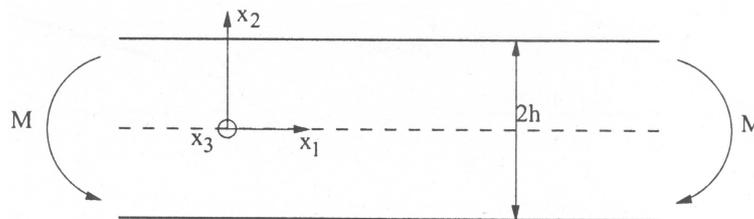


Le tortillement des rubans pour cadeaux



Voilà bientôt Noël, il faudra donc s'entraîner à l'ancienne pratique de décoration des paquets cadeau par des rubans tortillés. Pour des raisons de praticité, les rubans sont vendus en rouleaux compacts, il faudra donc leur donner une courbure permanente en les faisant glisser entre une lame de ciseau et un pouce bien serré.

Bien que le ruban à cadeau ait une texture complexe, le même phénomène est qualitativement observé en utilisant un film de plastique ordinaire. Nous décidons donc de modéliser ce phénomène par la flexion-traction d'une poutre élasto-plastique.



La poutre sur la figure ci dessus possède une section rectangulaire, de hauteur $2h$ et de largeur b . Elle est chargée en flexion pure (cisaillement négligé) par l'application d'un moment M à ses extrémités, et on suppose qu'une section droite de normale x_1 reste droite. Le comportement du matériau qui la constitue est élasto-plastique parfait (modules élastiques E , ν , seuil de plastification σ_y). Traiter le problème avec le formalisme des petites déformations plastiques.

1. Quelle est la distribution de contrainte et de déformation en élasticité ?
2. Trouver le moment M_e pour lequel la plasticité débute.
3. Trouver la distribution de contraintes lorsque M dépasse M_e . Montrer qu'il existe une valeur limite M_∞ du moment de flexion pour laquelle les déformations ne sont plus contenues (ruine).
4. Que se passe-t-il lorsqu'on relâche l'effort ($M = 0$),
 - i) dans le cas où le moment maximum atteint M_m est inférieur à M_e ,
 - ii) dans le cas où $M_e < M_m < M_\infty$?
 Montrer qu'il subsiste dans ce dernier cas des contraintes résiduelles.
5. Recommencer le problème avec une force de traction horizontale F superposée au moment de flexion : définir dans le plan (F, M) la frontière élastique (première plastification) et la frontière d'écoulement libre (correspondant à la ruine de la structure).
6. Parmi les résultats obtenus, lesquels auraient pu être facilement estimés en loi d'échelle ?
7. Discuter l'adéquation de cette modélisation pour le problème initial du tortillement des rubans pour les cadeaux.