

Examen de Mécanique des Solides et des Matériaux 2

*Examen du 12 Février 2016 : 9h30-12h00
Promotion 133*

La durée totale de l'examen (partie A et partie B) est de 2h30.

PARTIE A *Ecrivez lisiblement votre nom sur chaque copie*

Durée : 30 minutes. Les copies seront ramassées à la fin de la partie A.

La **partie A** se compose d'un QCM.

Attention : une seule réponse valable par question

Documents :

Aucun document n'est autorisé dans la partie A et pas de calculatrice.

PARTIE B *Ecrivez lisiblement votre nom sur chaque copie*

Durée : la durée de la partie **B** est de **2h**

La **partie B** se compose d'un problème constitué d'un set d'exercices sur le pelage d'un film collé.

Documents :

Une feuille A4 manuscrite et signée comportant un résumé des formules et concepts essentiels.

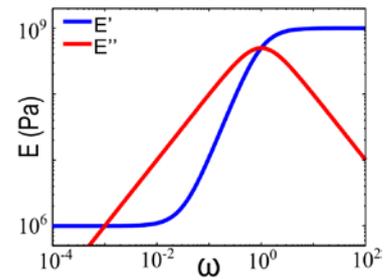
NOM :
Prénom :

Partie A – QCM

Examen MSM2 – 12/02/2016 - Promotion 133

Attention : une seule réponse valable par question

1. On réalise une mesure des modules dynamiques à température ambiante T_a sur un matériau inconnu et on obtient le résultat représenté dans la figure de droite.



I. Quelle loi de comportement peut-on identifier?

- Fluide viscoélastique de type Maxwell
- Solide viscoélastique de type solide linéaire standard
- Solide viscoélastique de type Kelvin-Voigt
- Solide élasto-plastique parfait

II. Dessiner le modèle rhéologique choisi:

III. Identifier les valeurs des paramètres du modèle à partir du graphique de l'essai.

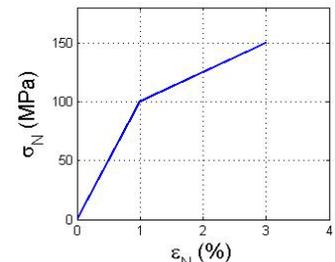
IV. Que peut-on dire sur la température de transition vitreuse T_g du matériau?

- $T_g \gg T_a$
- $T_g \ll T_a$
- $T_g \sim T_a$
- Aucune conclusion

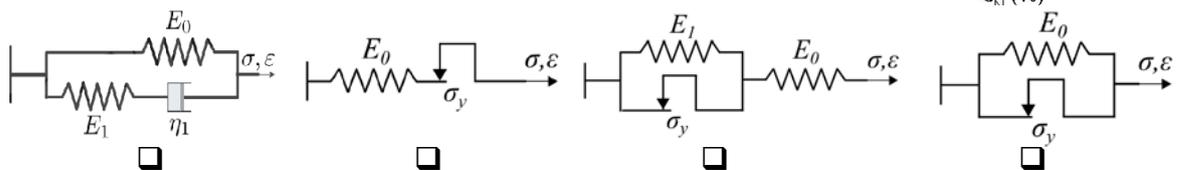
2. Quel critère décrit la propagation d'une fissure préexistante dans un matériau fragile ?

- $K \geq K_c$
- $\sigma_1 \geq \sigma_R$
- $G < G_c$
- $(\sigma_1 - \sigma_3)/2 \geq k_c$

3. On réalise un essai de traction uniaxiale jusqu'à rupture sur une fibre de polymère et on obtient le résultat représenté dans la figure à droite. En effectuant le même test pour différentes vitesses de traction, le résultat reste constant.



I. Identifier le modèle rhéologique compatible avec la mesure.



II. Ecrire le nom de la loi de comportement correspondante:

III. Identifier les valeurs des paramètres du modèle à partir du graphique de l'essai.

IV. Représenter sur le graphique la courbe de décharge après un chargement en traction jusqu'à une déformation nominale de 2%.

4. Une balle élastique de rayon R impacte une paroi rigide avec une vitesse V normale à la paroi. Quel est le type de réponse dynamique qui se manifeste en premier dans la balle?

- Mode propre vibratoire
- Onde compressive
- Onde transversale
- Onde de flexion

NOM Prénom:

Partie B

Examen MSM2 - 12/02/2016 - Promotion 133

Problème: Le pelage dans tout ses états

Arrachage d'une moquette collée, debobinage d'un rouleau de stoch, décolllement d'un film protecteur... le pelage d'un film collé est omniprésent dans la vie quotidienne. Parfois on veut que le film se pèle facilement, ou qu'il reste en place, ou encore qu'on ne puisse pas décoller le film sans le casser.



Figure 1: Arrachage d'une moquette par pelage.

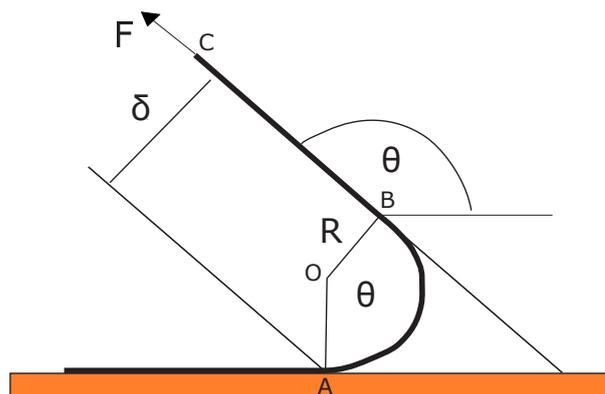


Figure 2: Schéma simplifié du profil déformé du film en regime de pelage.

Pour modéliser la mécanique du pelage d'un film collé, on considère un film d'un matériau élastique de module d'Young E , de largeur b et d'épaisseur h très faible, collé sur un substrat plat et rigide avec une énergie de fracture interfaciale Γ . À l'extrémité d'une portion préalablement décollée on applique une force F formant un angle θ par rapport au plan du substrat, comme indiqué en figure 2. On appelle L la longueur de la portion décollée (entre les points A et C) dans son état de repos (avant application de la force).

Si le décolllement arrive pour une valeur faible de la force F , le film n'est que faiblement fléchi. On parle alors de décolllement en **clivage**, ce qui peut être traité simplement avec la théorie des poutres en faible flexion. Si par contre le décolllement nécessite une force plus soutenue, le film peut se fléchir suffisamment pour que sa portion finale puisse s'aligner dans la direction θ de la force. On parle alors de décolllement en **pelage**.

Afin de modéliser simplement le regime de pelage, on peut schématiser le profil déformé en le séparant dans une première portion en flexion (entre A et B sur la figure 2) formant approximativement un arc de cercle avec un rayon de courbure R , suivie par une deuxième portion droite (entre B et C) orientée selon la direction θ de la force. Lors du décolllement avec F et θ constants, le point de pelage A (analogue d'une pointe de fissure) avance vers la gauche avec une vitesse constante V , qu'on supposera faible. Le profil déformé garde essentiellement la même forme, mais chaque portion décollée de longueur da contribue à une augmentation de la longueur à repos L de la portion de film décollé.

Les calculs seront menés en loi d'échelle, en préservant les termes de dépendance en θ .

1. On considère initialement un **film flexible, mais inextensible**.

- (a) A l'aide d'une analyse d'équilibre statique (sans propagation de fissure), montrer que le rayon de courbure typique R peut être exprimé comme:

$$R \sim \sqrt{\frac{EI}{F(1 - \cos \theta)}}$$

Suggestion: malgré les grands déplacements, les déformations dans le film restent faibles.

- (b) Interpréter le résultat en termes d'une longueur physique connue.
- (c) Déterminer la valeur minimale F_{min} de la force pour pouvoir passer du régime de clivage au régime de pelage (i.e. pour que la partie terminale du film puisse s'aligner avec la force).
- (d) Évaluer l'énergie élastique stockée dans le film.
2. On considère maintenant la limite d'un **film infiniment flexible, mais inextensible**. La partie circulaire se réduit alors à une taille nulle ($R/L \rightarrow 0$), et peut être négligée comme dans la figure 3.

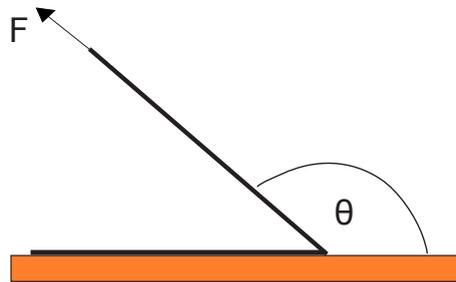


Figure 3: Pelage d'un film infiniment flexible.

- (a) Montrer que dans ce cas le taux de restitution de l'énergie lors du décollement du film avec F et θ constants peut être exprimé comme:

$$G = \frac{F}{b}(1 - \cos \theta)$$

Suggestion: comparer la situation avant et après le décollement d'une portion de film de longueur da .

- (b) Exprimer la force critique $F_P(\theta)$ nécessaire pour peler le film en fonction de l'angle de pelage. Évaluer les cas limites $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ et 180° . Interpréter le résultat.

3. On considère maintenant un **film infiniment flexible, mais extensible**.
- Montrer que le taux de restitution de l'énergie augmente d'une quantité proportionnelle à F^2 . Suggestion: considérer l'effet incremental par rapport à la situation du point 2(a).
 - Évaluer la force de pelage à angle nul et interpréter la différence du résultat par rapport au point 2(b).
 - En augmentant l'angle de pelage, à partir de quel angle θ_C le nouveau terme du taux de restitution de l'énergie dû à l'extensibilité peut être négligé dans le calcul de la force critique de pelage? Suggestion: déterminer l'intersection entre les deux solutions pour $F_P(\theta)$ obtenues en utilisant respectivement le premier et le deuxième termes tout seuls. On supposera que $\Gamma/Eh \ll 1$, ce que l'on vérifie habituellement dans les applications de pelage.
4. On considère enfin la cas général d'un **film extensible et flexible**. En reprenant le schéma simplifié de la figure 2, on peut localiser l'extensibilité dans la portion droite BC et le flexibilité dans la portion circulaire AB, que par simplicité on va considérer comme courte par rapport à BC.
- Justifier que l'énergie de flexion n'intervient pas dans l'évaluation du taux de restitution de l'énergie, dont l'expression (déterminée aux points 2(a) et 3(a)) reste donc inchangée.
 - Exprimer le rayon de courbure R en condition de décollement sous l'hypothèse que $\theta > \theta_C$.
5. **Et la moquette alors?** Déterminer les valeurs de R , $F_P(90^\circ)$ et θ_C pour chacune des trois applications envisagés au début du problème (dont on donne les valeurs typiques dans la table suivante). Discuter les résultats obtenus.

	E (MPa)	h	b	Γ (J/m ²)
Moquette	10	1 m	5 mm	100
Scotch	1000	50 μm	2 cm	100
Film protecteur	1000	50 μm	5 cm	0.1

6. **Décollement ou rupture?**

- Sous l'hypothèse que le matériau constituant le film ait un comportement fragile, caractérisé par une contrainte de rupture σ_R , déterminer la valeur maximale de Γ pour que le film se décolle sans être cassé. Distinguer le cas où la rupture aurait lieu dans la zone en traction BC de celui où la rupture aurait lieu dans la zone en flexion AB.
- Pour chacun de ces deux cas, quel angle de pelage est préférable pour minimiser le risque de rupture avant décollement.
- Quelle est la rupture la plus probable en fonction de l'angle θ ?

7. Et si le film plastifie?

- (a) Sous l'hypothèse que le matériau constituant le film ait un comportement élasto-plastique ductile, caractérisé par la contrainte de plastification σ_y , justifier que la condition et le lieu de plastification s'expriment avec les mêmes équations que dans le point précédent.
 - (b) Interpréter ce qui se passe une fois que la condition de plastification est atteinte.
 - (c) Comment reconnaître après la fin du décollement s'il y a eu plastification?
 - (d) Est-ce qu'on s'attend à ce que la force nécessaire pour peler le film augmente ou diminue en conséquence de la plastification?
 - (e) Dans les trois applications envisagées, quel phénomène on risque de rencontrer entre rupture et plastification?
8. **Une colle viscoélastique?** Dans le cas du ruban adhésif, on interpose en plus une fine couche de colle viscoélastique entre le film élastique et le substrat, ce qui se traduit par une augmentation de l'énergie de fracture interfaciale $\Gamma(V)$ avec la vitesse de pelage V . Typiquement $\Gamma(V)$ peut varier entre 10 et 300 J/m² quand la vitesse passe de 1 $\mu\text{m/s}$ à 1 cm/s. En déduire une stratégie pour peler le film en réduisant le risque de rupture du film.
9. **Et si on pèle très vite?** Jusqu'à ici la modélisation de la mécanique du pelage était conduite en approximation quasi-statique, i.e. en négligeant les effets de l'énergie cinétique.

- (a) En se limitant à la situation du film inextensible et infiniment flexible (comme au point 2) pelé avec $\theta = 90^\circ$, montrer que la contribution de l'énergie cinétique se traduit par la nécessité de rajouter à l'énergie de fracture un terme additionnel dépendant de la vitesse de pelage V . On notera $\mu = \rho b h$ la masse par unité de longueur du film. Suggestion: considérer que lors du décollement d'une nouvelle portion de film de longueur da , celle ci (initialement à repos) se retrouve en mouvement avec une vitesse d'ordre V (attention à la direction de cette vitesse!).
- (b) Exprimer la force de pelage totale à 90° .
- (c) Estimer la vitesse limite de validité pour l'approximation quasi-statique et commenter le résultat. Suggestion: considérer que la vitesse de propagation d'une onde mécanique sur une corde tendue est $c_{ct} \sim \sqrt{F/\mu}$.
- (d) En supposant pour les trois applications $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, estimer les vitesses limites du regime quasi-statique.