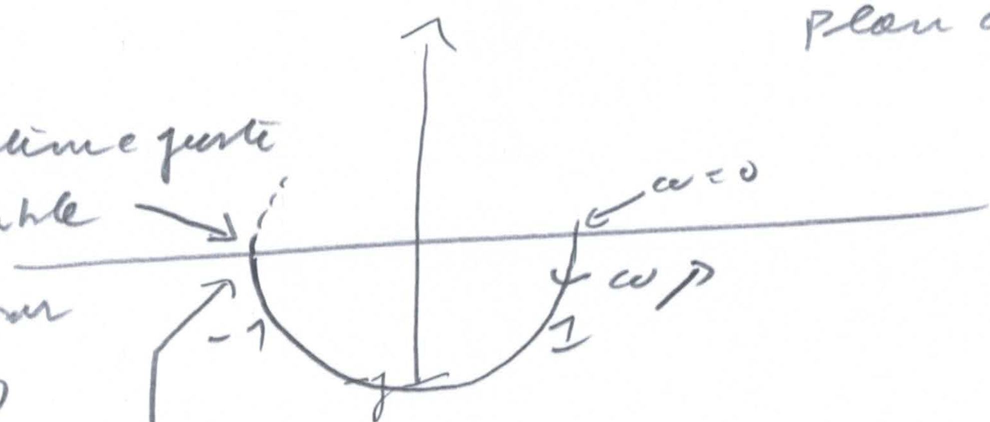
4) Critère du revers applicable, cas stable en boucle ouverte.

Le lieu de $BO(p)$ doit passer par le point $(-1,0)$ dans le plan de Nyquist

a) $BO(p) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)A_{tt} \cdot \underbrace{e^{-p\Delta t}}_{\text{cercle dans le plan de Nyquist}}$

système juste instable

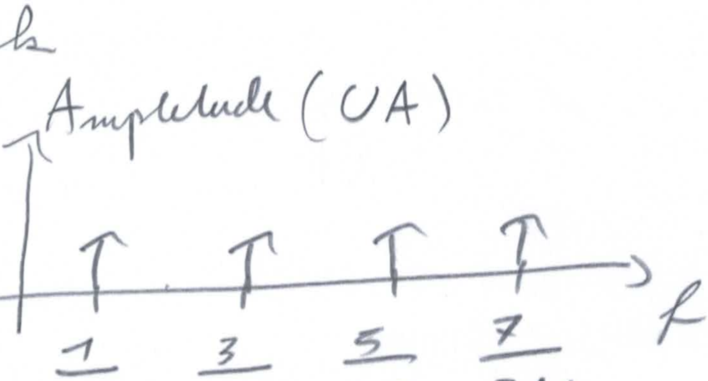
Passe par $(-1,0)$



$-\omega \Delta t = -\pi - 2k\pi$

$2\cancel{\pi} f \Delta t = +\cancel{\pi} + 2k$

$$\boxed{f_k = \frac{1}{2\Delta t} + k\frac{1}{\Delta t}}$$

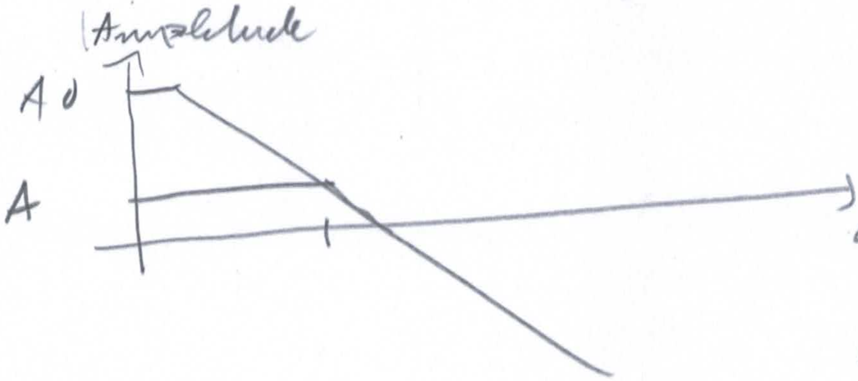


Fréquences d'oscillation possibles

Il faut aussi : $\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)A_{tt} = 1 \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{1-A_{tt}}{A_{tt}} = \frac{0{,}1}{0{,}9} = \frac{1}{9}$

2

b) $A_0 = 10^6$, $\omega_0 = 10\,Hz$



$A_0 \omega_0 = A \omega_c$

ω À la boucle, il faut compenser les pertes

$\Rightarrow A_0 \omega_0 = \frac{1}{A_{tt}} \omega_c$

$\boxed{\omega_c = A_{tt} A_0 \omega_0}$ $\omega < A_{tt} A_0 \omega_0$

$$BO(P) = \frac{A}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} A_{tt}\, e^{-j\omega \Delta T} = -1$$

$$\begin{cases} |BO(P)| = 1 \\ \mathrm{Arg}\left(BO(P)\right) = -\pi \end{cases}$$

$$|BO(P)| = A A_{tt} \left| \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \frac{A A_{tt}}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} = 1$$

$$\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}} = A A_{tt}$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_c^2} = (A A_{tt})^2 - 1$$

$$\omega^2 = \omega_c^2 A^2 A_{tt}^2 - 1$$

$$\boxed{\omega_{max} \simeq A_0 \omega_0 A_{tt}} \Leftarrow \boxed{\omega^2 = (A_0 \omega_0 A_{tt})^2 - 1}$$

En fait Il n'est pas possible d'osciller sinusoidalement.

La condition en fréquence est

$$\mathrm{Arg}\left[\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}\, e^{-j\omega\Delta T}\right] = -\pi - 2k\pi$$

$$\mathrm{Arg}\left(\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}\right) - \omega\Delta T = -\pi - 2k\pi$$

$$\mathrm{Arg}\left(\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}\right) = -\pi - 2k\pi + 2\pi\nu\Delta T$$
$$= \pi\left[2\nu\Delta T - 1 - 2k\right]$$

$$\mathrm{Arg}\left(1+j\frac{\omega}{\omega_c}\right) = \pi\left[1+2k - 2\nu\Delta T\right]$$
$$= \pi(1+2k) - \omega\Delta T$$

(Pas de solution fort limite de stabilité)