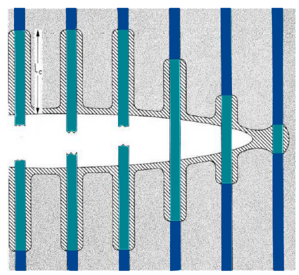
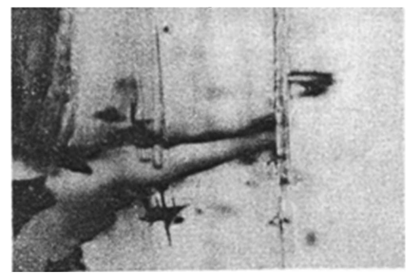
MSM2 **TD N.6** **2017/2018**

Extraction de fibres

L'insertion de fibres dans un matériau est une technique très répandue de renforcement mécanique. Lors de la rupture du matériau, les fibres exercent des forces pontantes entre les lèvres de fissure qui réduisent la concentration de contrainte à la pointe.

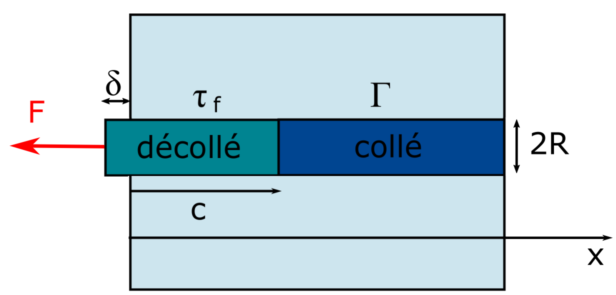
Pour atteindre la rupture du matériau, il faut mettre en jeu des mécanismes de décollement, glissement et rupture des fibres, ce qui augmente fortement l'énergie nécessaire à la rupture. Le contraste de propriété entre fibre et matrice joue un rôle important.





Pour mieux comprendre les mécanismes de dissipation mis en jeu, on considère ici l'**extraction d'une fibre élastique** (module élastique E et résistance à rupture R) **à partir d'une matrice infiniment rigide** sour l'action d'une force de traction F orientée dans l'axe de la fibre, comme dans la figure suivante.

L'interaction entre la fibre et la matrice peut prendre deux formes: (a) pour la **partie collée** une **énergie d'adhésion** Γ, nécessaire pour la rupture de l'interface; (b) pour la **partie décollée**, dont la longueur à repos est nommée c, une **contrainte de cisaillement constante** τ_f associée au frottement fibre/matrice. Sa valeur dépend de la contrainte de compression résiduelle que la matrice exerce sur la fibre en fonction du procédé de mise en forme.



On considère par simplicité une **cinématique 1D** pour la fibre, ce qui correspond à supposer que les champs de déplacement, déformation et contrainte soient homogènes dans chaque section perpendiculaire à la fibre. Fibre et matrice ont une extension illimitée dans le semi-espace identifié par le repère $x > 0$ indiqué en figure. La situation initiale présente toujours une partie déjà décollée et libre de glisser de longueur c, et le déplacement δ du bout de la fibre est nul avant l'application de la force F, qui est maintenue constante dans la suite.

1. On considère initialement une **fibre élastique fragile**, reliée à la matrice par une **énergie d'adhésion** Γ, les interfaces étant **sans frottement** ($\tau_f = 0$, pré-contrainte nulle).
   (a) Évaluer la variation d'énergie élastique, le travail fourni par la force extérieure et l'aire de la surface décollée lors d'une propagation de la fissure sur une longueur dc.
   (b) Évaluer le taux de restitution de l'énergie.

(c) Évaluer la force critique pour décoller la fibre. Montrer que la contrainte critique de décollement σ_d peux s'exprimer dans la forme $\sigma_d = 2\sqrt{\frac{E\Gamma}{R}}$.

(d) Déterminer la stabilité de la propagation du front de décollement.

(e) A partir d'une mesure de la force critique d'extraction F_d, exprimer l'énergie interfaciale Γ ainsi que la ténacité K_c en termes de la contrainte critique d'extraction σ_d.

(f) Discuter sous quelles conditions on peut atteindre la rupture de la fibre, et à quel point de la fibre.

2. On considère maintenant une **fibre élastique fragile non collée** ($\Gamma = 0$), mais présentant une **contrainte de frottement** τ_f dans une portion de longueur c en glissement par rapport à la matrice.

   (a) Montrer que l'équation différentielle pour la contrainte longitudinale $\sigma(x)$ dans la partie de la fibre affectée par le glissement est:

   $$\frac{d\sigma}{dx} = -\frac{2\tau_f}{R}$$

   (b) Déterminer le champ de contrainte $\sigma(x)$ ainsi que la longueur de fibre c_f affectée par le glissement pour être en équilibre avec la force F.

   (c) Déterminer les champs de déformation $\varepsilon(x)$ et déplacement $u(x)$. Suggestion: exprimer les résultats en termes de la variable x/c_f.

   (d) Discuter sous quelles conditions on peut atteindre la rupture de la fibre et à quel point.

   (e) Déterminer le travail total de la force extérieure, le travail dissipé en frottement et l'énergie élastique totale en fonction de la force F.

   (f) Discuter le bilan énergétique pour la propagation du front de glissement.

   (g) Évaluer l'énergie dissipée maximale dans le processus d'extraction/rupture.

3. On considère maintenant la combinaison d'une **contrainte de frottement** τ_f sur la partie décollée de la fibre et d'une **énergie d'adhésion** Γ sur la partie intacte.

   (a) La condition de propagation du front de décollement/glissement peut être traitée au niveau local par la même équation déterminée en partie 1, i.e. en imposant une contrainte critique σ_d au front. Expliquer pourquoi on peut négliger l'effet du frottement.

   (b) Écrire les nouvelles conditions aux limites et déterminer le profil de contrainte $\sigma(x)$ dans la partie décollée de la fibre. Exprimer la longueur de décollement/glissement c_d.

   (c) Déterminer la force critique F_d pour faire propager le front de décollement/glissement jusqu'à une longueur de fibre L. Représenter graphiquement la relation $F_d(L)$.

   (d) Discuter sous quelles conditions on peut atteindre la rupture de la fibre et à quel point.

   (e) Comparer qualitativement l'énergie dissipée maximale dans le processus d'extraction/ décollement/rupture avec la même grandeur calculée dans la partie 2.

4. Discuter qualitativement les conséquences des éléments de modélisation traités dans ce problème sur la propagation d'une fissure en direction transverse aux fibres.