MECANIQUE DU SOLIDE ET DES MATERIAUX
PARTIE 2 (MSM2)

Cours	**17h**
TD	**6h**
TP	**45h(HMP)**
TUT	**(1+1opt)x2h**

Cours, TD, TP

Matteo Ciccotti
Prof. de l'ESPCI
Laboratoire SIMM
Esc H – H3.08

matteo.ciccotti@espci.fr
Réception lundi 15h-16h

TP, TD

Zorana Zeravcic

TD

Benoit Roman

José Bico

OBJECTIF

Prédire comment un objet répond à une charge

Matériau:

- Métal
- Céramique
- Polymère
- Composite

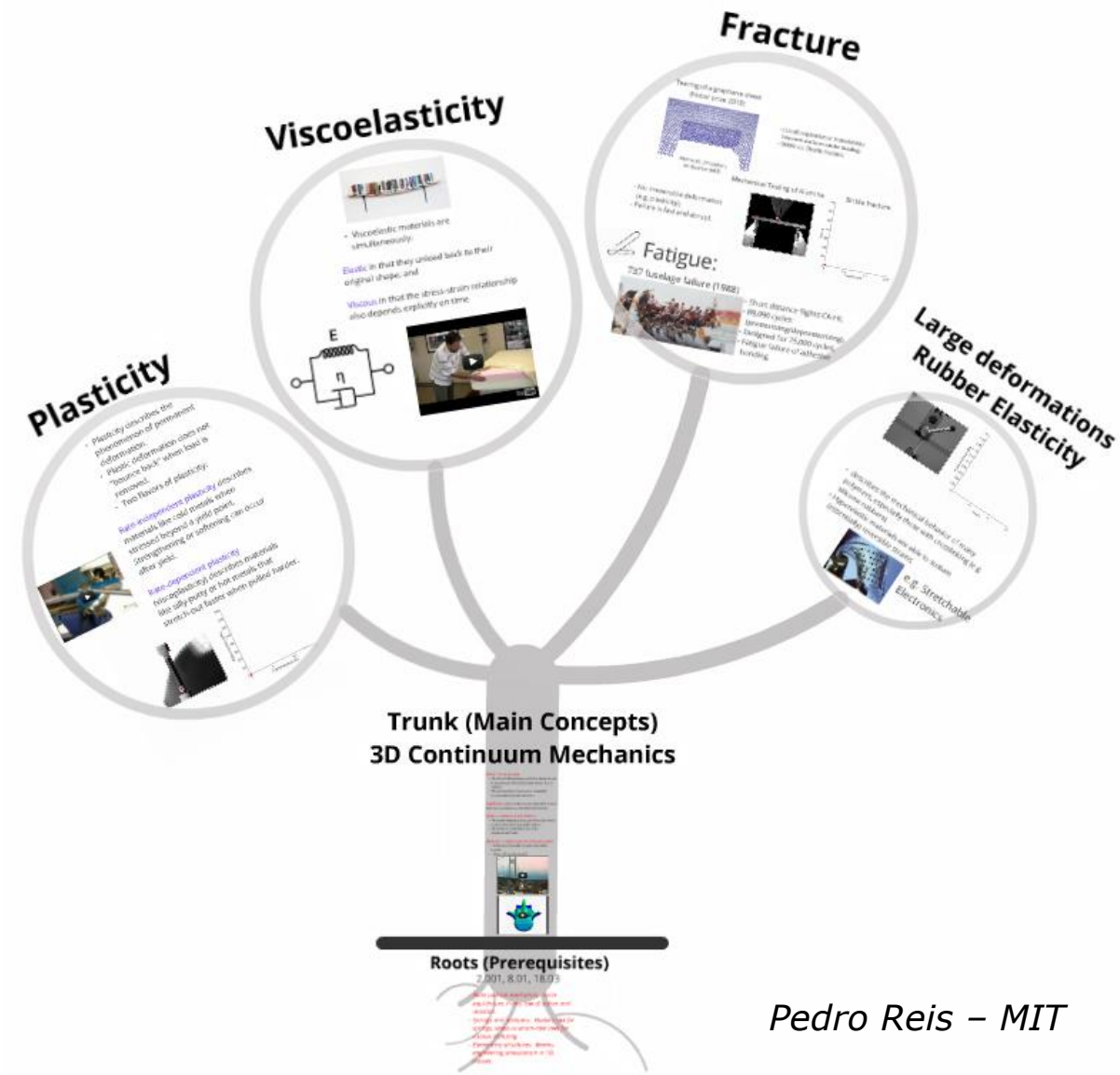
Structure:

- Forme
- Cinématique
- Corps continu
- Assemblage
- Éléments simples

- Déformation
- Relaxation
- Fluage
- Ecoulement
- Fracture

- Charge statique
- Gravité
- Elongation
- Cisaillement
- Flexion
- Torsion
- Impact

L'ARBRE DE LA MECANIQUE DES SOLIDES



Pedro Reis – MIT

RACINES:

Bases de mathématique

- Trigonométrie
- Systèmes de coordonnées (cartésienne, cylindrique et sphérique)
- Vecteurs (produits scalaire et vectoriel)
- Matrices (produits, diagonalisation, invariants)
- Développements limités
- Opérateurs différentiels (grad, div, rot)
- Intégrales en volume et en surface

Bases de mécanique

- Mécanique du solide non déformable (Prépas)
- Ressort élastique, amortisseur visqueux, frottement sec (1D)
- Structures élémentaires (éléments non déformables)
- Notions de contrainte et déformation (1D)

TRUNC: MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS ET ELASTICITE' (MSM1)

Mécanique des milieux continus (3D)

- Champ de déplacement et tenseur de déformation
- Tenseur de contrainte (représentations et valeurs principales)
- Equilibre statique et loi générale de la dynamique
- Conditions aux limites

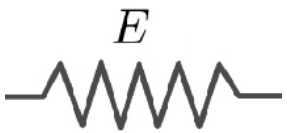
Théorie de l'élasticité linéaire (3D) (Problèmes statiques)

- Loi de Hooke généralisée (forme de Young et de Lamé)
- Modules élastiques
- Energie de déformation élastique
- Sollicitations simples: élongation, cisaillement, flexion, torsion
- Flexion de poutres élancées: traitement 1D
- Resistance des matériaux

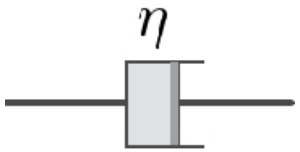
BRANCHE 1: VISCOELASTICITE

Les matériaux **viscoélastiques** (surtout polymères) partagent certains traits des matériaux élastiques et des fluides newtoniens et ceci même pour des déformations arbitrairement petites

$$\sigma \sim E\varepsilon$$



$$\sigma \sim \eta\dot{\varepsilon}$$



De conséquence la réponse à une sollicitation sera en général:

1) retardée
2) sensible au temps/rapidité d'application de la charge
3) sensible à la température (comme la viscosité)

Pneu

Amortisseur

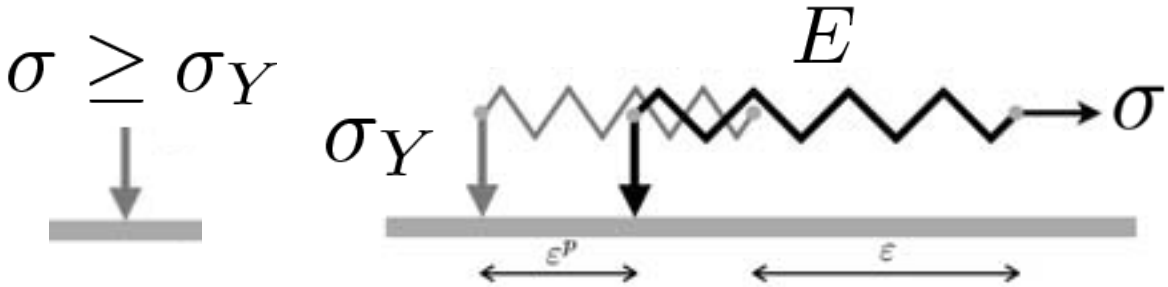
Joint

Mousse

BRANCHE 2: PLASTICITE’

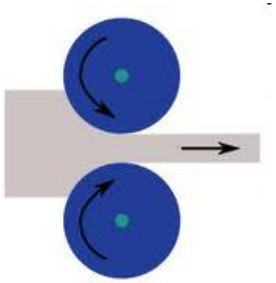
Les matériaux **(elasto-)plastiques** (surtout métaux) présentent

1) un comportement élastique jusqu’à un **seuil de contrainte**
2) un **écoulement** (généralement non-Newtonien) ensuite
3) des **déformations permanentes** après l’annulation de la charge



Si en outre ils sont sensibles à la rapidité de sollicitation, on parlera de matériaux **viscoplastiques** (surtout polymères)

Emboutissage



Laminage

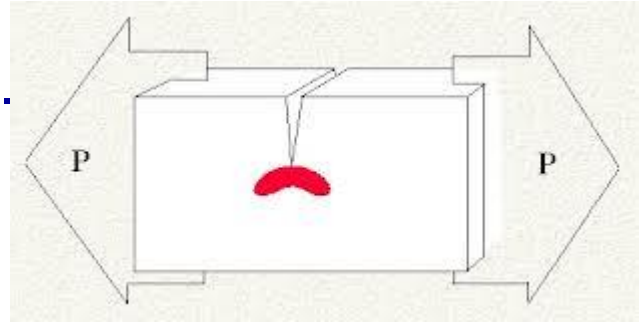
Extrusion

Dissipation

BRANCHE 3: FRACTURE-RUPTURE

$$\gamma, \Gamma$$

La fracture est essentiellement le phénomène de **création de nouvelles surfaces** à l'intérieur d'un objet aux dépenses de l'énergie mécanique. Il s'agit d'un **mode de ruine** généralement opposé à la plasticité et se terminant par la **séparation de l'objet en deux ou plus parties**. La présence d'une fissure dans un objet chargé s'accompagne d'une forte **concentration de contrainte**.

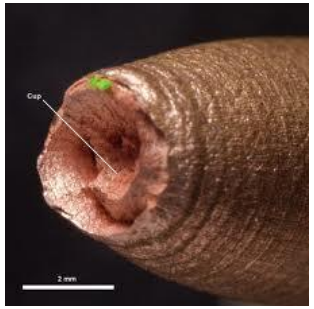


Test de rupture

Ténacité

On parlera de **fracture fragile** (céramiques) ou **ductile** (métaux) en mesure de l'entité des déformations plastiques permanentes subies pendant ruine.

Fragile



Ductile

BRANCHE 4: GRANDES DEFORMATIONS (ELASTIQUES ET PLASTIQUES)

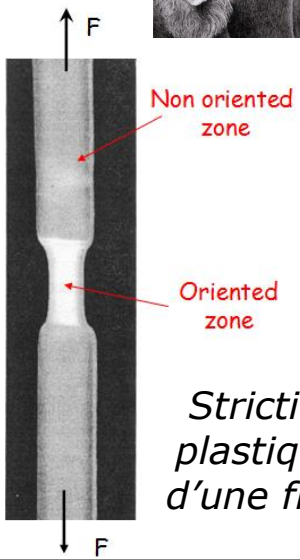
Dans la plus part des matériaux l'élasticité est limitée à des déformations de l'ordre de 1 %.

De façon surprenante les **élastomères** (et d'autres **matériaux mous**) présentent un **domaine élastique** (**réversible)** pouvant atteindre un étirement d'un **facteur 10** !
On parle d'**élasticité caoutchoutique.**

$$\varepsilon \sim 1$$

D'autres matériaux tels certains métaux et les polymères sémicrystallins peuvent présenter des **déformations plastiques exceptionnellement grandes**

Chewing gum



Striction plastique d'une fibre

PROGRAMME DU COURS

1. **Introduction**
2. **MMC, matériaux et comportements (rappels)**
3. **Elasticité (compléments)**
   - Méthodes énergétiques, stabilité et lois d'échelle
   - Ondes, vibrations, chocs
4. **Viscoélasticité**
   - Fluage, relaxation, modèles rhéologiques
   - Représentation en temps et fréquence
   - Transition vitreuse et équivalence temps-température
5. **Plasticité**
   - Seuil de plasticité, écrouissage, viscoplasticité
   - Modèles rhéologiques
   - Critères de plasticité 3D
6. **Rupture**
   - Mécanique de la fracture linéaire élastique
   - Mécanismes de dissipation
   - Adhésion, frottement, problèmes dynamiques

PROGRAMME DETAILLE SUR http://cours.espci.fr

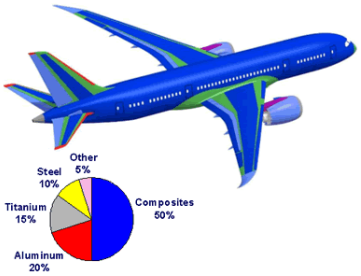
Mécanique des Solides et des Matériaux II
Promotion 138 - Année 2020/2021

17 h cours – 6h TD – 2(+2opt)h tutorat – 45h TP (HMP)

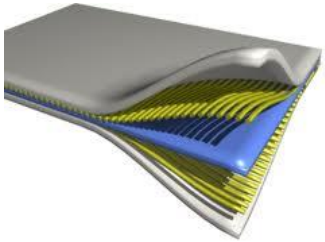
12/01	13h00 – 14h00	**1 - Introduction**
12/01	14h10 – 15h10	**2 - Mécanique des milieux continus** - classes de matériaux et comportements
18/01	14h10 – 15h10	**3 - Elasticité** - Energie Potentielle. Analyse de stabilité
18/01	15h20 – 16h20	**3 - Elasticité** - Bases de la méthode en loi d'échelle
20/01	13h00 – 14h00	**3 - Élasticité** - Séminaire élasto-dynamique, ondes et vibrations
20/01	14h10 – 15h10	**4 - Viscoélasticité** - Phénoménologie
26/01	13h00 – 14h00	**4 - Viscoélasticité** - Modèles rhéologiques, représentation temporelle
26/01	14h10 – 15h10	*TD 1: Instabilités élastiques en loi d'échelle*
01/02	13h00 – 14h00	**4 - Viscoélasticité** - Modules complexes, dissipation d'énergie
02/02	15h20 – 16h20	**4 - Viscoélasticité** - Séminaire matériaux polymères
09/02	13h00 – 14h00	**5 - Plasticité** - Phénoménologie, modèles rhéologiques
09/02	14h10 – 15h10	**5 - Plasticité** - Critères de plasticité, loi d'écoulement, dissipation
12/02	10h50 – 11h50	*TD 2: Atténuation ondes et vibrations*
15/02	08h30 – 09h30	**5 - Plasticité** - Séminaire matériaux plastiques
15/02	13h00 – 14h00	*TD 3: Rebonds viscoélastiques*
01/03	08h30 – 10h30	**6 - Rupture** - Résistance mécanique, concentration de contrainte
01/03	09h40 – 10h40	**6 - Rupture** - Théorie de la rupture linéaire élastique (LEFM), approches K et G
15/03	08h30 – 09h30	**6 - Rupture** - Stabilité, équivalence des approches, crack de Griffith
29/03	08h30 – 09h30	*TD 4: Flexion plastique*
06/04	10h50 – 11h50	**6 - Rupture** – Séminaire extensions LEFM
09/04	10h50 – 11h50	*TD 5: Problèmes simples de rupture élasto-adhésive*
12/04	08h30 – 09h30	*TD 6 : La découpe à l'heure de l'apéro*
12/04	09h40 – 10h40	**7 - Conclusion**

APPLICATIONS

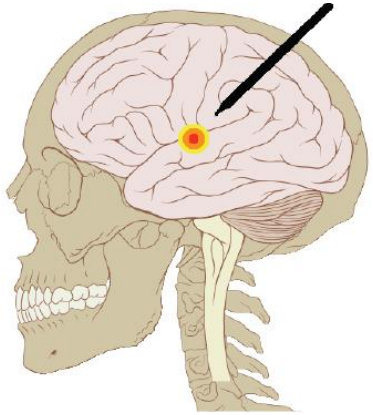
Transporter



Rendre léger
Economiser



Ne pas perturber

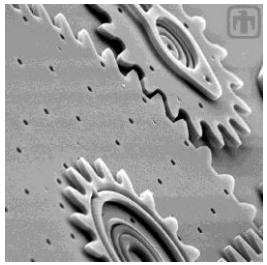


Faire du sport

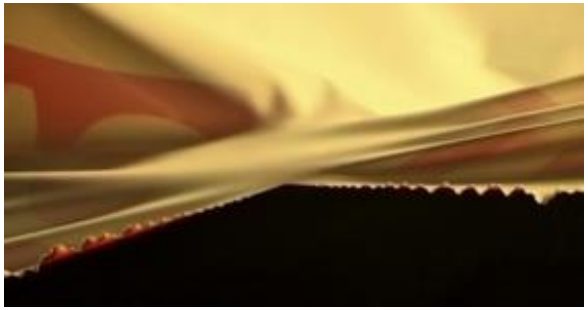
Mais aussi:

Habiter
Contenir
Protéger
Garantir
Dimensionner
Décorer
Déguster

Miniaturiser



Déchirer, ouvrir



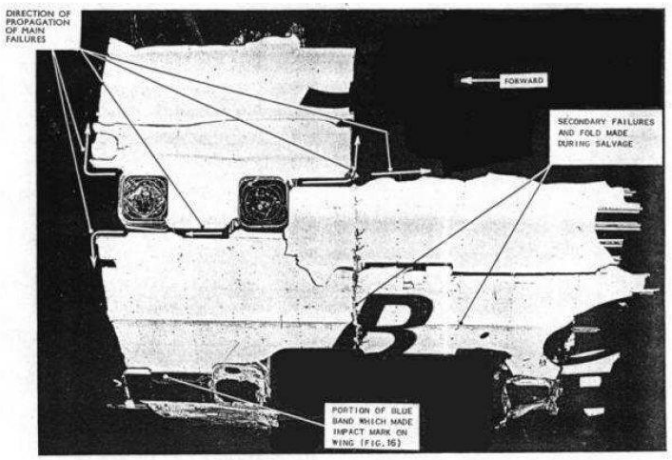
CE QUE L'ON VEUT EVITER…

Aloha jet accident (1988)

Aéroport Charles de Gaulle (2004)

Liberty ships (1943)

Comet Flight SA201 (1954)



DES GRANDEURS, DES MOTS… L'ECHELLE ANTHROPIQUE

Longueur	L : 1 mm ÷ 1 m
Temps	t : 1 s ÷ 1 h
Température	T : 25 C ~ 300 K $k_BT \sim 4 \cdot 10^{-21}$ J
Pression	P : 1 atm ~ 10^5 Pa ~ 1 kg/cm^2
Accélération de gravité	g : 10 m/s^2
Masse volumique	ρ : 1000 kg/m^3
Force	F ~ 10 kg ~ 100 N
Déplacement	u, δ [m] ~ 1 cm
Moment	M ~ FL ~ 100N*1m ~1000 Nm
Vitesse	v ~ 1 mm/s ÷ 1 m/s

DES GRANDEURS, DES MOTS… L'ECHELLE ANTROPIQUE

Déformation	$\varepsilon \sim du/dx$	(sans dimension !)
Compression	$\sigma \sim F/S \sim 10$ kg/1cm$^2 \sim 1$ MPa	
Modules élastiques	E, μ, λ, K [Pa]	(Mou si E<1 MPa)
Raideur à flexion	$B = EI \sim Er^4$	(r ~1 cm, mou si E<1 GPa)
Energie élastique	U_{el} [J], $\mathcal{U}_{el}$ [J/m^3] ~ E	
Résistance à rupture	$\sigma_F \sim E$	
Résistance à la plasticité	$\sigma_Y \sim E$	
Viscosité	η [Pa·m]	(coule en 1s si η <MPa·m)
Energie de surface (solide)	γ [J/m^2, F/m]	
Energie de fracture	Γ, G_C [J/m^2]	
Ténacité	K_C [Pa·m$^{1/2}$]	
Dureté	$H \sim \sigma_Y$ [~Pa]	(Mou si H<1 MPa)

Matériau élastique/fragile :	Verre
Matériau plastique/ductile :	Métal
Matériau viscoélastique/plastique :	Polymère

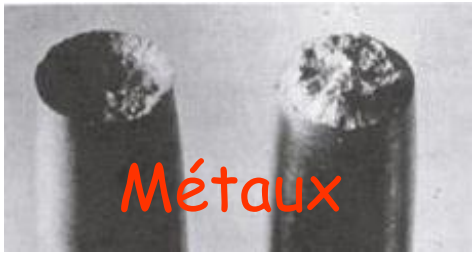
Echelles
Dissipation
Organisation

Adhésifs

MOU

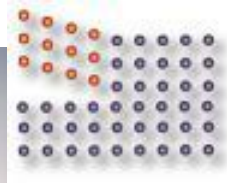
Gels

DUCTILE



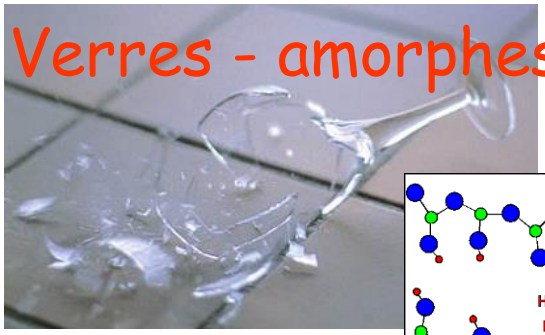
Métaux

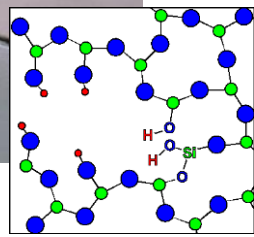
Cristaux



FRAGILE

Verres - amorphes





Os

Structures

Roches

Banquise

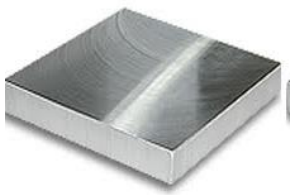
Hétérogénéité

DUR OU MOU?
(Rigide-complaisant)

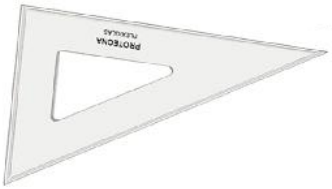
Ordre de grandeur du module élastique

$$E$$

~200 GPa
Acier



~1 GPa
Plexiglas



~1 MPa
Latex

~1 kPa
Flan

Matériau ou structure? Parfois les sens peuvent tromper !

Fibres de verre
~70 GPa

Cheveux
~1 GPa

Film cuisine
~1 GPa

Film alu
~70 GPa

$$B = EI$$

Pour les objets élancés la flexion est beaucoup plus souple!

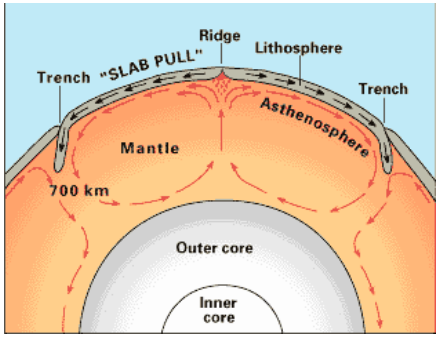
SOLIDE OU LIQUIDE?

(la rhéologie « panta rei » Héraclite)

Solide non déformable (pas ici)

Solide déformable élastique:
Admet état équilibre sous sollicitation

Fluide visqueux:
Subit écoulement pour toute sollicitation



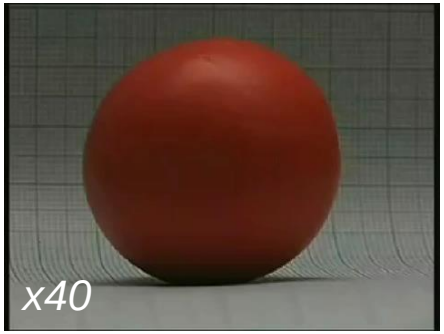
Manteau terrestre

Dans la vraie vie?
Une question d'**échelle de temps**…

$$De = \frac{\tau}{t_{\exp}}$$

Nombre de Deborah

Markus Reiner depuis la Bible (Livre des Juges 5:5)
« Les montagnes coulèrent avant le Seigneur »



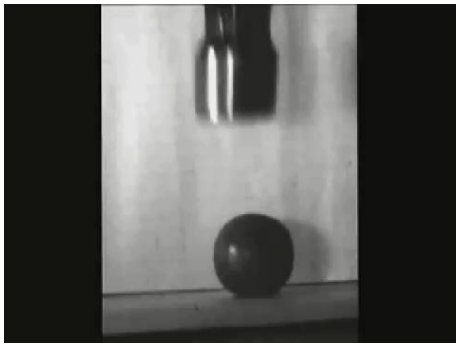
Silly Putty

…de **contraintes**!
La plasticité est l'écoulement de solides!

…et **de température!**

$$\mu, \eta, \sigma_y, \tau, k_B T$$

ÇA COULE OU ÇA CASSE? (les modes de ruine)



La déformation élastique comporte une accumulation d'énergie mécanique

Plasticité et fracture sont deux modes antagonistes de relaxer cette énergie (**ductilité** et **fragilité**)

Encore une fois c'est une question de
- échelle de temps
- température
- contraintes

$$\mu, \eta, \sigma_y, \tau, k_B T$$

$$\gamma, \Gamma$$

...OU ÇA PLIE?

CHAUD OU FROID?

$k_B T \qquad U_d = Q$

SI ÇA DISSIPE ÇA CHAUFFE ! (couplage thermomécanique)

1) La température affecte le comportement !

2) Dissipation implique l'échauffement !

Avantages:
- Amortissement
- Protection des chocs
- Eviter éclats

Désavantages:
- Consommation
- Echauffement

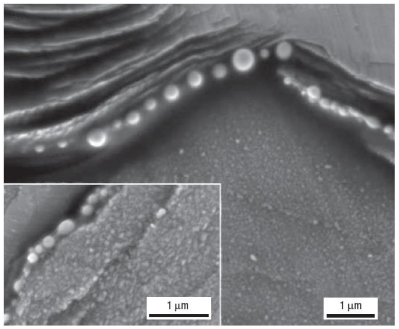
No panic!
Approximation isotherme!

Fusion de roche

Balle de squash

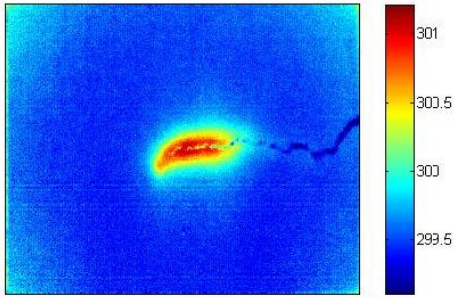
Roulement de pneu

Echauffement par plastification



Lewandowski 2006

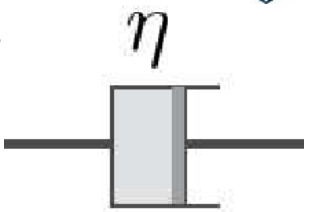
Fissure chaude? (IR)



Santucci 2006

LENT OU RAPIDE?
(Quasistatique ou dynamique?)

La dissipation implique la sensibilité à l'échelle de temps

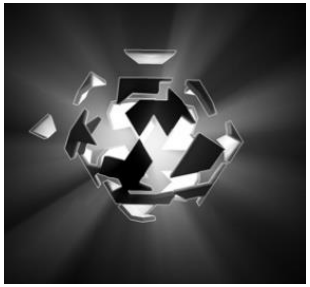


1) Viscosité : $\sigma \sim \eta \dot{\varepsilon}$

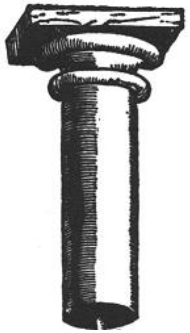
2) Visco-élasticité $\sigma + \tau \dot{\sigma} = E_0 \varepsilon + \tau E_\infty \dot{\varepsilon}$

3) Visco-plasticité $\sigma \sim C \varepsilon^\alpha \dot{\varepsilon}^\beta$

$$\tau = \frac{\eta}{E}$$



PETIT OU GRAND
(les échelles physiques de couplage)



Rapport surface volume

$$\frac{S}{V} = \frac{L^2}{L^3} = \frac{1}{L}$$

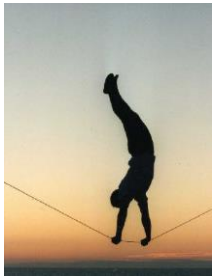
Supporter son propre poids (débout)

$$\sigma = \frac{F}{L^2} = \frac{\rho g L^3}{L^2} = \rho g L \leq \sigma_C = \sigma_y, \sigma_F$$

$$\frac{\rho g L}{\sigma_C, \sigma^*, E} << 1$$

Adhésion et tension de surface

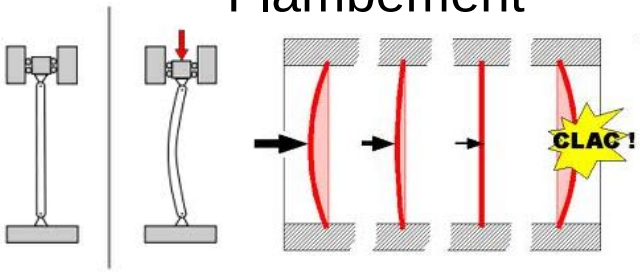
$$\frac{U_{elast}}{U_{surf}} = \frac{EL^3}{\gamma L^2} = \frac{EL}{\gamma} << 1$$



LE FRISSON DE L'INSTABILITE'

Des clacs…

Flambement

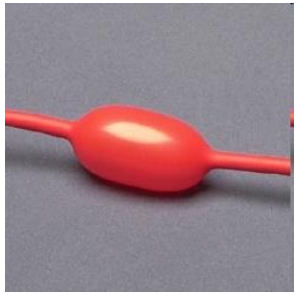


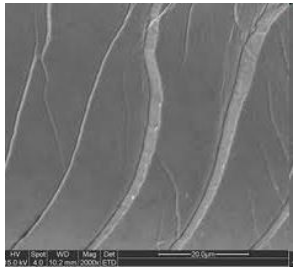
Fracture

Des localisations…

Striction

Gonflement

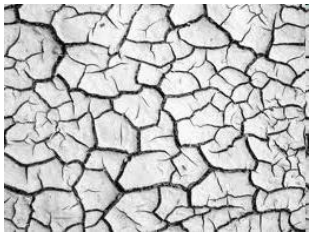




Bandes de cisaillement

Des morphologies…

Faïençage



Plis

Des rythmes…

Pelage

Slow

DES NOMBRES SANS DIMENSION… ET DES ECHELLES PHYSIQUES

$$De = \frac{\tau}{t^*}$$ Nombre de Deborah

$$\alpha = \frac{E_a}{k_B T}$$ Nombre d'Arrhenius

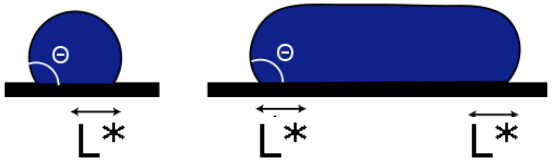
En MécaFlu:

Knudsen
Reynolds
Mach
Prandtl

$$\frac{\rho g L^*}{\sigma_{y,F}}$$ L* = longueur de ruine

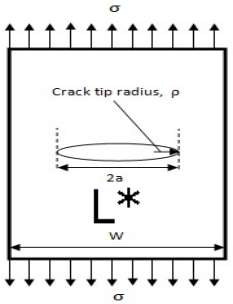
$$\frac{\rho g L^*}{E}$$ L* = longueur d'affaissement

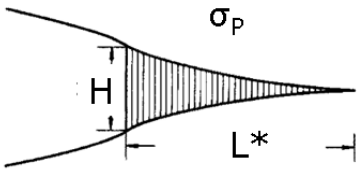
$$\frac{\rho g L_*^2}{\gamma}$$ L* = Longueur capillaire



$$\frac{E\gamma}{\sigma_F^2 L^*}$$ L* = longueur de Griffith

$$\frac{E\gamma}{\sigma_y^2 L^*}$$ L* = longueur de Dugdale

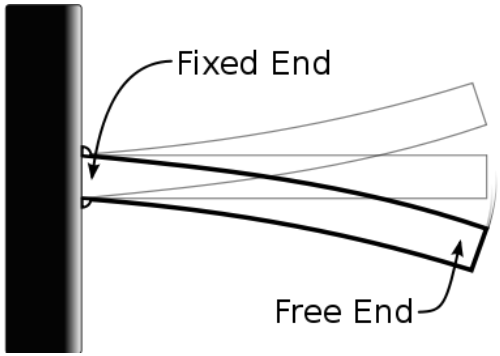


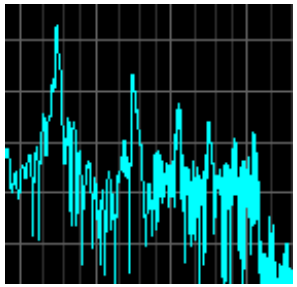


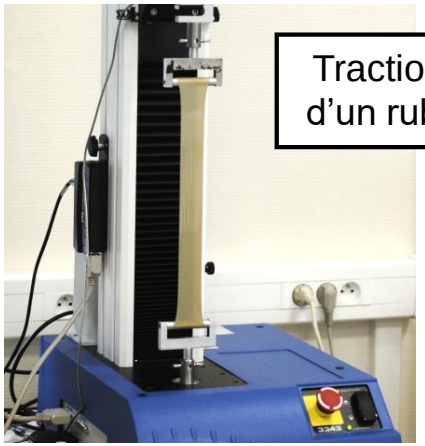
LES COUPLAGES

TRAVAUX PRATIQUES HMP (2/4)

Vibration de poutres

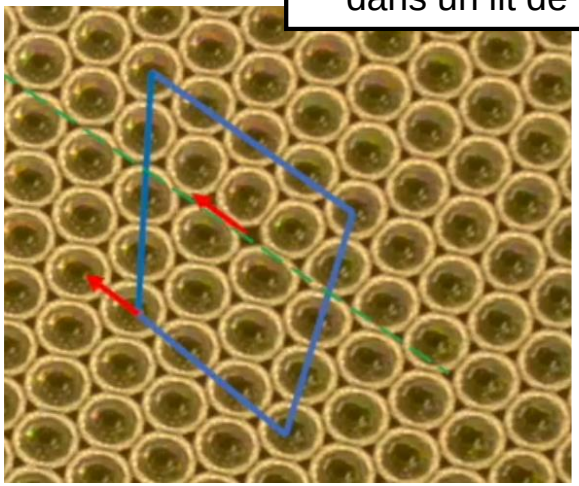


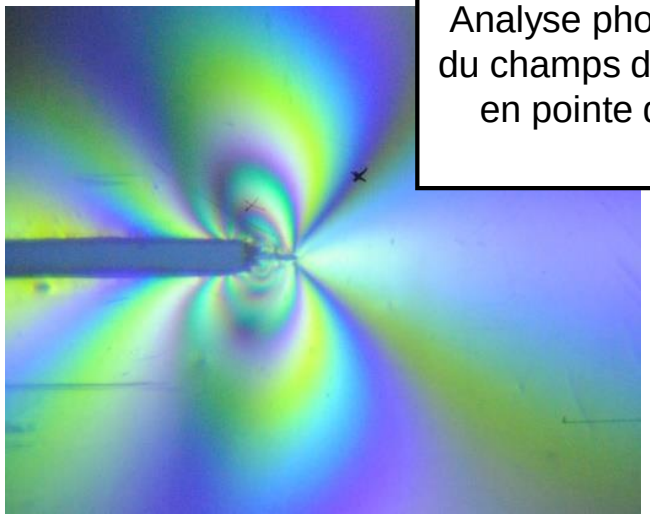




Traction viscoplastique d'un ruban de polymère

Dislocations plastiques dans un lit de bulles





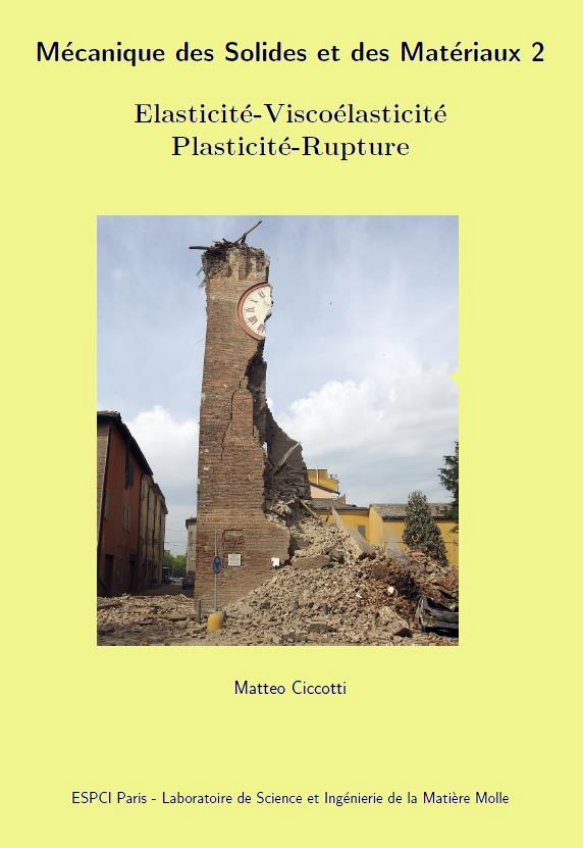
Analyse photoélastique du champs de contrainte en pointe de fissure

LES TUTEURS

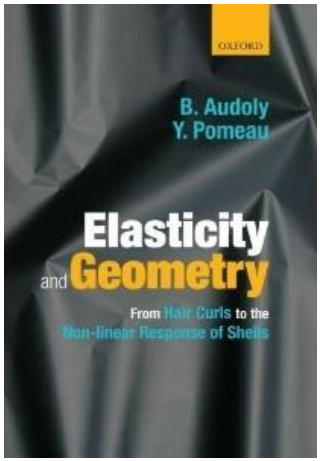
Matteo Ciccotti matteo.ciccotti@espci.fr	Antoine Chateauminois antoine.chateauminois@espci.fr	Etienne Barthel etienne.barthel@saint-gobain.com
Frédéric Lechenault frederic.lechenault@gmail.com	Benoit Roman benoit.roman@espci.fr	Jeremy Hure jeremy.hure@cea.fr
Bruno Bresson bruno.bresson@espci.fr	Laurent Ponson laurent.ponson@upmc.fr	José Bico jose.bico@espci.fr

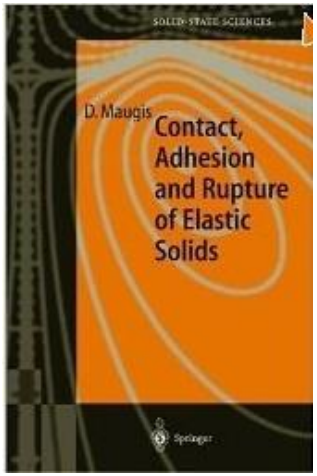
Sujet distribué 15 j avant (Séances: 05/05, 12/05, 08/06)
- 2h d'exposé discussion (tout le monde passe au tableau!)

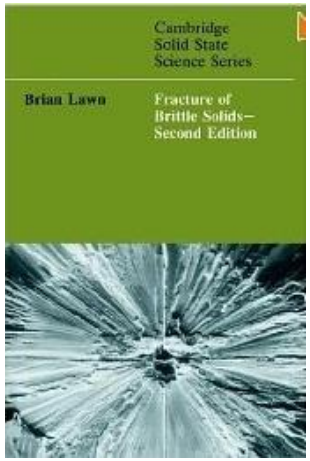
LES SUPPORTS



Pour approfondir….







http://cours.espci.fr

- Poly: cours au tableau
- Slides: séminaires
- Enoncés: Examens, TD, Tut, TP

L'EXAMEN

Evaluation :

1) Maîtrise des notions et concepts
2) Capacité de les appliquer en traitant des problèmes
3) Esprit de synthèse / interprétation

Format :

1) QCM
2) Exercice de méthode
   (Modèle, méthode de mécanique)

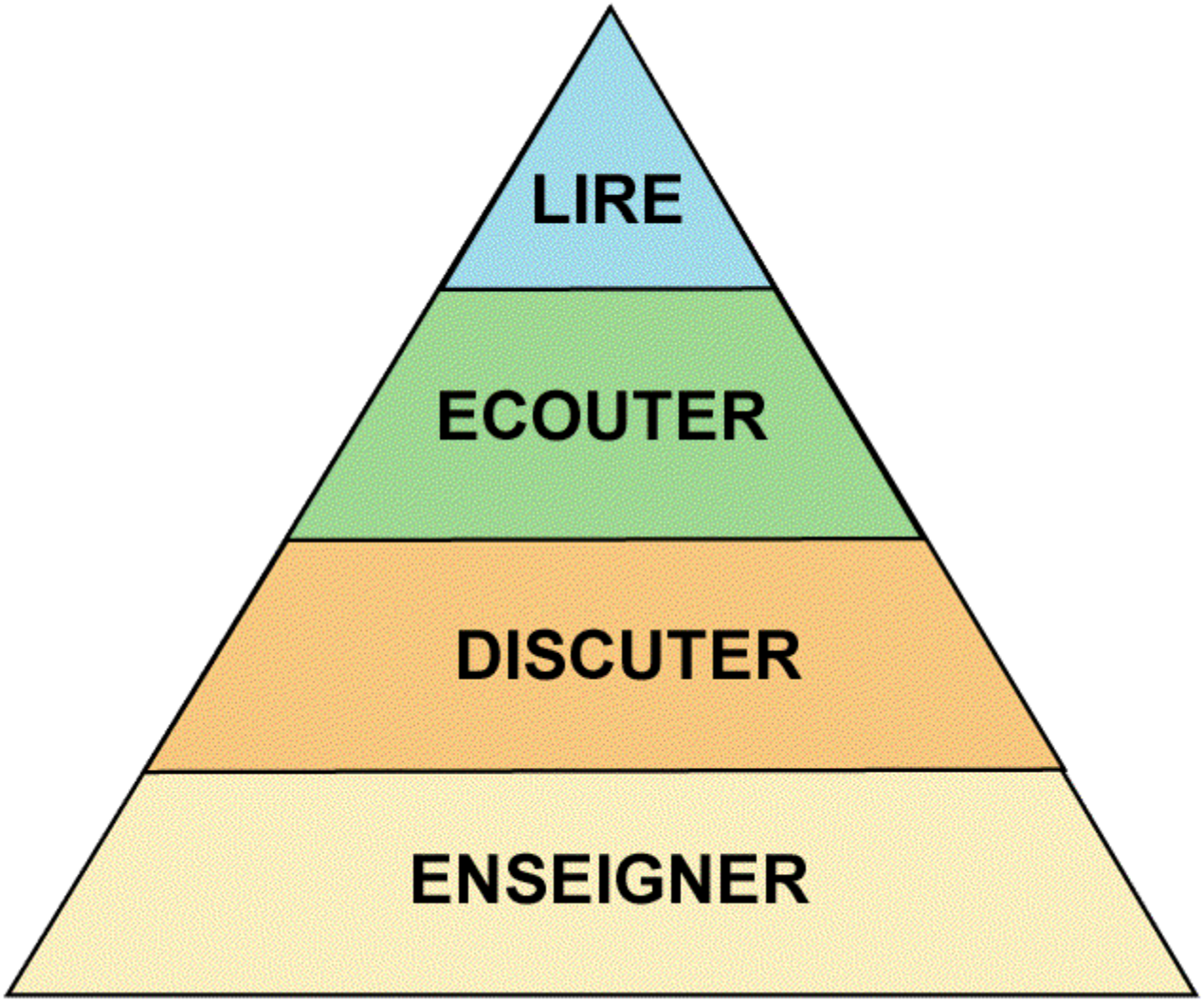
2) Exercices de modélisation
   (Phénomène, modèle simplifié, discussion critique)

3) Exercices d'interprétation
   (Phénomène, modèle qualitatif, interprétation)

Supports admis:

1) Feuille A4 RV manuscrite avec synthèse cours
2) Calculette basique (seulement !)

ON A VU…

- Objectifs
- Base de connaissances et prérequis
- Notions de Viscoélasticité, Plasticité et Rupture
- L'approche de la Mécanique Physique
- Des échelles anthropiques aux échelles physiques
- Les guides d'analyse et positionnement:
  - Dur/mou
  - Solide/fluide
  - Couler/casser/plier
  - Chaud/froid
  - Lent/rapide
  - Petit/grand
  - Stable/instable
- Guide aux TD, TP, TUT et Examen

LE TRIANGLE DE L'APPRENTISSAGE