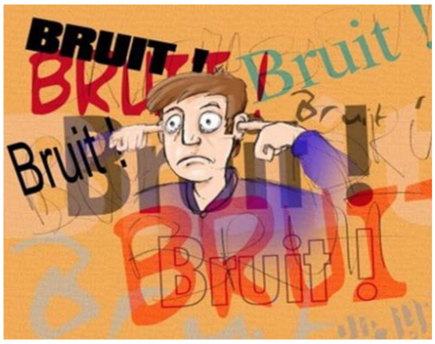
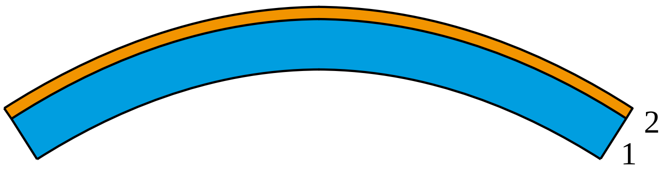
MSM2 **TD N.2** **2015-2016**

1. Un peu de paix pour nos oreilles…



Les matériaux viscoélastiques sont très utilisés pour atténuer le bruit et les vibrations, grâce à leur capacité de dissiper l'énergie mécanique en chaleur. Aujourd'hui dans une automobile on peut en trouver une trentaine de kilos, en particulier dans les tôles sandwich de la carrosserie (portières, plafond, coffre). Ils sont aussi très employés dans l'aéronautique, l'habitat et l'électroménager.
L'émission de bruit est particulièrement efficace au niveau de la vibration des plaques et coques de la structure. La stratégie la plus simple à mettre en œuvre pour réduire l'amplitude des vibrations est de coller une couche viscoélastique sur toute l'extension de la plaque. Une deuxième stratégie, moins simple mais plus efficace, est d'insérer la couche viscoélastique en sandwich entre deux plaques du matériau rigide. Le but du problème est de modéliser et comparer la capacité d'atténuation des deux types d'assemblages.

A. Efficacité d'un revêtement antivibratoire



On considère la vibration en flexion simple d'une bicouche obtenue en collant sur une plaque élastique d'aluminium (épaisseur $H_1 \sim 10$ mm, longueur L ~ 1 m, largeur b ~ 1 m, module d'Young $E_1 \sim 70$ GPa) une couche de polymère mou et viscoélastique (épaisseur $H_2 \sim 1$ mm $\ll H_1$, mêmes dimensions latérales que la plaque). La réponse viscoélastique de la couche polymère à la fréquence de résonnance f de l'assemblage bicouche est caractérisée par ses modules complexes E_2' et E_2'', où le module de stockage $E_2' \sim 10$ MPa $\ll E_1$ est très faible, et le facteur de perte $\tan\delta_2 = E_2''/E_2' = 0.1$ est très grand. Dans tout l'exercice on assumera qu'il n'y ait pas de décollement ni de glissement à l'interface aluminium/polymère.
On fera les calculs en loi d'échelle.

1) En supposant une vibration élémentaire de la plaque bicouche en flexion simple (profil de flexion en arc de cercle), dont l'amplitude est caractérisée par un rayon de courbure R, déterminer la nature des déformations de la plaque et de la couche viscoélastique. Estimer les valeurs typiques ε_1 et ε_2.

2) En se fondant sur le principe de correspondance et sur la notion de modules complexes, estimer les énergies élastiques U_1^{stock} et U_2^{stock} stockées respectivement dans la plaque et dans la couche pendant l'oscillation.

3) Estimer l'ordre de grandeur de l'énergie dissipée dans la bicouche U_{bc}^{diss} dans une oscillation.

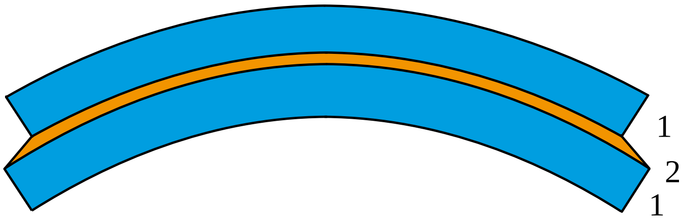
4) Montrer que l'ordre de grandeur du facteur de perte $\tan\delta_{bc}$ de l'assemblage bicouche peut être exprimé comme :

$$\tan\delta_{bc} = \frac{U_{bc}^{diss}}{U_{bc}^{stock}} \sim \tan\delta_2 \frac{g_{bc}}{1+g_{bc}} \quad avec \quad g_{bc} = \frac{E_2' H_2}{E_1 H_1}$$

5) Estimer l'ordre de grandeur de $\tan\delta_{bc}$ et commenter le résultat.

6) Sur quels paramètres peut on jouer pour augmenter l'atténuation ? Est-ce que c'est envisageable ?

B. Plutôt une couche sandwich ?



On considère maintenant la vibration d'un assemblage sandwich, obtenu en entreposant une couche du polymère viscoélastique entre deux plaques rigides. Lors de la vibration en flexion simple de l'assemblage sandwich, la sollicitation de la couche viscoélastique est profondément différente, comme illustré dans la figure. On rappelle qu'il n'y a pas de décollement ni de glissement aux interfaces. Tous les symboles, les matériaux et les dimensions restent les mêmes que dans l'exercice sur l'assemblage bicouche. L'épaisseur et le matériau de la deuxième plaque élastique seront supposés être identiques à ceux de la première.

7) En supposant que pendant la vibration la déformation des deux plaques élastiques reste une flexion simple avec le même rayon de courbure R, déterminer la nature de la déformation de la couche viscoélastique. Estimer les valeurs typiques ε_1 et ε_2.

8) Répéter la même procédure d'analyse que pour l'assemblage bicouche (en détaillant chaque étape) et montrer que le facteur de perte $\tan\delta_{sw}$ de l'assemblage sandwich peut s'exprimer dans la même forme, mais avec une expression différente pour la fonction g_{sw} :

$$\tan\delta_{sw} \sim \tan\delta_2 \frac{g_{sw}}{1+g_{sw}} \qquad g_{sw} = \frac{\mu_2' L^2}{E_1 H_1 H_2}$$

où $\mu_2' = E_2'/3$ est le module de cisaillement de la couche viscoélastique (le polymère mou étant incompressible), et L est la longueur de la plaque.

9) Estimer la valeur numérique de $\tan\delta_{sw}$ pour une plaque de longueur L = 1 m. Commenter le résultat et discuter de l'efficacité relative des deux assemblages (bicouche et sandwich).

2. La guitare du voisin

Vous an avez marre de la guitare du voisin? Concevez un panneau d'atténuation acoustique à partir d'une couche de matière viscoélastique, par exemple un élastomère à température de transition vitreuse proche de l'ambiant. La densité des élastomères est $\rho \sim 1000$ kg/m^3, le module élastique relaxé est $E_0 \sim 1$ MPa et le module dynamique est $E_\infty \sim 1$ GPa. Le coefficient de perte peut atteindre des valeurs de l'ordre de 1 autour du pic de dissipation qui par convention se trouve à la température de transition vitreuse pour des sollicitations de 1 Hz. Le module de compressibilité est K ~ 1 GPa et varie peu avec la fréquence.

1. Déterminer la température de transition vitreuse T_g idéale que l'élastomère devrait avoir pour maximiser la dissipation au centre de la bande acoustique. Rappel: l'équivalence temps-température (loi WLF) nous dit que pour des polymères proches de leur température vitreuse une augmentation de température de 7°C a un effet équivalent à une diminution d'une décade de fréquence (f /10).

2. Assumant que l'élastomère ait la T_g optimale, évaluer l'efficacité d'atténuation d'un tel panneau.

3. Comment peut-on améliorer la performance du panneau?