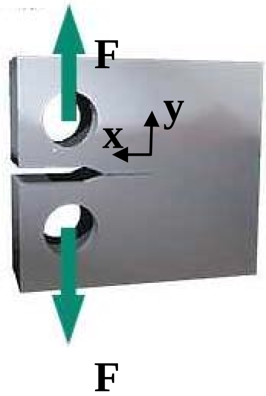
# MSM2 TD6 2015-2016

# Fracture d'un matériau élasto-plastique – Fragilité ou ductilité ?

### A) Taille de la zone plastique en pointe d'une fissure longue



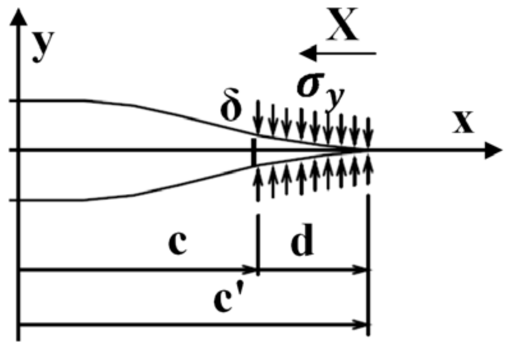

On considère initialement un échantillon contenant une fissure majeure de longueur $c$, tel un échantillon de test mécanique, constitué d'un matériau à loi de comportement élastique de module d'Young $E$. La théorie de la mécanique de la fracture linéaire élastique nous dit qu'en proximité de la pointe de fissure le champ de contrainte prend la forme :

$$\sigma(r) \sim \frac{K_{Ext}}{\sqrt{r}}$$

où $r$ est la distance à la pointe de fissure et $K_{Ext}$ est la facteur d'intensité de contrainte, proportionnel au chargement extérieur macroscopique $F$. On sous-entendra un chargement en mode I (ouvrant). Toutes les questions du problème seront à traiter en loi d'échelle.

1) Déterminer en loi d'échelle la forme du profil d'ouverture $Y = u_y(X)$ de la fissure (la fissure est initialement fermée, et $u_y$ est le déplacement normale à la fissure associé au chargement) :

2) Considérons maintenant un matériau avec loi de comportement élasto-plastique parfaite (module d'Young $E$, seuil de plasticité $\sigma_Y$). Dans le cadre de l'approximation de petites déformations plastiques, déterminer l'ordre de grandeur de la taille $d$ de la région plastifiée en pointe de fissure (dite process zone), qu'on assumera petite devant la longueur de fissure $c$, ainsi que la valeur typique de la contrainte dans cette région. Conseil : on négligera les variations du champ de contrainte $\sigma(r) \sim K_{Ext}/\sqrt{r}$ dans les régions qui restent élastiques.



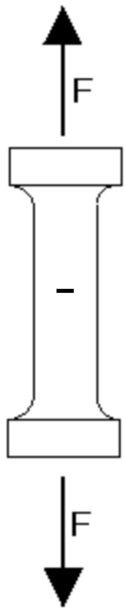

3) Une deuxième étape de modélisation consiste à considérer que la vraie pointe de fissure se trouve à une position $c'=c+d$ ($d << c$), et que la région entre $c$ et $c'$ soit soumise à un champ de contraintes de traction interne constante et égale à $\sigma_Y$. La nouvelle pointe de fissure se trouve alors soumise à la superposition du champ de contrainte macroscopique représenté par $K_{Ext}$, et du champ de contrainte induit par la distribution de contraintes internes, qui donnera en pointe de fissure une contribution identifiée par $K_{Int}$ (NB : on peut faire cette superposition en vertu du cadre linéaire de la théorie). Comme la nouvelle pointe à la position $c'$ se trouve dans un point intérieur au matériau, la contrainte ne peut pas être infinie à ce point, et on doit donc avoir que $K_{Tip} \sim K_{Int} + K_{Ext} \sim 0$. Exprimer la valeur de $K_{Int}$ en fonction de $\sigma_Y$ et $d$ à partir de cette condition d'annulation de la singularité. Justifier son expression par des arguments dimensionnels (Conseil : considérer les deux situations où $c = \infty$ ou $d = c$). Interpréter ce résultat par analogie avec l'expression de $K_{Ext}$ pour un crack de Griffith sous pression (TD5).

4) En faisant l'approximation que le profil d'ouverture de la fissure dans la zone extérieure à la zone plastique ($X > d$) ne soit pas fortement altéré par la présence de la zone plastique, estimer l'ordre de grandeur de l'ouverture $\delta$ à la fin de la zone plastique.

5) En utilisant l'échantillon de test en question, on mesure la ténacité du matériau et on obtient sa valeur $K_C$. En considérant le critère de propagation de la fissure, exprimer la valeur maximale admissible de la taille de la zone plastifiée $d_{max}$ et de l'ouverture $\delta_{max}$ à la fin de la zone plastique.

6) En se fondant sur l'équivalence entre $K$ et $G$ (taux de restitution de l'énergie) exprimer l'énergie de fracture $\Gamma$ en fonction de $\sigma_Y$ et $\delta_{max}$. Commenter le résultat.

**B) Taille de la zone plastique en pointe d'une fissure courte**




On considère maintenant un échantillon sans préfissure majeure, constitué du même matériau élasto-plastique, et conçu pour un essai de traction uniaxiale afin d'étudier la loi de comportement du matériau. On supposera la présence d'une microfissure de longueur $2c$ dans une position quelconque à l'intérieur de la région centrale de section $S$. Pour simplifier, on supposera que la fissure soit orientée perpendiculairement à la direction de la traction uniaxiale $\sigma_0 = F/S$, et on traitera le problème en deux dimensions.

7) En supposant initialement que la taille $d$ de la zone plastique développée aux deux extrémités de la microfissure soit petite par rapport à la taille $2c$ de la fissure, exprimer le facteur d'intensité de contrainte $K_{Ext}$ agissant sur les deux pointes de fissure et la contrainte maximale $\sigma_{max}$ supportée par l'échantillon avant rupture.

8) Exprimer la condition à respecter pour que l'approximation $d << c$ reste valide jusqu'à rupture.

9) Que se passerait-il qualitativement dans le cas opposé $c < d_{max}$? Interpréter le comportement qu'aurait l'échantillon pendant un chargement jusqu'à rupture.

10) Estimer la conséquence de la présence de microdéfauts de taille typique $c \sim 1$ µm dans les deux matériaux suivants :

a) Verre de silice : $E = 70$ GPa, $\sigma_Y = 10$ GPa, $K_C = 0.7$ MPa$\sqrt{\text{m}}$

b) Acier : $E = 180$ GPa, $\sigma_Y = 1.2$ GPa, $K_C = 85$ MPa$\sqrt{\text{m}}$