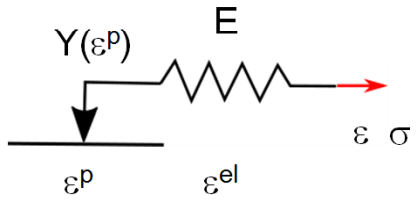
COURS DE MECANIQUE DU SOLIDE ET DES MATERIAUX (MSM2)

AMPHI 13:
5.3 PLASTICITE' ET MATERIAUX

Matteo Ciccotti
Professeur ESPCI
Laboratoire SIMM
Esc H – H3.08

ON A VU…

- Comportement elasto-plastique 1D
  - Matériau homogène, isotrope, indépendant du temps
  - Chargement uniaxial homogène, quasi-statique, isotherme
  - Plastification, décharge élastique, écrouissage, ductilité
  - Formalisme 1D: fonction d'écrouissage, loi d'écoulement
  - Modèles rhéologiques:



- Formalisme mathématique 3D (tensoriel):
  - Déformation et contrainte équivalentes
  - Critères de plastification de Von Mises (et Tresca)
  - Loi d'écoulement normale (codirectionalité)

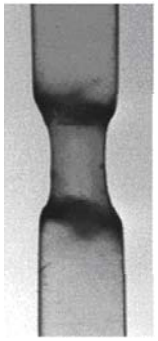
ON VA VOIR…

- Les matériaux plastiques
- Entretemps à petite échelle… la dure vie des atomes !
  - Micromécanismes de première plastification
  - Micromécanismes d'écrouissage
  - Micromécanismes de rajeunissement
- Et si ce n'est pas incompressible?
  - Effet de l'hydrostatique
- Et si ce n'est pas indépendant du temps?
  - Effets cinétiques; Eyring; équivalence t-T-σ
- Et si le champ n'est pas homogène
  - Perturbation des solutions élastiques et mécanismes
  - Instabilités de localisation

5.3.1 LES MATERIAUX ‘PLASTIQUES’

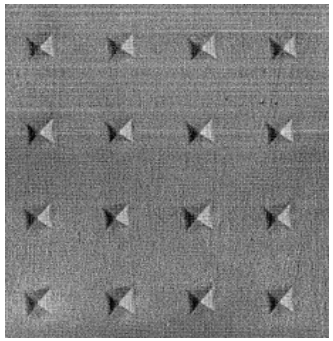
Les Classiques !

Métaux



Polymères
($T<T_g$)

Les moins évidents…



Verre
(petite échelle)

Roches
(temps long)

Mais aussi…

Bois, Os

Pâtes

Mousses

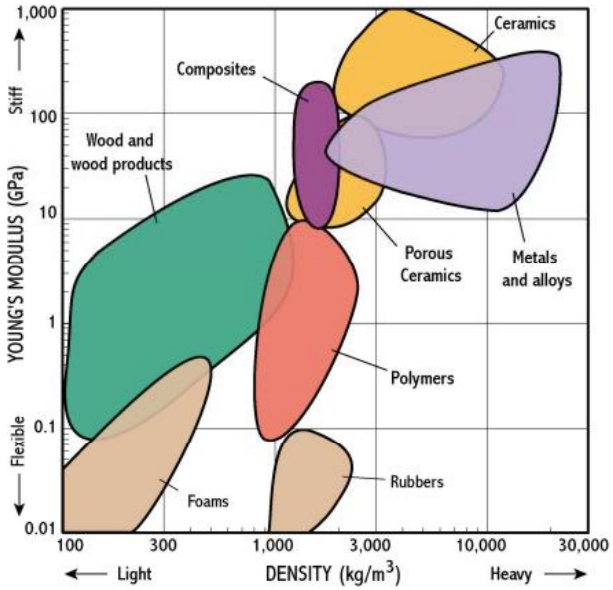
Granulaires

QUELQUES VALEURS

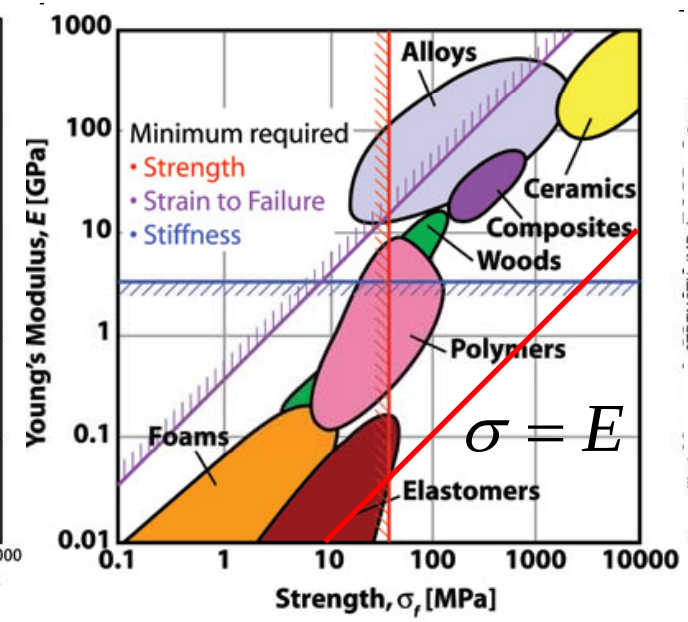
MATERIAU	Seuil de plasticité	Résistance à rupture	Densité
	MPa	MPa	g/cm^3
Stainless steel AISI 302 - Cold-rolled	520	860	7.8
Steel, high strength alloy ASTM A514	690	760	7.8
Steel, prestressing strands	1650	1860	7.8
Piano wire		2300	7.8
Carbon Fiber (CF, CFK)		5650	1.75
High density polyethylene (HDPE)	26-33	37	0.95
Polypropylene	12-43	19.7-80	0.91
Cast iron 4.5% C, ASTM A-48		172	7.2
Titanium alloy (6% Al, 4% V)	830	900	4.51
Aluminium alloy 2014-T6	400	455	2.7
Copper 99.9% Cu	70	220	8.92
Brass	200	550	5.3
Spider silk	1150	1400	1.31
Silkworm silk	500		
Aramid (Kevlar or Twaron)	3620		1.44
Bone (limb)	104-121	130	
Nylon, type 6/6	45	75	
Glass	10000	100	2.3

PROPRIETES MECANIQUES - DIAGRAMMES DE ASHBY

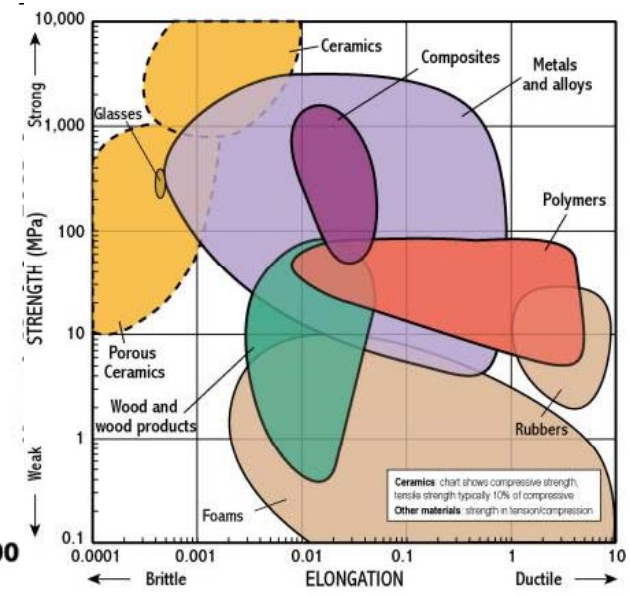
Relations entre densité, module d'Young et résistance mécanique



$$E \propto \rho$$



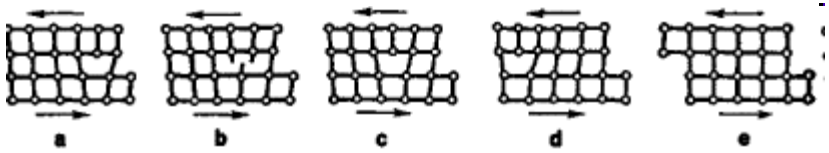
$$\sigma_Y \sim \sigma_R \propto E$$



$$\sigma_Y \sim \sigma_R \propto 1/\lambda_R$$

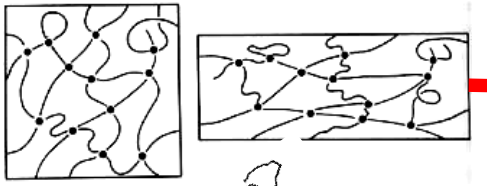
5.3.2 LES MECANISMES DE PLASTIFICATION
A: PREMIERE PLASTIFICATION: σ_Y

Métaux (polycristallins)

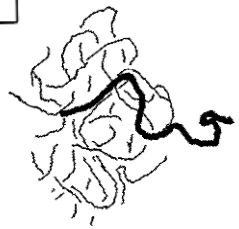


Glissement de dislocations

Polymères vitreux



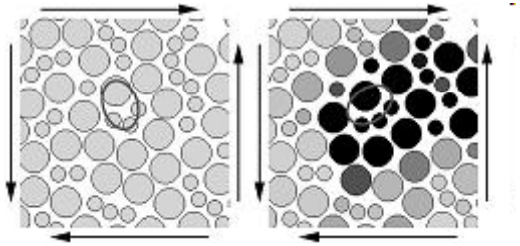
Relax α



Reptation

Etirement/glissement des chaines

Verres et amorphes

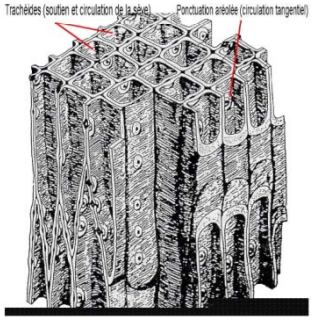


Réorganisation
de domaines

Roche

Diffusion solide,
Dissolution-rédéposition

Bois, Os



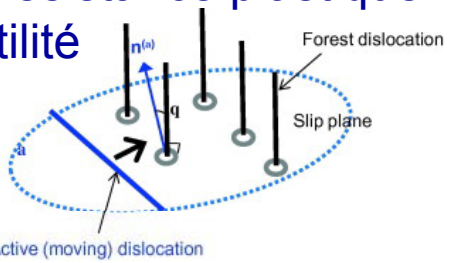
Endommagement
d'éléments structuraux

5.3.2 LES MECANISMES DE PLASTIFICATION
B: ECROUISSAGE: $Y(\varepsilon^P)$

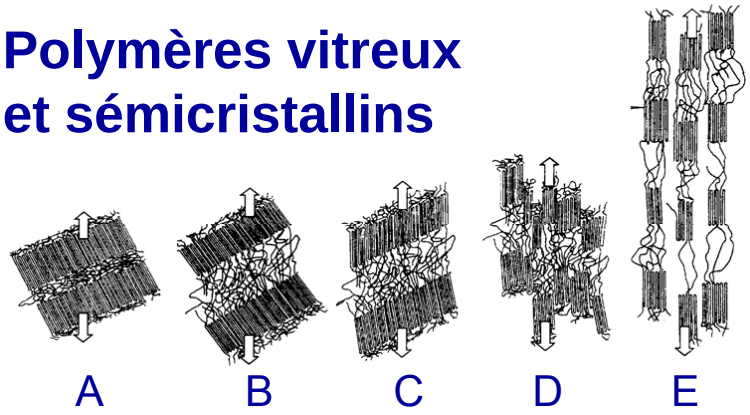
Métaux (polycristallins)

Work hardening

Augmentation du nombre de dislocations
Gène mutuelle et réduction de mobilité
Augmentation de la résistance plastique
Réduction de la ductilité

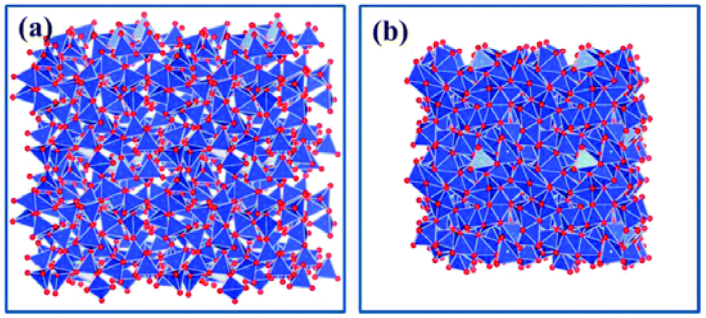


Polymères vitreux et sémicristallins



A-C: Extension limite des chaines amorphes
C-E: Déroulement des domaines cristallins
(mécanismes partiellement réversibles)

Verres et amorphes

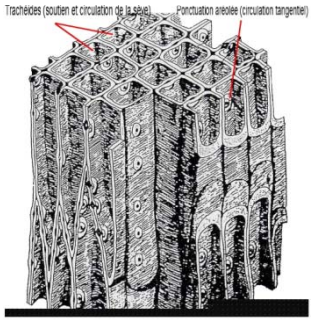


Densification
(écrouissage isotrope)

Roche

Schistosité
Anisotropie

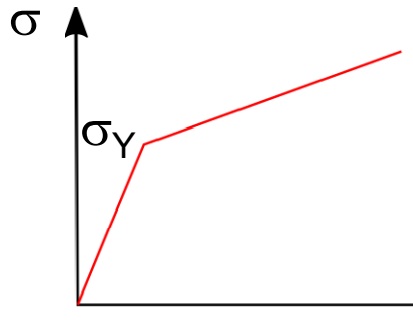
Bois, Os



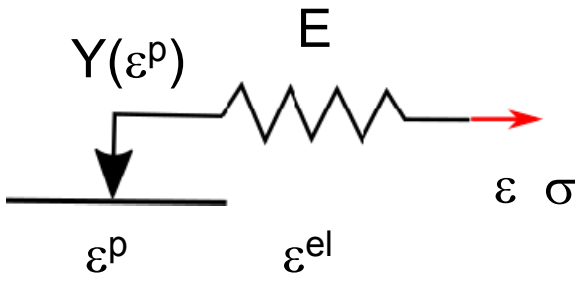
Endommagement
Compaction

5.3.2 LES MECANISMES DE PLASTIFICATION
B: ECROUISSAGE: $Y(\varepsilon^P)$

DEUX NATURES POUR L'ECOULEMENT PLASTIQUE !!

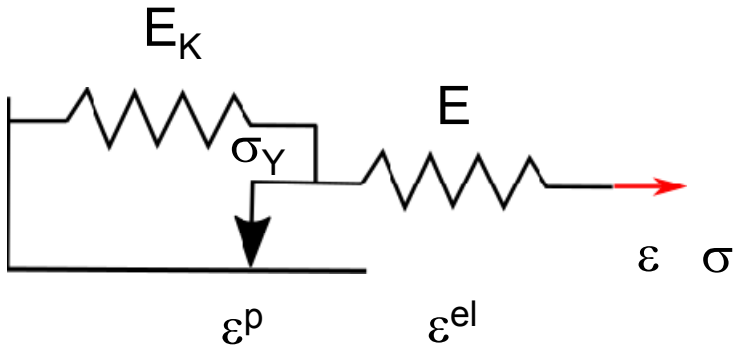


Exemple: solide élasto-plastique
à écrouissage linéaire



Nature fluide
Coule/dissipe
Pas de mémoire

Ecrouissage isotrope



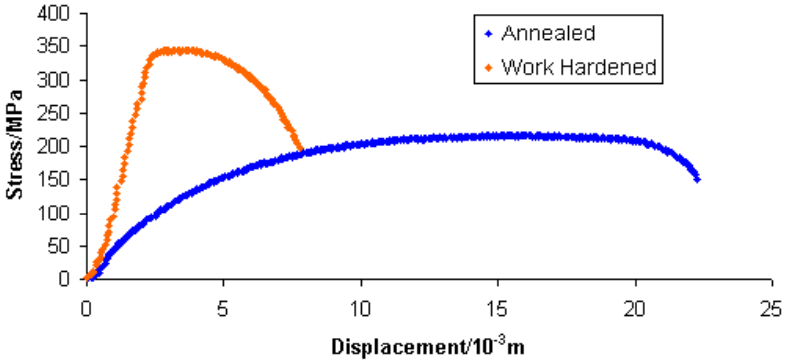
Nature solide
Stocke de l'énergie en E_K
Mémoire de forme (repère original)

Ecrouissage cinématique (anisotrope)

5.3.2 LES MECANISMES DE PLASTIFICATION
C: RAJOUNISSEMENT? RECUIT (ANNEALING)

Métaux (polycristallins)

Recuit pour réduire la densité de dislocations. Retour au départ

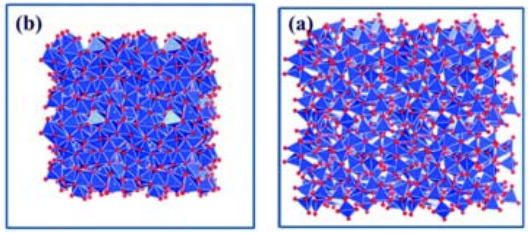


Polymères vitreux et sémicristallins

Recuit proche de la transition vitreuse pour relaxer les contraintes résiduelles et/ou reprendre la morphologie/forme initiale

Verres et amorphes

Un recuit proche de T_g reconduit à la plus faible densité initiale



Bois, os, composites

Pas de rajeunissement à temps court.
Reconstruction lente physiologique pour bois et os (vivants!)

5.3.3 EFFET DE L'HYDROSTATIQUE
A: SEUIL DE PLASTIFICATION

Matériaux incompressibles

Peuvent supporter toute compression (sphérique).
Ecoulement uniquement sous cisaillement (déviateur)

$$\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{S}}_\sigma + \overline{\overline{D}}_\sigma = \sigma_m \overline{\overline{\delta}} + \sigma_d \overline{\overline{\pi}}$$

Critère Tresca

$$\tau_M = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \leq k$$

Critère Von Mises

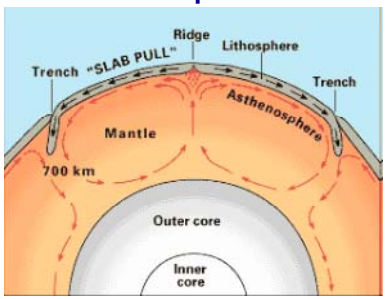
$$\sigma_{eq} = \frac{3}{\sqrt{2}}\sigma_d = \sqrt{\frac{3}{2}\mathrm{Tr}(\overline{\overline{D}}_\sigma^2)} \leq \sigma_y$$

La valeur du seuil peut dépendre de l'hydrostatique: σ_m

Où de la triaxialité: $\psi_T = \dfrac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}$

Diminue en traction
Augmente en compression jusqu'à saturation

Roches en profondeur



5.3.3 EFFET DE L'HYDROSTATIQUE
B: ECROUISSAGE ET TYPE D'ECOULEMENT

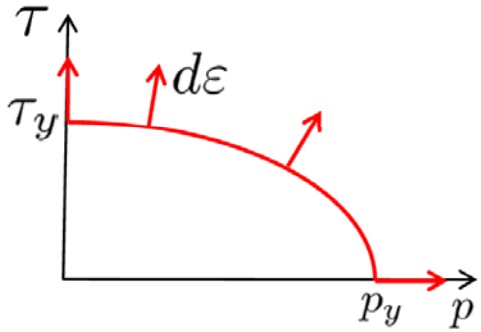
Matériaux compressibles

Matériaux poreux, granulaires, mousses solides
Densification, écrasement porosité, endommagement

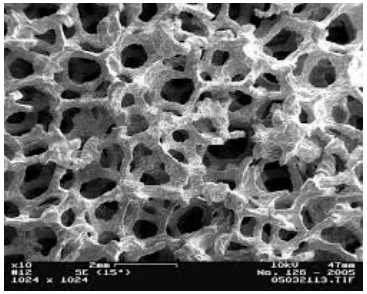
Peuvent plastifier en cisaillement et aussi en compression

Deux seuil distincts pour les modes purs

Loi normale d'écoulement pour les mixtes

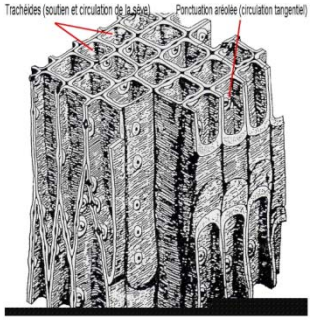


Mousse métallique

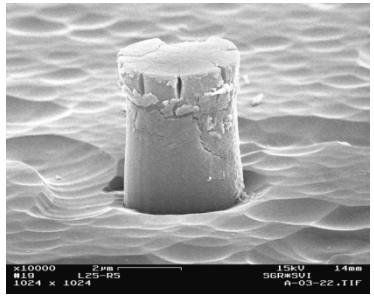


Roche poreuse

Bois, Os

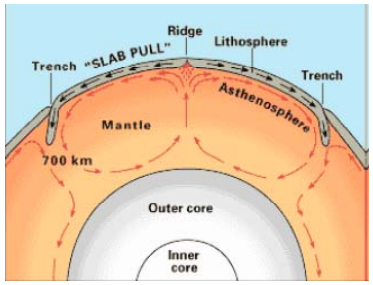


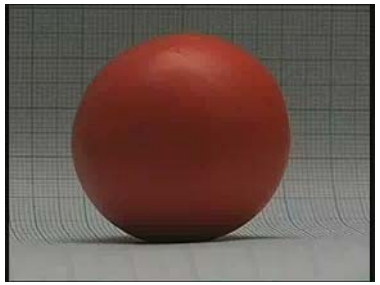
Verre de silice



5.3.4 EFFETS CINETIQUES: LIEN PHYSIQUE ENTRE TEMPS-TEMPERATURE-CONTAINTE

SOLIDE OU LIQUIDE?



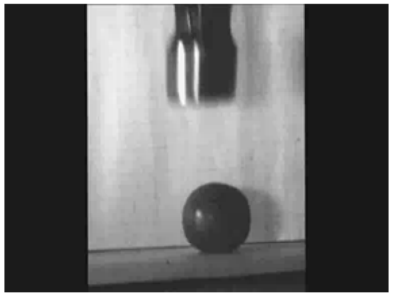


DoITPoMS

CA COULE OU CA CASSE?

$$\mu, \eta, \sigma_y, \tau, k_B T$$

$$\gamma, \Gamma$$



Dans la vraie vie?

Une question d'**échelle de temps**…

$$De = \frac{\tau}{t^*}$$

Nombre de Deborah

Markus Reiner depuis la Bible (Livre des Juges 5:5)
« Les montagnes coulèrent devant le Seigneur »

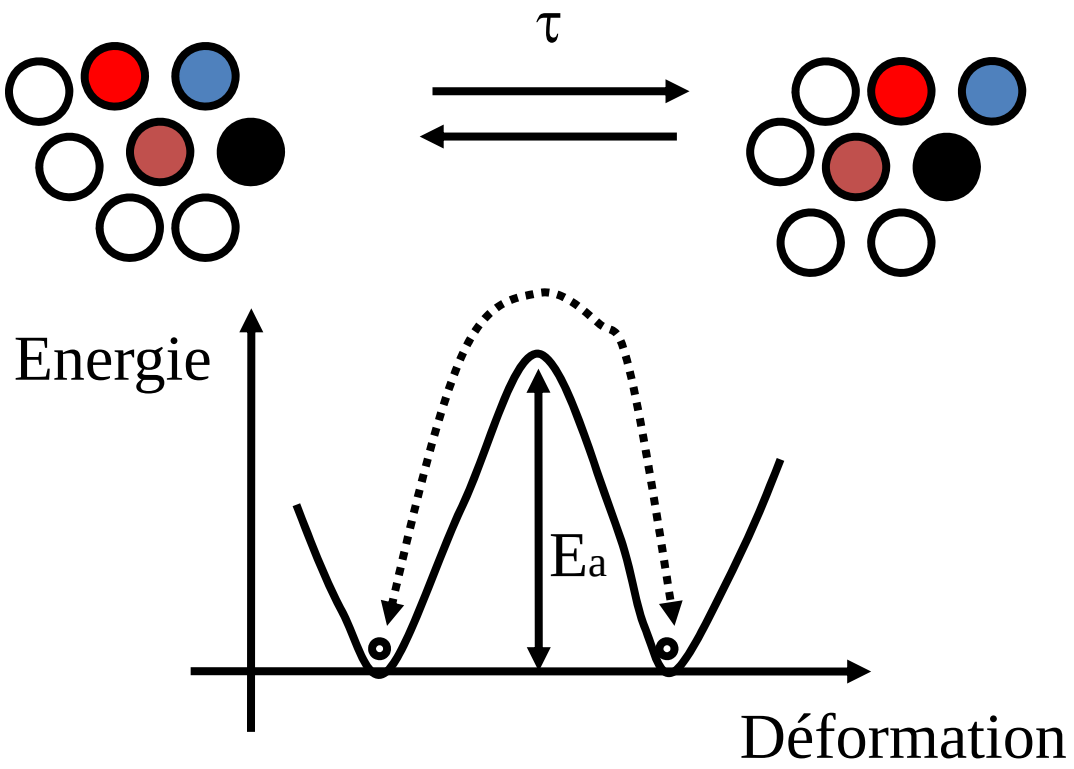
…de **température!** *(ex: loi WLF)*

…et de **contraintes!**

La plasticité est l'écoulement de solides!

LE MODELE D'EYRING
I. SITUATION D'EQUILIBRE

Mouvement élémentaire de déformation inélastique

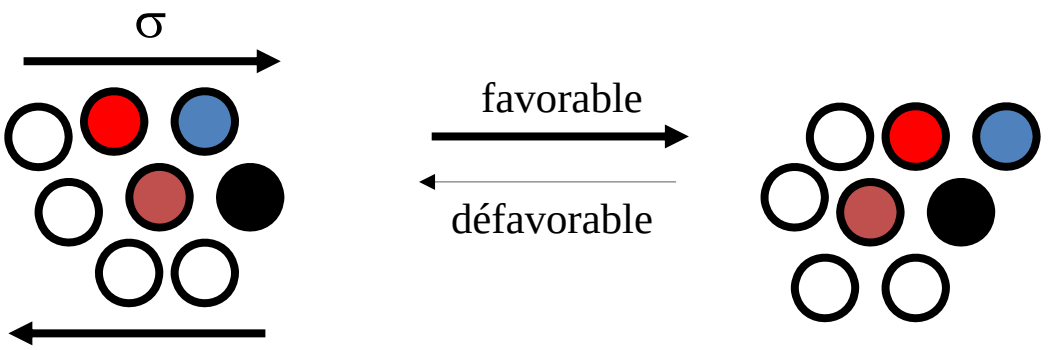


Barrière d'énergie : E_a

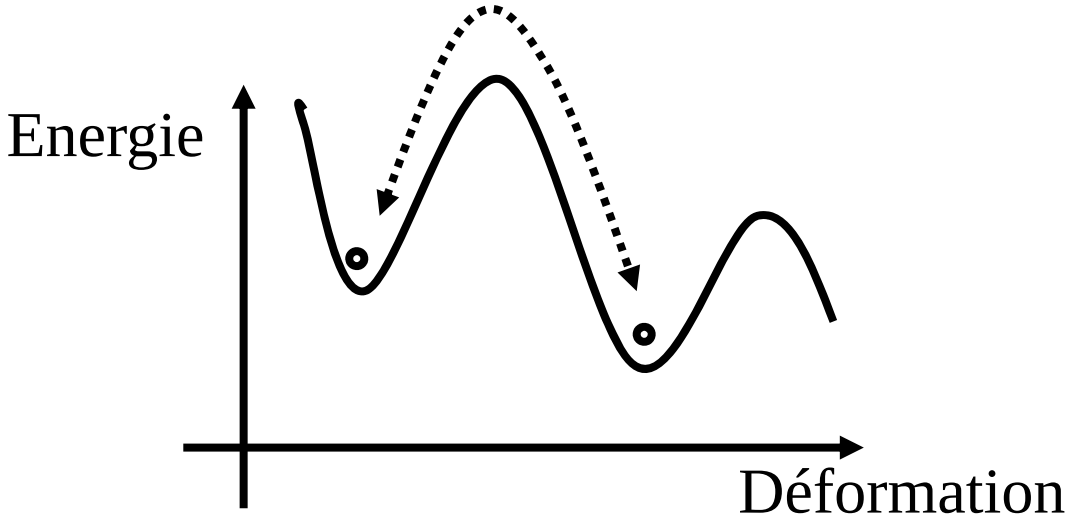
Temps d'attente pour un saut : $\tau = \tau_0 e^{E_a / k_B T}$

= **Temps de relaxation spontane**

LE MODELE D'EYRING
II. SITUATION SOUS CONTRAINTE



$$\varepsilon \sim 1$$



Saut + $\tau_+ = \tau_0 e^{\frac{E_a - \sigma V_a}{k_B T}}$

Saut - $\tau_- = \tau_0 e^{\frac{E_a + \sigma V_a}{k_B T}}$

V_a : volume d'activation
(~ volume moléculaire)

Taux de déformation:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\tau_+} - \frac{1}{\tau_-} = \frac{1}{\tau_0} \cdot e^{-\frac{E_a}{k_B T}} \left(e^{\frac{\sigma V_a}{k_B T}} - e^{-\frac{\sigma V_a}{k_B T}} \right)$$

LE MODELE D'EYRING
III. REGIMES LINEAIRE ET NON-LINEAIRE

$$\tau_+ = \tau_0 e^{\frac{E_a - \sigma V_a}{k_B T}} \sim \tau_- = \tau_0 e^{\frac{E_a + \sigma V_a}{k_B T}}$$

Régime linéaire :

Fluide visqueux:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\tau_0} \cdot e^{-\frac{E_a}{k_B T}} \left(e^{\frac{\sigma V_a}{k_B T}} - e^{-\frac{\sigma V_a}{k_B T}} \right) \approx e^{-\frac{E_a}{k_B T}} \cdot \frac{V_a}{\tau_0 \cdot k_B T} \cdot \sigma$$

$$\eta = \underbrace{\tau_0 \cdot e^{\frac{E_a}{k_B T}}}_{\text{Temps de relaxation spontané } \tau} \cdot \underbrace{\frac{k_B T}{V_a}}_{\text{Module élastique}}$$

$$\tau_+ = \tau_0 e^{\frac{E_a - \sigma V_a}{k_B T}} >> \tau_- = \tau_0 e^{\frac{E_a + \sigma V_a}{k_B T}}$$

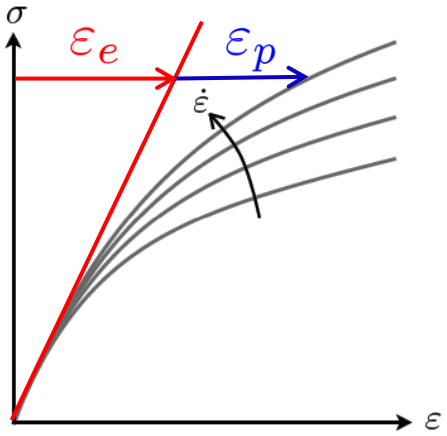
Régime non-linéaire:

Fluide non Newtonien/Viscoplastique:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\tau_0} \cdot e^{-\frac{E_a}{k_B T}} \left(e^{\frac{\sigma V_a}{k_B T}} - e^{-\frac{\sigma V_a}{k_B T}} \right) \approx \frac{1}{\tau_0} \cdot e^{-\frac{E_a}{k_B T}} e^{\frac{\sigma V_a}{k_B T}}$$

$$\sigma = \underbrace{\frac{k_B T}{V_a}}_{\text{Module élastique}} \left[\underbrace{\log(\dot{\varepsilon})}_{\text{Dépendance du taux de déformation}} + \log(\underbrace{\tau_0}_{\text{Temps de relaxation spontané } \tau} \cdot e^{E_a / k_B T}) \right]$$

DEPENDENCE DU SEUIL PLASTIQUE DE LA VITESSE DE CHARGEMENT



Amortisseur non-newtonien:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 e^{\frac{\sigma V_a}{kT}} \qquad \dot{\varepsilon}_0 = \frac{1}{\tau}$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_p = \frac{\dot{\sigma}}{E_\infty} + \dot{\varepsilon}_0 e^{\frac{\sigma V_a}{kT}}$$

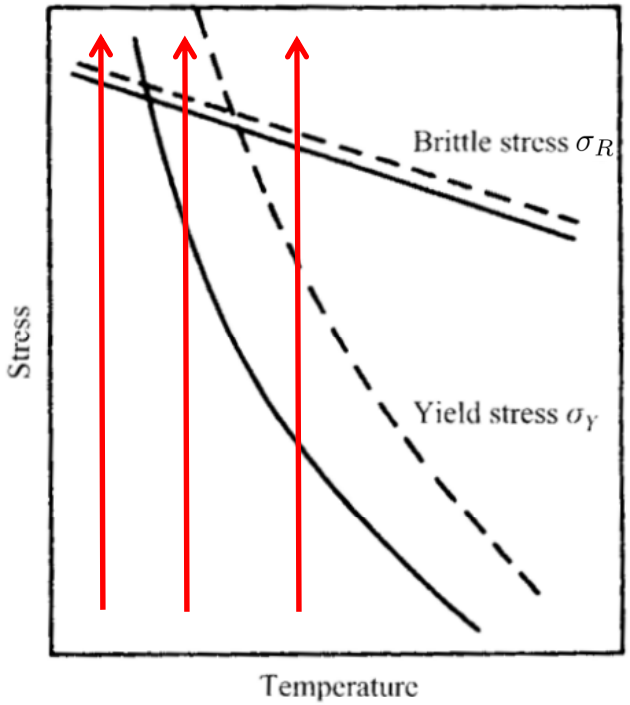
$$\dot{\varepsilon}_p \gg \dot{\varepsilon}_e \qquad \dot{\varepsilon}_0 e^{\frac{\sigma_y V_a}{kT}} \sim \dot{\varepsilon}$$

$$Wi = \dot{\varepsilon}\tau$$

$$\sigma_y \sim \frac{k_B T}{V_a} \log \dot{\varepsilon}\tau$$

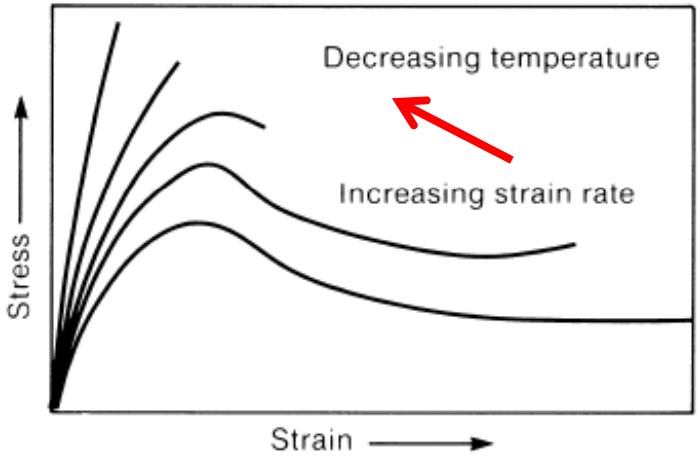
Il s'agit d'un **phénomène cinétique** !

DUCTILITE / FRAGILITE

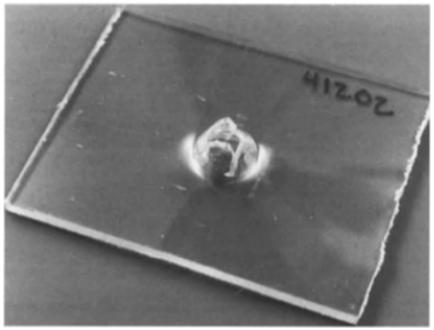


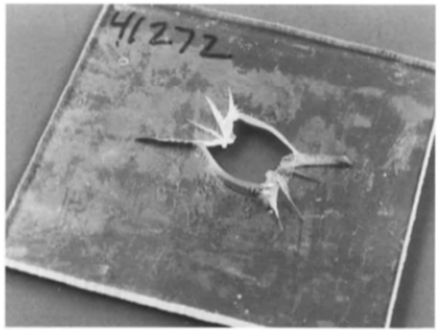
Déformation lente

Déformation rapide



Test de ponction sur disques de polycarbonate





T = 20°C

T = -90°C

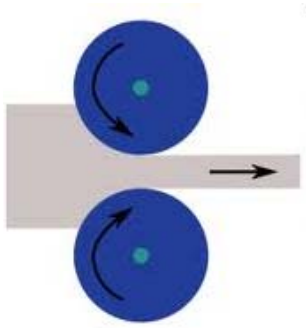
5.3.5 EFFETS DE LA STRUCTURE ET APPLICATIONS
A. MISE EN FORME

On veut que ça **coule pendant la mise en forme**,
mais que ça ne **coule plus pendant l'utilisation**!
Et si on chauffe?

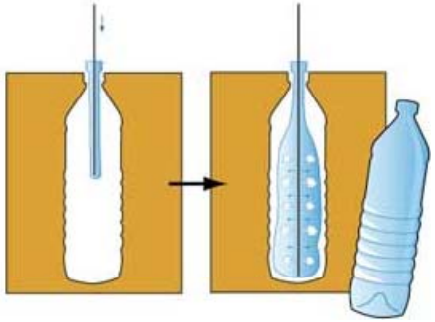
Emboutissage

Extrusion

Laminage

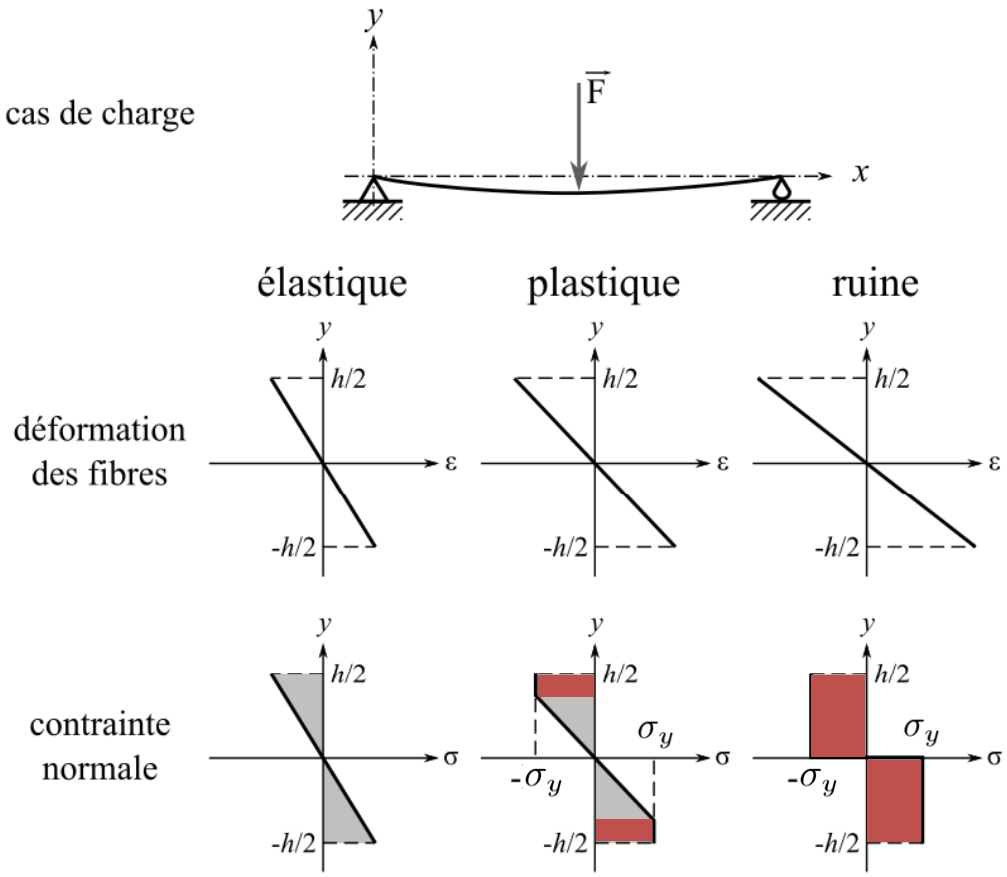


Soufflage

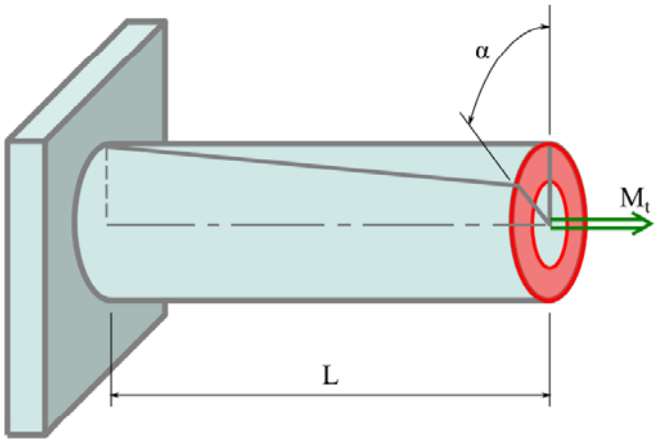


B. METHODES DE SOLUSION: PERTURBATION DE SOLUTION ELASTIQUE

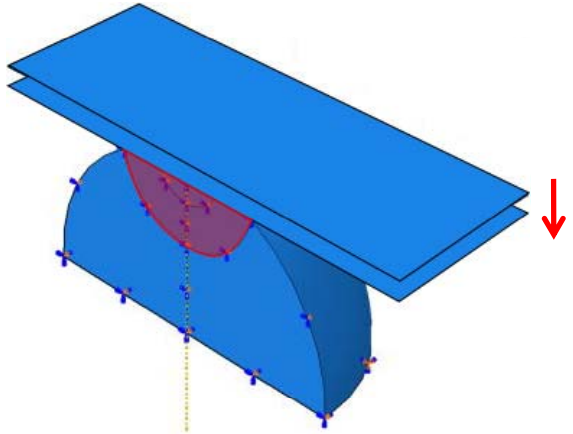
Flexion d'une plaque élasto-plastique parfaite



Torsion d'une barre EPP



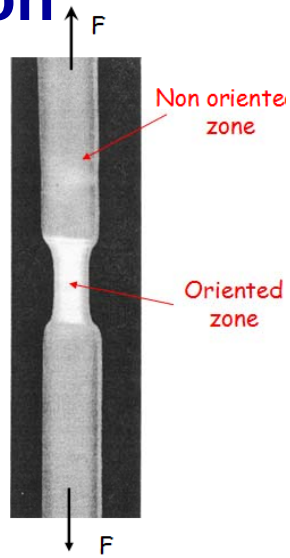
Contact d'une sphère EPP

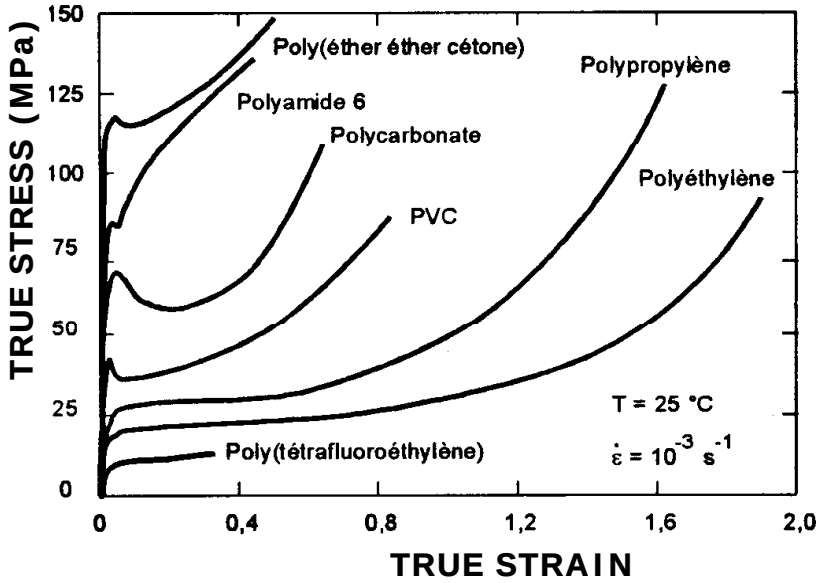


SEPARATION SPARIALE ET MECANISME EQUIVALENT

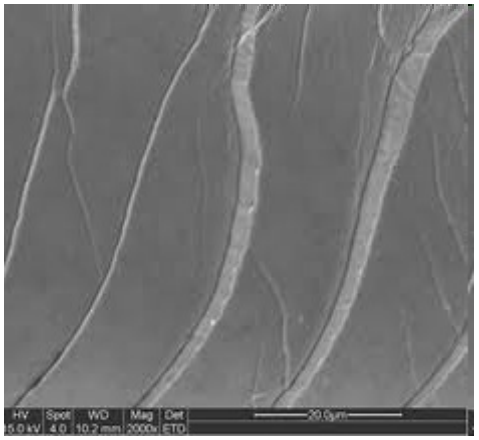
C. INSTABILITES ET LOCALISATION

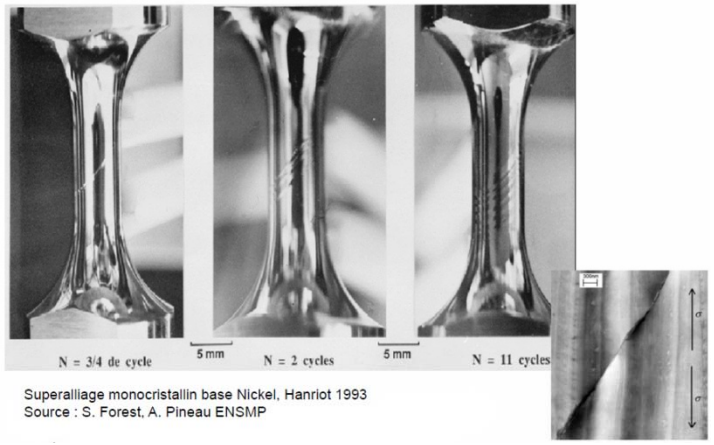
Striction en traction





Bandes de cisaillement





Superalliage monocristallin base Nickel, Hanriot 1993
Source : S. Forest, A. Pineau ENSMP

STRICTION PLASTIQUE

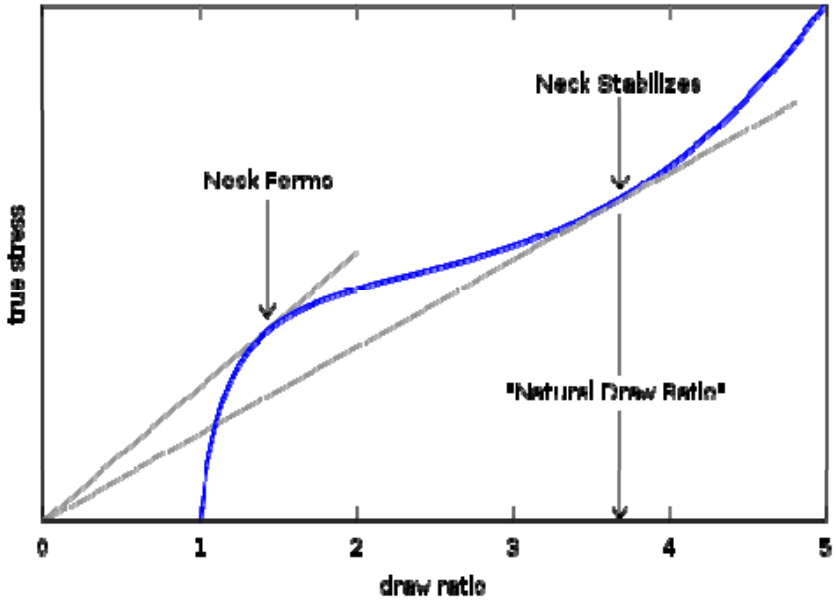
$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_0}\frac{S_0}{S} = \sigma_n(1+\varepsilon_n) \qquad \varepsilon = \ln\lambda = \ln(1+\varepsilon_n) \qquad d\varepsilon = \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{d\varepsilon_n}{1+\varepsilon_n}$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_n}\frac{d\varepsilon_n}{d\varepsilon} = \left(\frac{d\sigma_n}{d\varepsilon_n}(1+\varepsilon_n) + \sigma_n\right)(1+\varepsilon_n)$$

$$\frac{d\sigma_n}{d\varepsilon_n} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \lambda\frac{d\sigma}{d\lambda} = \sigma \quad \Longrightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\lambda} = \frac{\sigma}{\lambda}$$

Ce qui devient dans le diagramme $\sigma - \lambda$ une condition de bitangence de la sécante.



D. INDENTATIONS ET RAYURES
LA DURETE: Rayer sans être rayé!

Dureté	Minéral	Caractéristique
1	Talc	friable sous l'ongle
2	Gypse	rayable avec l'ongle
3	Calcite	rayable avec une pièce en cuivre
4	Fluorine	rayable (légèrement) avec un couteau
5	Apatite	rayable au couteau
6	Orthose	rayable à la lime, par le sable
7	Quartz	raye le verre
8	Topaze	rayable par le carbure de tungstène
9	Corindon	rayable au carbure de silicium
10	Diamant	rayable avec un autre diamant

Echelle qualitative de **Mohs**

"**T**oi **G**rand **C**hevalier, **F**uis **A**vec **O**rdre **Q**uand **T**on **C**œur **D**éfaille"

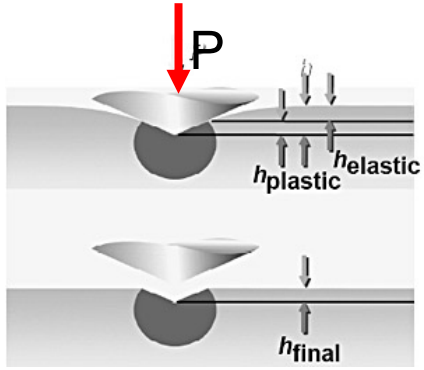
Fondée sur la capacité de rayer sans être rayé

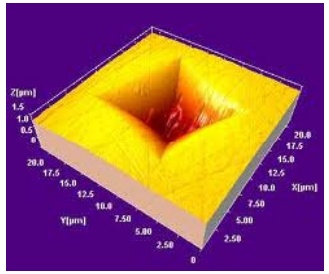
Plus dur que le diamant ?

Echelles plus quantitative par **indentation**

(Brinell, Vickers, Knoop, Rockwell, Berkovitch, …)

$$H \sim \frac{F}{S} \sim \sigma_y$$

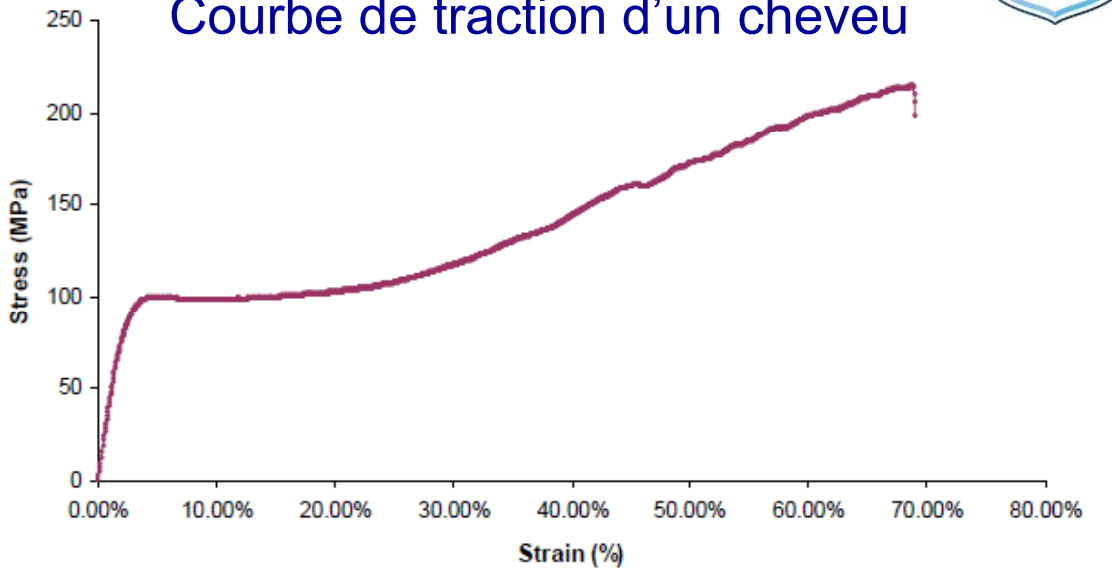




Mesure de l'empreinte par AFM

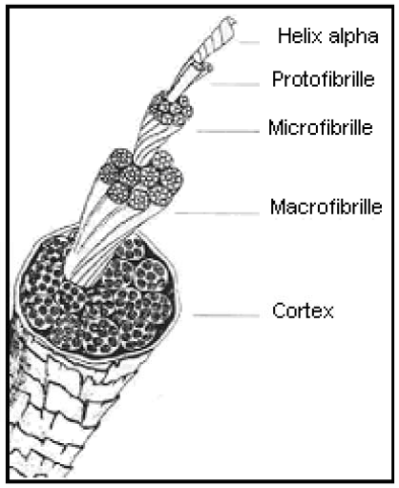
E: TOLERANCE AUX DEFAUTS
LE CHEVEUX… UN MATERIAUX PAS BANAL…

Courbe de traction d'un cheveu

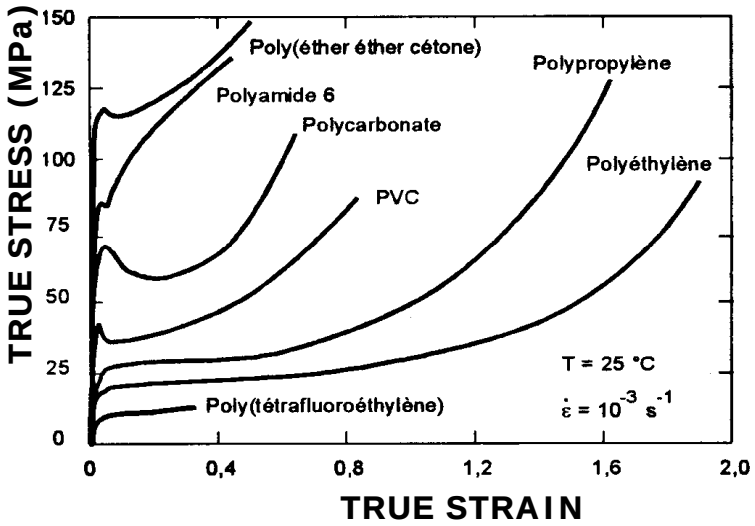


$E \sim 10$ GPa
$\sigma_Y \sim 100$ Mpa
$\sigma_R \sim 200$ Mpa

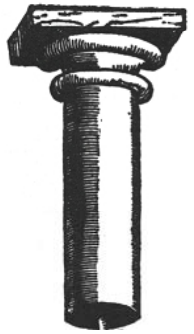
$\varepsilon_R \sim 0.7$
$D \sim 80$ µm



95% kératine



F: EFFET D'ECHELLE
PETIT OU GRAND ?



Rapport surface volume

$$\frac{S}{V} = \frac{L^2}{L^3} = \frac{1}{L}$$

Pour **supporter son propre poids** (débout)

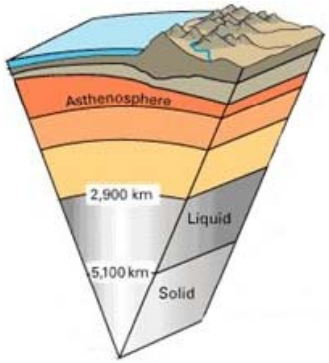
$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{\rho g V}{S} = \rho g L \leq \sigma_C = \sigma_P, \sigma_F$$

Le nombre
sans dimensions

$$\frac{\rho g L}{\sigma_C} \leq 1$$

définit la longueur
caractéristique L*

$$L \leq L^* \approx \frac{\sigma_C}{\rho g}$$



ON A VU…

- Les matériaux plastiques
- Entretemps à petite échelle… la dure vie des atomes !
  - Micromécanismes de première plastification
  - Micromécanismes d'écrouissage
  - Micromécanismes de rajeunissement
- Et si ce n'est pas incompressible?
  - Effet de l'hydrostatique
- Et si ce n'est pas indépendant du temps?
  - Effets cinétiques; Eyring; équivalence t-T-σ
- Et si le champ n'est pas homogène
  - Perturbation des solutions élastiques et mécanismes
  - Instabilités de localisation

QUELQUES VALEURS

MATERIAU	Densité	Module d'Young	Seuil de plasticité	Résistance à rupture
	g/cm3	MPa	MPa	MPa
Stainless steel AISI 302 - Cold-rolled			520	860
Steel, high strength alloy ASTM A514	7.8		690	760
Steel, prestressing strands	7.8		1650	1860
Piano wire	7.8			2300
Carbon Fiber (CF, CFK)	1.75			5650
High density polyethylene (HDPE)	0.95		26-33	37
Polypropylene	0.91		12-43	19.7-80
Cast iron 4.5% C, ASTM A-48	7.2			172
Titanium alloy (6% Al, 4% V)	4.51		830	900
Aluminium alloy 2014-T6	2.7		400	455
Copper 99.9% Cu	8.92		70	220