

COURS DE MECANIQUE DU SOLIDE ET DES MATERIAUX (MSM2)

AMPHI 17: 6.3 EXTENSIONS DE LA LEFM

Matteo Ciccotti

Prof. De l'ESPCI

Laboratoire PPMD/SIMM

Esc H – H3.08

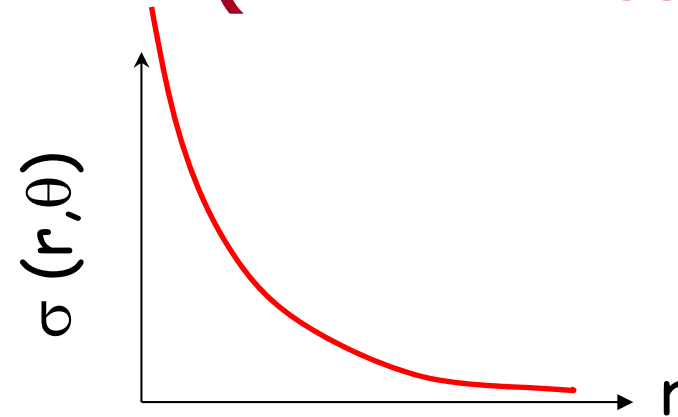
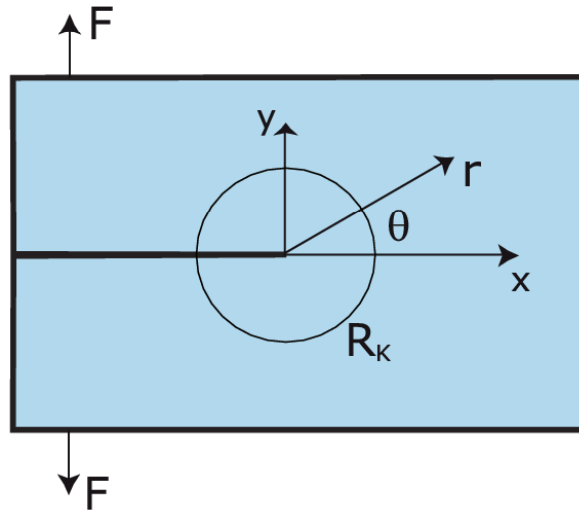


ON VA VOIR...

- Rappels LEFM K et G
- Et si à la pointe ce n'est pas linéaire élastique?
 - Phénoménologie de l'énergie de fracture
 - Ténacité d'un matériau visco/élasto/plastique
- Qui si on n'est pas dans le vide?
- Pourquoi les vraies fissures ne vont pas tout droit?
- Et si le matériau n'est pas homogène/isotrope?
- Et si la fissure n'est pas quasi-statique?



6.2 Mécanique de la rupture élastique linéaire (LEFM - Résumé)



Approche en énergie (Griffith)

$$G = -\frac{dU_{el}}{dA} + \frac{dW}{dA} \geq G_c = w$$

G: taux de restitution de l'énergie

G_c : énergie de fracture

Approche en contrainte (Irwin)

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

K : facteur d'intensité de contrainte

K_c : ténacité

Equivalence:

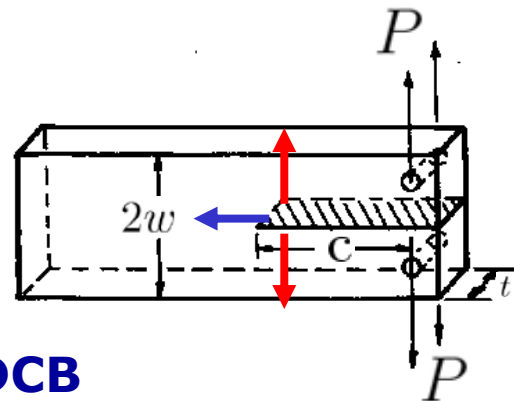
$$G_c = \frac{K_{Ic}^2}{E'}$$

$$K_I \geq K_{Ic}$$

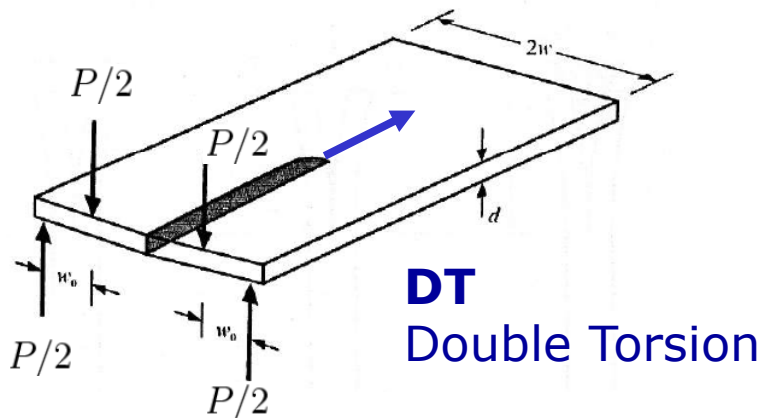


Etude de la propagation d'une fissure individuelle (voir 6.2.6)

Configurations expérimentales typiques en mode I (ouvrant):



DCB
Double Cantilever Beam

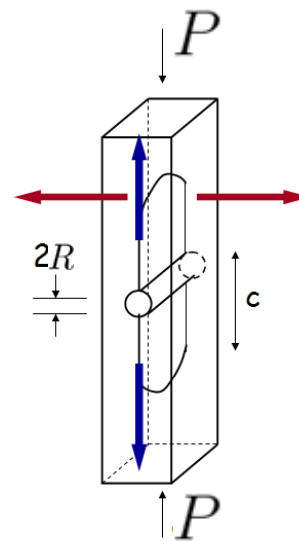


DT
Double Torsion

$$u = J(c) \cdot P \quad P = k(c) \cdot u$$

$$c \uparrow \quad J(c) \uparrow \quad k(c) \downarrow$$

$$U_{el} = \frac{1}{2} J(c) P^2 = \frac{1}{2} \frac{u^2}{J(c)} \quad dW = P du$$

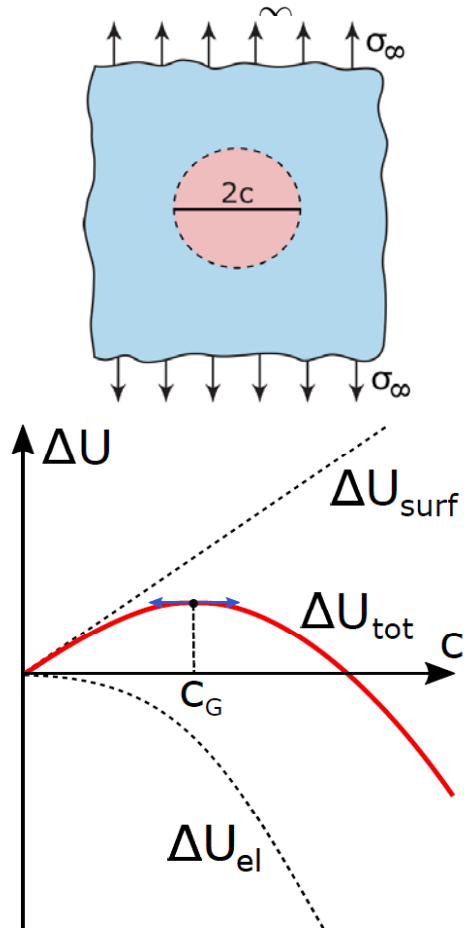


DCDC
Double Cleavage
Drilled Compression



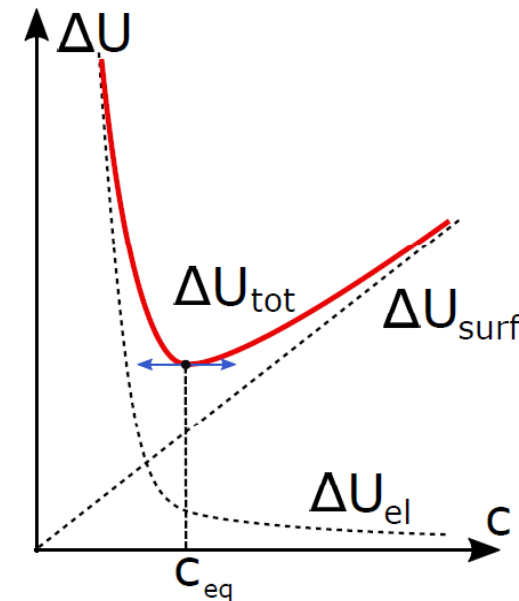
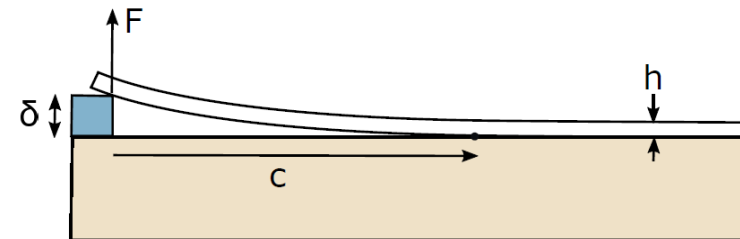
Propagation stable et instable (6.2.5)

'petite' fissure sous traction



Equilibre Instable !

Clivage – délamination de couche par test du rabot



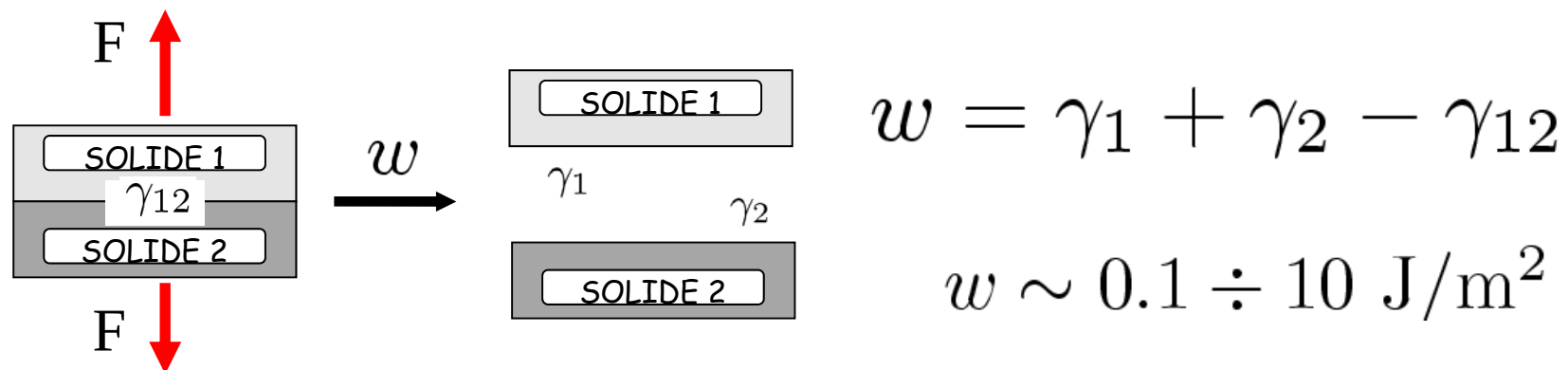
Equilibre stable !



L'énergie d'adhésion de Dupré

L'**énergie d'adhésion** w est définie comme le travail pour éloigner deux surfaces d'aire unitaire jusqu'à une distance infinie (de façon **quasi-statique et réversible**).

Elle peut être exprimée comme la différence entre la somme des énergies de surface des deux parties séparées et de l'énergie d'une interface.

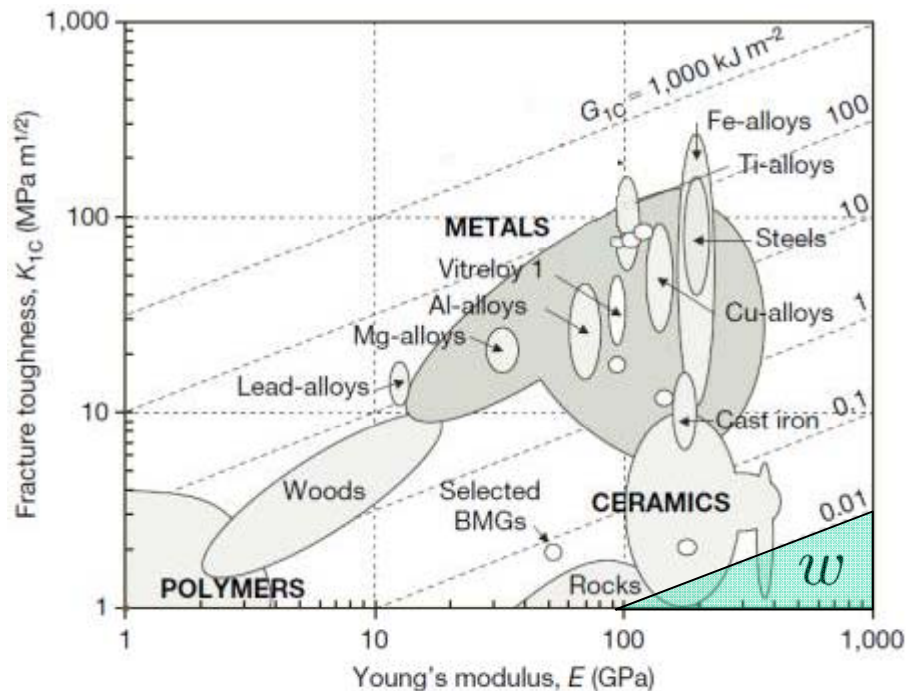


Pour deux surfaces identiques on parle d'**énergie de cohésion** et on a le cas particulier:

$$w = 2\gamma$$

6.3 Fracture dissipative

6.3.1 Validité expérimentale du modèle de Griffith?



Énergie d'adhésion/cohesion:

$$w \sim 0.1 \div 10 \text{ J/m}^2$$

Paradoxe :

Dans la plus part des matériaux:

$$G_c \gg 2\gamma \quad !$$

+

$$G_c = G_c(v) \quad !$$

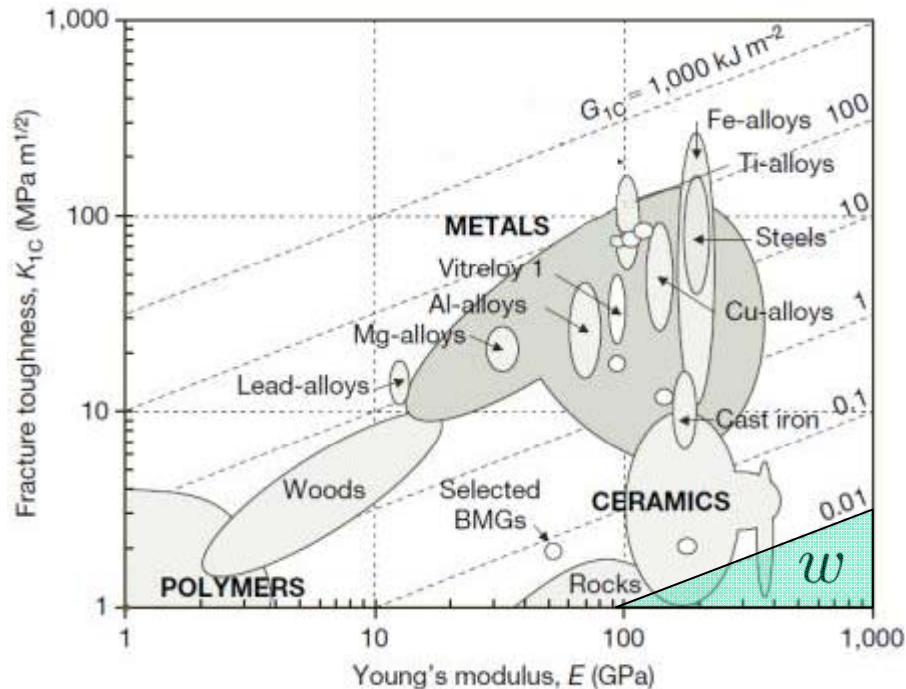
+

Pas de guérison !



RAPPEL: LINEAR ELASTIC FRACTURE MECHANICS

Extension to dissipative fracture (Small scale yield)



Cohesive energy:

$$w \sim 0.1 \div 10 \text{ J/m}^2$$

For most materials:

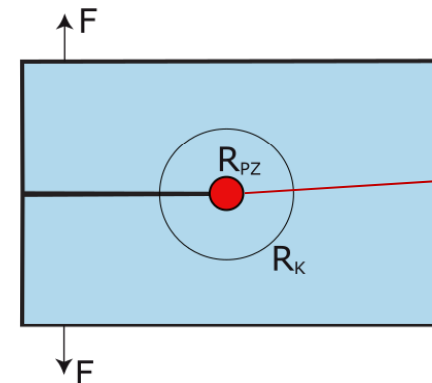
$$\Gamma = G_c \gg 2\gamma \quad !$$

+

$$\Gamma = G_c = G_c(v) \quad !$$

+

No healing !

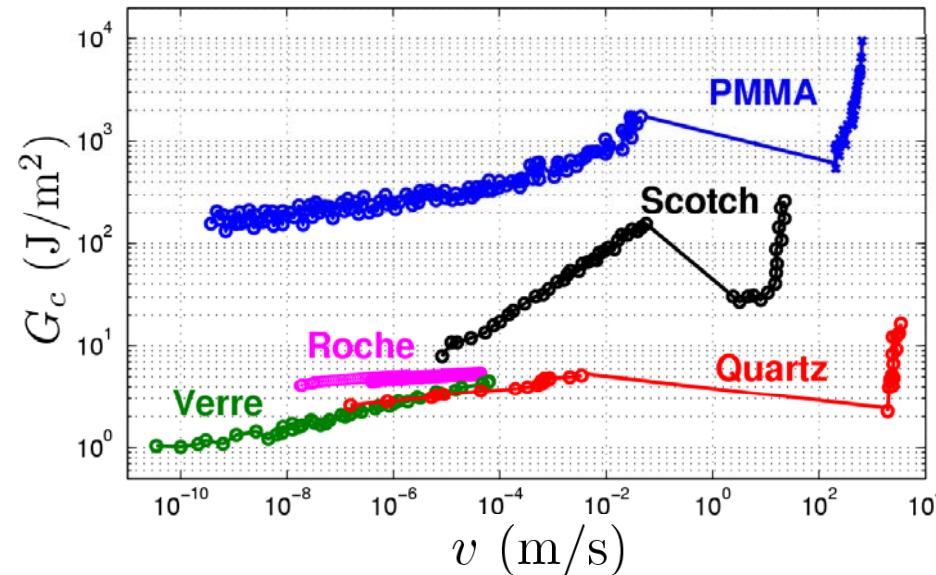


Zone de Process

$$K_{Ic} = \sqrt{G_c E'}$$

Γ **Effective fracture energy** Irwin (1948), Orowan (1949)

Où va le surplus d'énergie ?



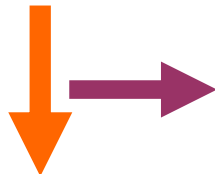
Vitesse faible
(quasistatique)

$$v \ll v_{son} \sim \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Vitesse élevée
(dynamique)

$$v \gtrsim v_{son} \sim \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

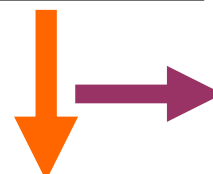
**Energie
mécanique**



**Energie
de surface**

**Energie
Dissipée $G_c(v)$!**

**Energie
mécanique**



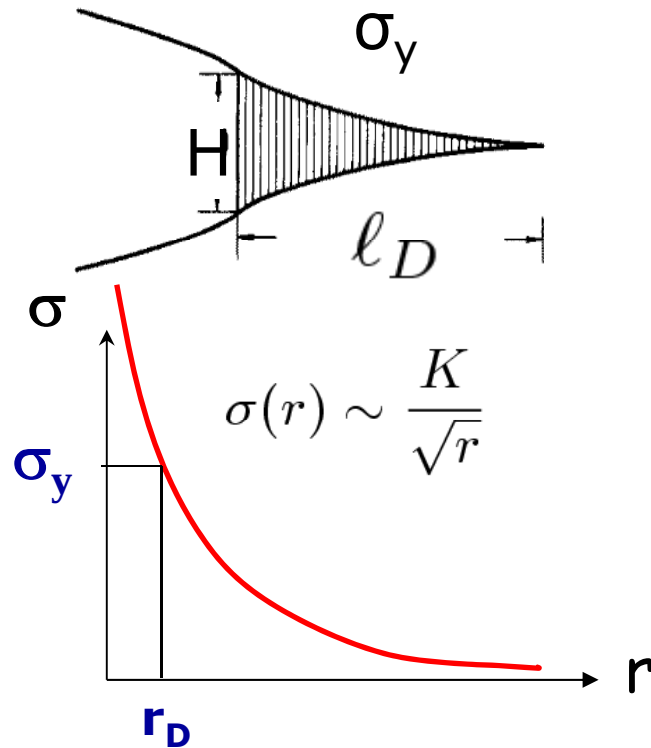
**Energie
de surface**

**Energie
Cinétique $G_c(v)$!**

6.3.3 Trois mécanismes clé de dissipation

1) Plasticité

(Dugdale, 1960)

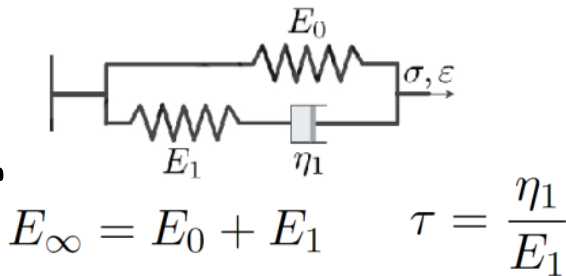
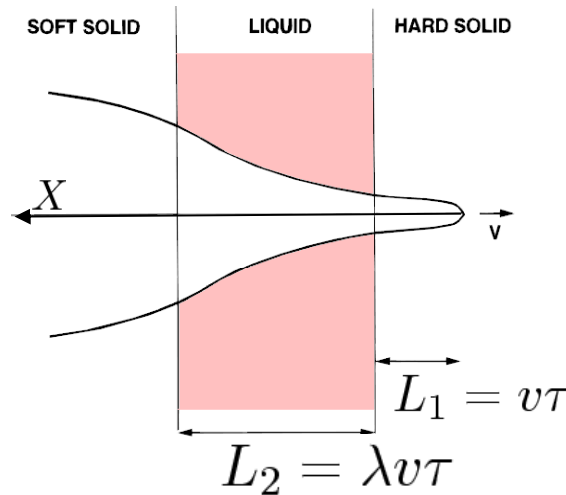


$$\ell_D = \frac{K_c^2}{\sigma_Y^2}$$

$$\Gamma = \sigma_Y H \gg w$$

2) Viscoelasticité

(de Gennes, 1988)



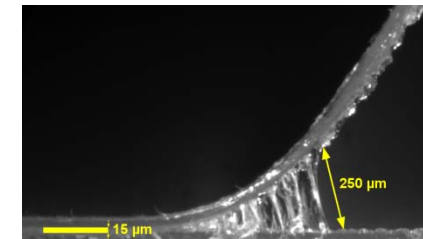
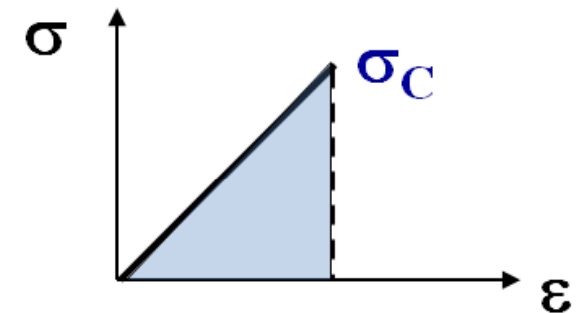
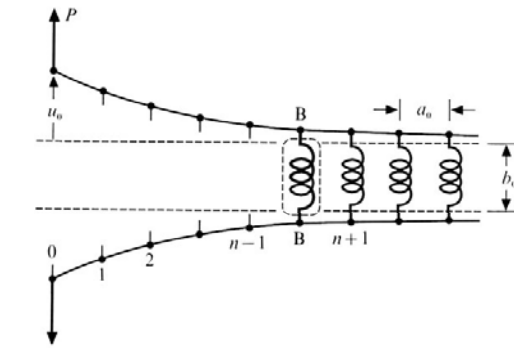
$$E_\infty = E_0 + E_1 \quad \tau = \frac{\eta_1}{E_1}$$

$$\Gamma_{max} = \lambda w \gg w \quad \lambda = \frac{E_\infty}{E_0}$$

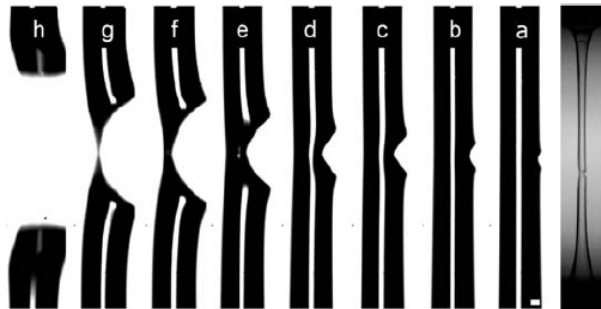
$$\Gamma(v) = w(1 + \Phi(a_T v))$$

3) Hystérèse élastique

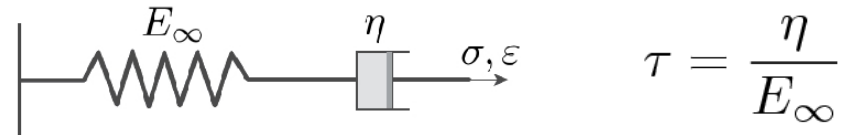
(Lake-Thomas, 1967)



Intepréétation: peut on fissurer un liquide ?



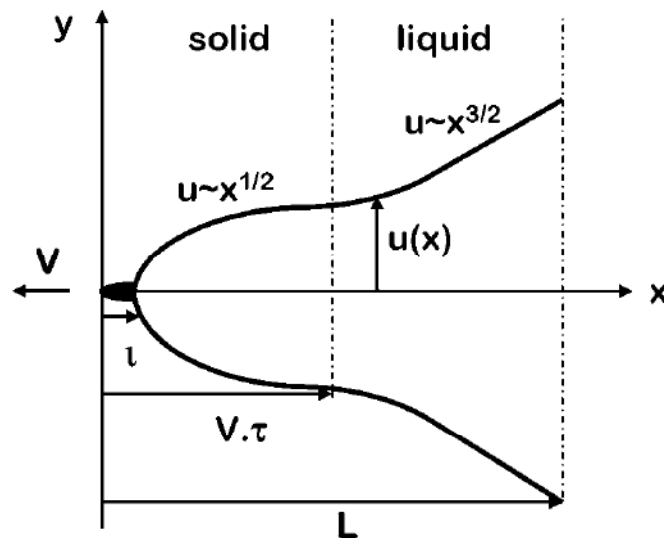
Fluide de Maxwell:



Une seule longueur $L_1 = v\tau$

$$1) \quad L \ll v\tau \quad \Gamma = w = 2\gamma$$

$$2) \quad v\tau < L \quad \Gamma(v) \rightarrow \infty$$

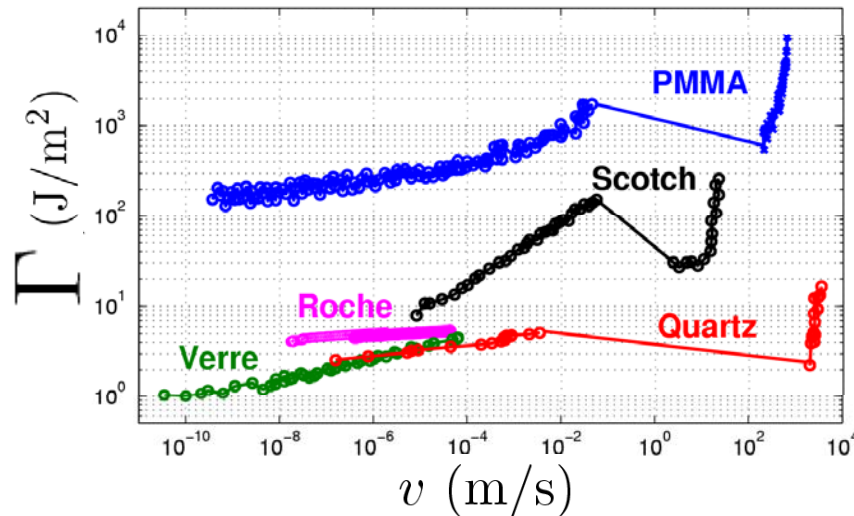


Fracture fragile si l'objet à fissurer
à une dimension transverse $D \ll v\tau$

Le temps de fissuration est $t = \frac{D}{v} \ll \tau$

Tabuteau, Mora, Ciccotti, Hui, Ligoure (2011)

6.3.4 Pic de dissipation et instabilité de propagation



En présence d'une courbe $\Gamma(v)$ la **condition d'équilibre détermine la vitesse de propagation!**

$$\frac{dU_{el}}{dA} - \frac{dW}{dA} + \frac{dU_{surf}}{dA} = -G + \Gamma(v) = 0$$

$$G = \Gamma(v) \quad v = \Gamma^{-1}(G)$$

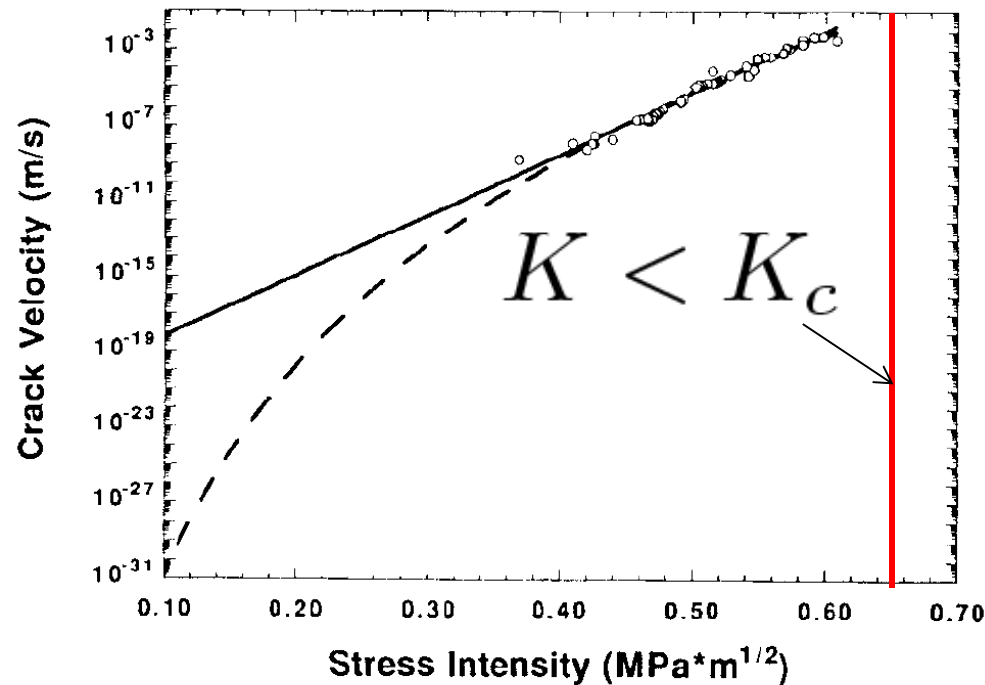
Alors que pour une énergie de fracture constante la condition de stabilité s'exprime uniquement en fonction du signe de dG/dA , **en présence d'une courbe $\Gamma(v)$** la stabilité de propagation est aussi affectée par la pente de $\Gamma(v)$.

Dans le cas simplifié où $G(c)=cst$, la **propagation stationnaire** est **stable** si la **pente de $\Gamma(v)$ est positive** et

Instable si la **pente de $\Gamma(v)$ est négative**.

Le **pic de dissipation** correspond à une **instabilité dynamique** qui conduit à la **rupture brutale** où à une propagation saccadée (**stick-slip**) si l'objet à fissurer est `grand'.

6.3.5 Cinétique lente (sous-critique) L'atmosphère n'est pas si innocente!



Lois phénoménologiques

$$v = AK^n \quad 10 < n < 50$$

$$v = v_0 \exp(\beta K)$$

$$v = v_0 \exp(\alpha G)$$

L'environnement peut contribuer à la propagation par des **réactions chimiques sensibles à la contraintes et aux fluctuations thermiques** (température).
(ex: **corrosion sous contrainte** du verre par l'**humidité**)

Estimations de la durée de vie (fatigue statique)

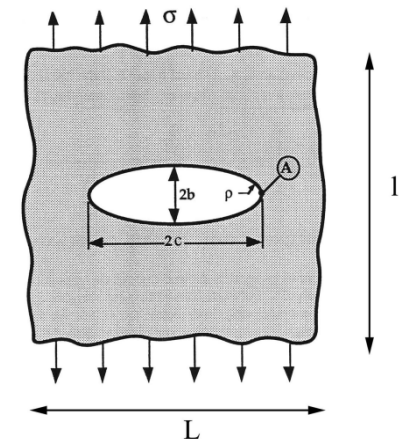
Dans le cas d'un chargement d'un microcrack à contrainte imposée on peut estimer la durée de vie:

$$v = AK^n \quad K = Y\sigma\sqrt{c} \quad \text{Microcrack à la Griffith}$$

$$\frac{dc}{dt} = A(Y\sigma\sqrt{c})^n \quad \frac{dK}{dc} \geq 0$$

$$dt = \frac{dc}{A(Y\sigma\sqrt{c})^n}$$

$$t = \frac{2}{(n-2)AY^n} \frac{1}{\sigma^n} \left(\frac{1}{c_i^{\frac{n-2}{2}}} - \frac{1}{c_f^{\frac{n-2}{2}}} \right) \propto \frac{1}{\sigma^n}$$



c_i longueur initial du défaut

c_f longueur critique de Griffith

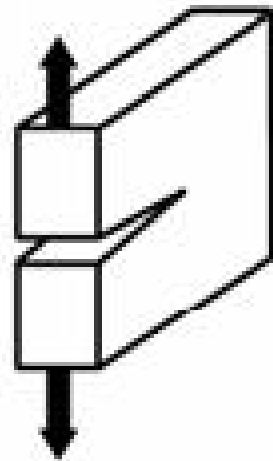
$$K_c = \sigma\sqrt{c_f}$$



6.4 Extension 3D

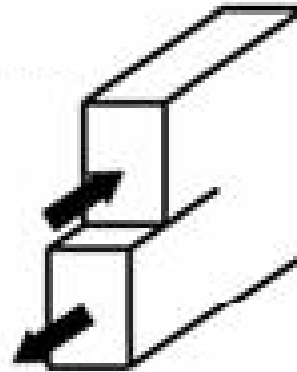
6.4.1 Les trois modes de fracture

Classification en fonction de la **direction de la discontinuité de déplacement $\Delta \mathbf{u}$** à la surface de fracture



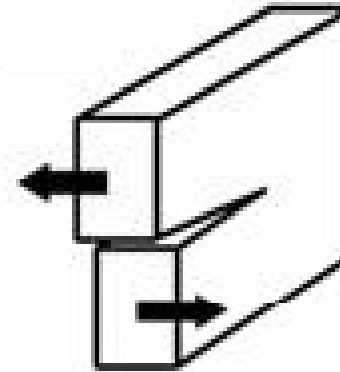
Mode I
tensile opening

Traction
(ouvrant)



Mode II
in-plane shear

Cisaillement
dans le plan



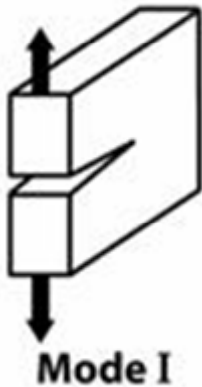
Mode III
anti-plane shear

Cisaillement
hors plan (déchirure)

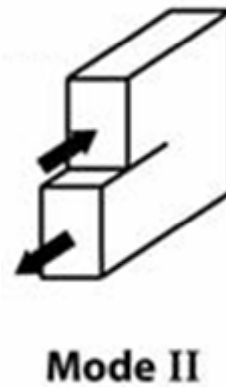
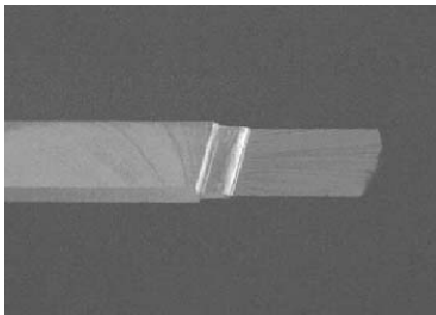
Equivalence
de Irwin:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu}$$

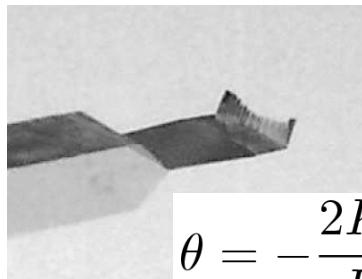
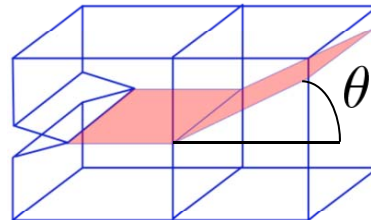
6.4.2 Direction de propagation



Droit
(Straight)

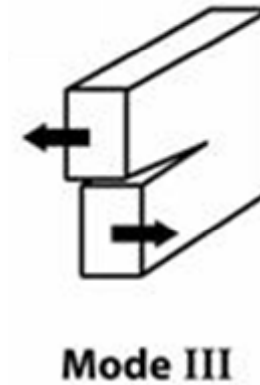


Déflexion
(Tilt)

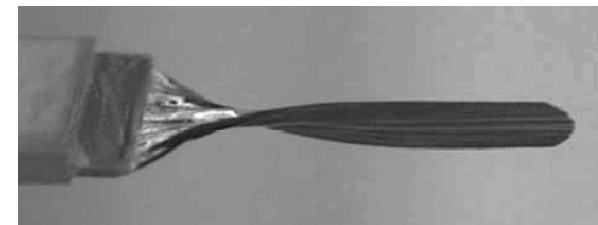
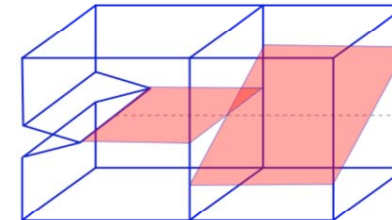


$$\theta = -\frac{2K_{II}}{K_I}$$

Cotterell, Rice, 1980 Dimitrov, 2006

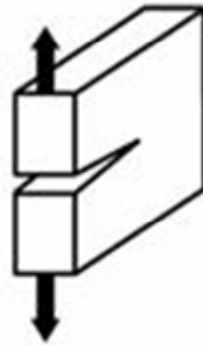


Rotation
(Twist)

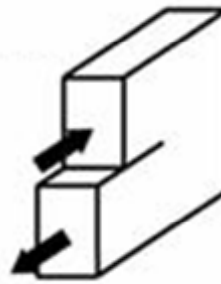


La fissure s'adapte pour propager **localement en mode I !**

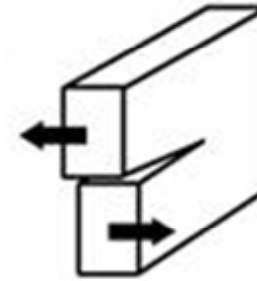
Le preuve du Comté



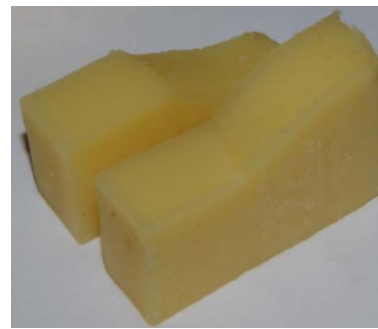
Mode I



Mode II



Mode III

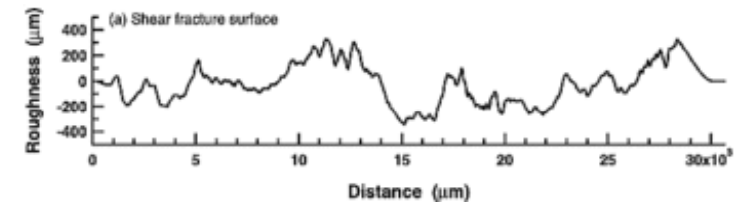


6.4.3 Tortuosité



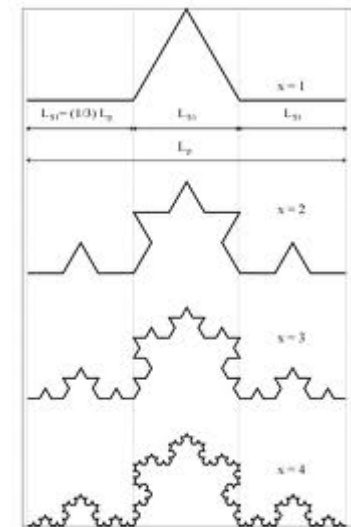
L'**hétérogénéité** du matériau engendre une **mixité modale** locale

La fissure est défléchie pour propager **localement en mode I**



Le chemin de fracture devient **tortueux**...
Géométrie **Fractale**? Au sens statistique !

Augmentation de l'**aire** effective
par unité d'aire projetée
et donc de l'**énergie de fracture effective**



6.5 Fracture dynamique

6.5.1 Fracture sous impact

Chargement dynamique ($V_0 \sim c$) !

Temps de contact t^* très court

Force/contrainte de pic F_m très importante

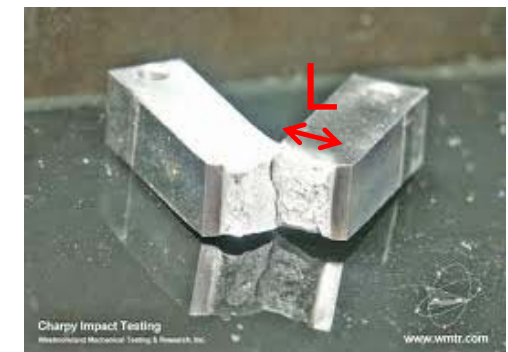
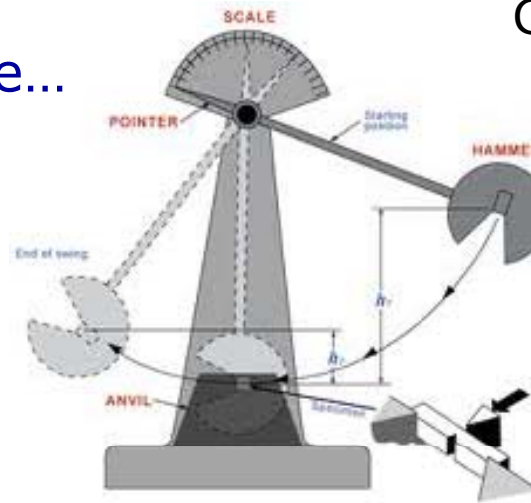
- Tendence à la fracture fragile...
- Couplage avec ondes et vibrations...

Interprétation très délicate...

Test d'impact Charpy

Fracture sur ligament L

$$G_c \sim U_{\text{diss}} / A$$



6.5.2 Vitesse limite de propagation



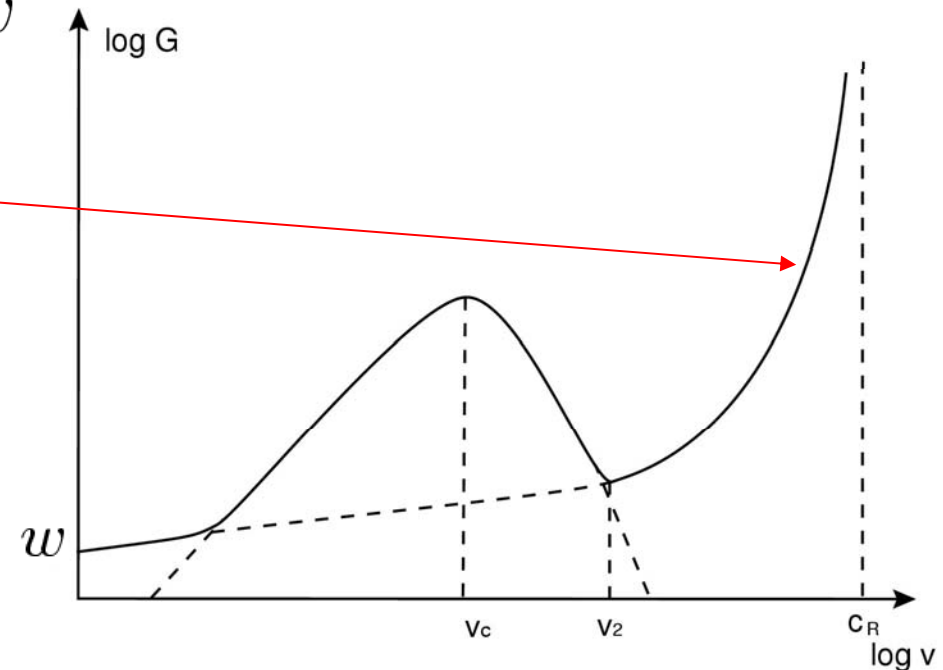
Propagation dynamique ($v \sim c$) !

Rajout de l'énergie cinétique dans le bilan:

$$G = -\frac{dU_{el}}{dA} + \frac{dW}{dA} - \frac{dU_{cin}}{dA} = w$$

$$G = \frac{w}{1 - \frac{v}{c_R}}$$

Freund (1990)



$$c_R \sim c_T \sim \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

vitesse des ondes de surface de Rayleigh

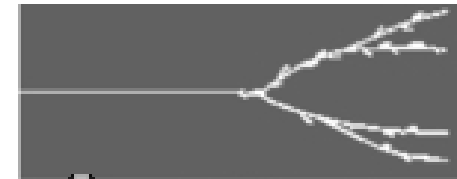
6.5.3 Branchements

Bien avant de rejoindre $v = c_R$:

Bifurcation de la fissure:

1) Modification du champ de contrainte :
Traction maximale à un angle non nul!

2) $G > 2 \Gamma$!! -> Propagation de 2 fissures !



3) $G > N \Gamma$!! -> Propagation de N fissures !



6.5.4 Fragmentation et explosion



Fragmentation

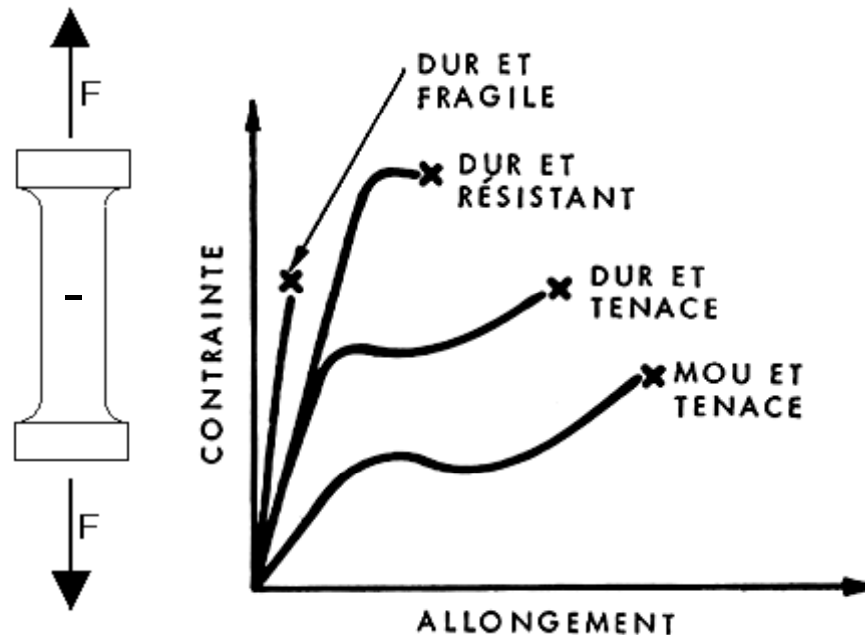
Séparation de la structure
en morceaux indépendants



Explosion

Fragmentation
+ conversion du surplus
d'énergie en énergie
cinétique des fragments

6.6 Effet de la loi de comportement sur le comportement à fracture



Pour comprendre l'effet de la loi de comportement (échelle macro) sur l'énergie de fracture, il faut savoir estimer les échelles spatiales et temporelles de sollicitation de la zone de process en pointe de fissure (échelle micro).



En général, la capacité d'un matériau de **supporter localement une grande déformation** avant la rupture conduit à une **forte ténacité** ! Surtout si la **contrainte** associée reste **élevée** et si la **zone de process** devient **large en taille**.

Tout cela est fortement **influencé par la vitesse de chargement** et/ou par la **vitesse de propagation** de la fissure.