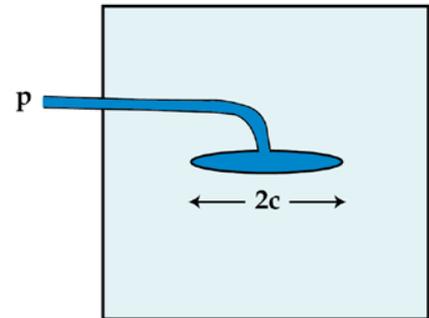


1. L'eau peut-elle casser la roche ?

Dans les techniques minières où pétrolières on utilise souvent l'injection de fluides sous pression dans des fissures préexistantes pour casser des roches.

1) Estimer l'ordre de grandeur de la pression p qu'il faudrait injecter dans une fissure plate de longueur $2c=20\text{m}$ pour en provoquer la propagation. On assumera des propriétés mécaniques proches de celles du verre : $E = 70 \text{ GPa}$, $\Gamma = 8 \text{ J/m}^2$.



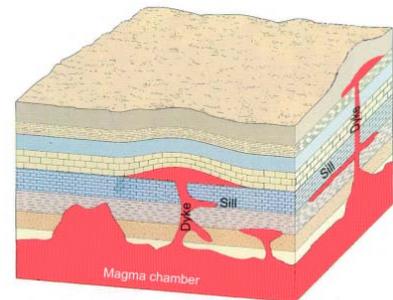
2) Discuter la stabilité de la propagation.

3) Exprimer le facteur d'intensité de contrainte.

4) Critiquer la validité du modèle pendant la propagation.

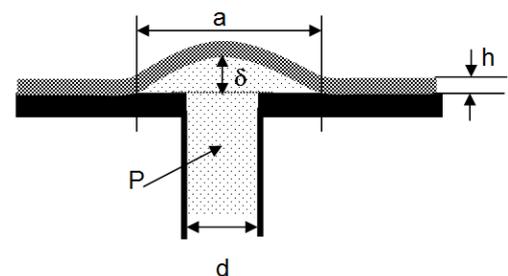
2. La dure montée d'une colonne de magma

Avant d'atteindre la surface terrestre pour engendrer une éruption volcanique, le magma doit remonter à partir d'une chambre magmatique soumise à une pression colossale, en se frayant un chemin à travers les couches de roche de la croûte terrestre. L'avancée du magma se fait en alternant l'ouverture de fissures verticales (dyke) qui traversent les couches à des phases de propagation horizontale par fracturation de l'interface faible entre deux couches de roche.



Délaminage d'une couche sous pression

Pour modéliser les conditions de propagation horizontale d'une fissure pressurisée entre deux couches de roche, on étudie la situation simplifiée indiquée sur la figure ci contre. On considère une couche élastique d'épaisseur h et module élastique E , collée sur un substrat rigide présentant une ouverture de diamètre d qui contient un fluide à la pression P . On supposera que la fissuration interfaciale soit déjà initiée et qu'elle présente une longueur a grande par rapport à l'épaisseur h et au diamètre d . On nommera Γ l'énergie de fracture interfaciale qu'on traitera comme une énergie d'adhésion de Dupré (réversible). On traitera le problème en deux dimensions (symétrie de translation selon la direction perpendiculaire à la figure).



Les calculs sont à effectuer en loi d'échelle.

1) Décrire qualitativement la nature des déformations dans la partie décollée de la couche (éventuellement plusieurs modes en superposition).

- 2) Montrer qu'indépendamment de la forme précise du profil de flexion, l'énergie de flexion est dominante tant que la flèche δ de la cloque reste petite devant l'épaisseur h (ce que l'on vérifiera ensuite). Justifier qu'en conséquence le profil d'équilibre prendra une forme de cosinus.
- 3) Estimer le travail exercé par la pression P en fonction de a et δ .
- 4) Trouver la flèche δ de la cloque à l'équilibre par minimisation de l'énergie potentielle à longueur de fissure a constante.
- 5) Ecrire l'énergie de surface en fonction de la longueur de fissure a .
- 6) Représenter schématiquement sur un graphique l'énergie potentielle totale, l'énergie de surface, ainsi que leur somme pour une pression P donnée. Suggestion : se souvenir que le travail effectué pour charger une structure élastique à force constante équivaut au double de l'énergie élastique. Indiquer sur le diagramme la position d'équilibre, et discuter de sa stabilité.
- 7) Ecrire le taux de restitution de l'énergie G par rapport à l'avancée de la fissure à pression P constante.
- 8) Calculer la relation entre la pression critique P_c et la longueur de fissure a au point d'équilibre et vérifier que la condition de stabilité sur G soit cohérente avec les conclusions de la méthode graphique de la question 6.
- 9) On considère l'application numérique pour la croûte terrestre. Les roches de la croûte ont un module élastique de l'ordre de $E = 100$ GPa et une énergie de fracture interfaciale de l'ordre de $\Gamma = 10$ J/m². Considérant une couche d'épaisseur $h = 1$ km, décollée sur une longueur initiale $a = 10$ km, estimer la pression critique P_c du magma qui induirait l'extension de la fracture, ainsi que la flèche δ_c correspondante.
- 10) Au vu des ordres de grandeurs estimés, discuter de la validité du modèle pour décrire la propagation du magma entre deux couches de roche (NB : on rappelle que 1 bar = 10⁵ Pa). Quel paramètre physique a-t-on oublié dans le modèle ?