

Intrication, complémentarité et décohérence : des expériences de pensée à l'information quantique...

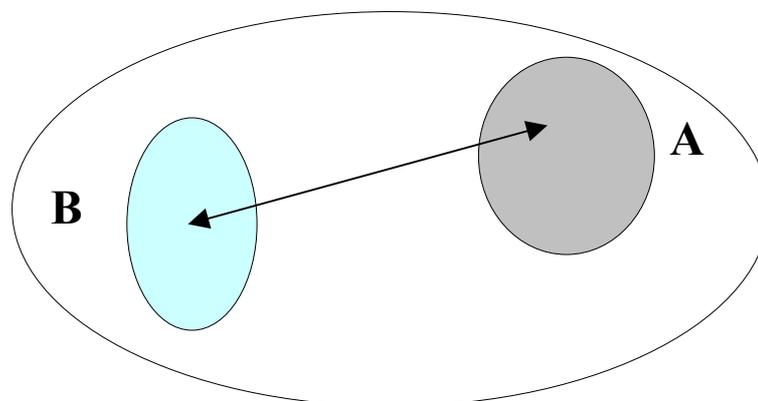
La manipulation d'objets microscopiques simples (atomes, molécules, photons) et la généralisation de ces expériences à des systèmes mésoscopiques de plus en plus complexes constituent un des domaines les plus dynamiques de la physique quantique actuelle. Ces expériences de pensée devenues réelles éclairent d'un jour nouveau les concepts fondamentaux de la théorie.

Ces études sont également stimulées par le développement théorique du traitement quantique de l'information, lui-même largement influencé par les concepts de l'information classique : les systèmes quantiques simples (à deux niveaux) peuvent être considérés comme des porteurs de « bits » quantiques d'information (« qubits ») et leur manipulation permet d'accomplir des tâches impossibles avec des bits classiques...

Superpositions quantiques et intrication

Le principe de superposition conduit à décrire chaque état d'un système physique par un vecteur d'un espace de Hilbert associé à ce système. Cet espace devient extrêmement vaste lorsque l'on considère des systèmes à plusieurs particules (m^N dimensions pour N systèmes à m niveaux). Toutes les combinaisons linéaires des états de base sont accessibles en principe, ce qui donne une richesse d'effets physiques bien plus grande qu'en physique classique.

L'aspect essentiel de cette richesse est lié à l'intrication quantique : la plupart des états des systèmes composites sont non-séparables (ne peuvent pas s'écrire comme des produits d'états indépendants associés à chaque sous-système). Cette intrication conduit à des corrélations non classiques entre les parties d'un système physique, même lorsqu'elles sont spatialement disjointes.



$$|\Psi_{AB}\rangle \neq |\Psi_A\rangle \otimes |\Psi_B\rangle$$

L'intrication joue un rôle important dans la description et l'analyse d'un grand nombre de concepts ou processus quantiques : non localité, complémentarité, théorie de la mesure, relaxation et décohérence, frontière classique-quantique... Elle est également essentielle à la mise en œuvre de processus nouveaux de traitement quantique de l'information (communication quantique et cryptographie, téléportation, algorithmes quantiques...)

Quelques questions posées par la physique de l'intrication :

- *Comment interpréter le formalisme de la théorie (mesure, non localité...) ?*
- *Comment quantifier le « degré » d'intrication d'un système dans différents cas (systèmes bi ou multi-parties, cas purs ou mélanges statistiques...) ?*
- *Comment protéger la « bonne » intrication (celle que l'on contrôle et que l'on veut utiliser) de la « mauvaise » (celle avec l'environnement qui cause la décohérence) ?*
- *Comment l'utiliser pour communiquer, partager de l'information et calculer de façon plus efficace ou plus rapide que par des voies classiques ?*
- *Comment la réaliser expérimentalement (choix des systèmes de qubits, réalisation des opérations élémentaires, possibilité d'intégrer un grand nombre d'éléments...etc)*

Les quelques pages (sans équations...!) qui suivent, essayeront, en restant à un niveau élémentaire, de poser ces questions de façon plus précise et d'y apporter les réponses actuelles.

Quelques problèmes accompagnés de leurs solutions rédigées illustreront ces questions de façon plus « concrète ».

Quelques références

- « *Quantum Theory : Concepts and Methods* » Asher Peres, Kuwer (1995)
- « *Quantum Theory and Measurement* » Wheeler & Zurek (Ed.) Princeton Univ.Press (1983).
- « *The Physics of Quantum information* » D.Bouwmeester, A.Ekert and A.Zeilinger (Ed.), Springer (2000).
- « *Decoherence and the appearance of a classical world in quantum theory* » Giulini & al., Springer (1996).
- « *Quantum computation and quantum information* » M.A. Nielsen and I. Chuang, Cambridge Univ.Press (2000).
- « *Quantum computation* » J.Preskill (**cours et problèmes sur le Web**)
www.theory.caltech.edu/people/preskill/ph229/#lecture

••• *Erwin Schrödinger, en 1952, estimait encore que la manipulation d'objets microscopiques uniques était impossible•••*



« We never experiment with just one electron or atom or (small) molecule. In thought-experiments we sometimes assume that we do; this invariably entails ridiculous consequences ••• »

(British Journal of the Philosophy of Sciences, Vol 3, (1952).

Quelques thématiques actuelles en mécanique quantique...

1 • Superposition d'états - états intriqués

Selon la mécanique quantique, après une interaction mutuelle, l'état de deux systèmes quantiques n'est en général pas séparable. Cela signifie que la représentation quantique des degrés de liberté des deux sous-systèmes qui ont participé à l'interaction nécessite en général un état qui ne peut pas être exprimé comme un produit tensoriel de deux états, chacun représentant les degrés de liberté d'un seul sous-système. Par contre, l'état du système composé est une **superposition** de tels états produits : on dit alors que les degrés de liberté qui ont interagi sont **intriqués**. D'un point de vue expérimental cela implique que les deux sous-systèmes ne peuvent plus être considérés comme indépendants : une mesure effectuée sur les degrés de liberté d'un des deux systèmes détermine aussi l'état de l'autre - quelles que soient la mesure et la distance entre les systèmes. Ce seul fait ne semble pas étonnant.

2 • Une partie de billard...

Prenons pour exemple une partie de billard et supposons les conditions initiales suivantes : les positions de la boule blanche et de la boule rouge ainsi que l'impulsion de la boule rouge (qui est immobile) sont connues. Par contre (et c'est là l'intérêt du jeu), l'impulsion de la blanche n'est contrôlée qu'avec incertitude. Il est donc impossible de prédire l'état de la boule blanche ou de la rouge après la collision. Tout ce que l'on sait est qu'un état final donné de la blanche (ou de la rouge) implique un et un seul état final de l'autre boule, c'est-à-dire que **les états finaux** des deux boules sont parfaitement **corrélés**. Une description de l'état des deux boules après la collision est donnée par une distribution probabiliste d'états corrélés à deux boules. Il est important d'insister sur le fait que, bien que l'état d'une seule boule après la collision soit inconnu, il est néanmoins possible de le déterminer par l'intermédiaire de l'autre boule. On peut connaître avec certitude l'état (position et impulsion) de la boule rouge - par exemple - après la collision sans la **perturber**, car la mesure correspondante s'effectue sur la blanche.

On trouve donc une corrélation parfaite entre les résultats d'une mesure d'une quantité physique effectuée sur deux systèmes après leur interaction non seulement dans la théorie quantique mais aussi dans le monde dit "classique".

Mais bien qu'une telle corrélation parfaite n'ait rien de choquant d'un point de vue "classique", elle pose, des problèmes importants dans la théorie quantique. Ces problèmes ont conduit **Einstein, Podolsky et Rosen (EPR)** en 1935 à la conclusion qu'une description quantique de la réalité physique ne peut pas être complète [1]. Ils arrivent à cette conclusion en analysant les prédictions de la mécanique quantique pour un état intriqué à deux particules qu'ils proposent. Cet état est construit de façon à ce qu'il implique, d'après les prédictions de la mécanique quantique, les corrélations suivantes : une mesure de la position (ou de l'impulsion) de chacune des deux particules détermine la position (ou l'impulsion) de l'autre.

[1] A.Einstein, B.Podolsky et N.Rosen. "Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete ?" *Phys.Rev.*47, 777,(1935).

Les corrélations entre les deux particules de cet état EPR sont même encore plus fortes : la mécanique quantique prédit en fait que l'état EPR n'est pas seulement corrélé quand on effectue une mesure sur les deux particules dans les bases $\{|x^1\rangle, |x^2\rangle\}$ et $\{|p_x^1\rangle, |p_x^2\rangle\}$, x^i et p_x^i désignant respectivement la position et l'impulsion de la particule i . On trouve également des corrélations parfaites dans un nombre infini d'autres bases conjuguées, comme par exemple, $\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(|x^1\rangle + |p_x^1\rangle), \frac{1}{\sqrt{2}}(|x^2\rangle - |p_x^2\rangle) \right\}$ et $\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(|x^1\rangle - |p_x^1\rangle), \frac{1}{\sqrt{2}}(|x^2\rangle + |p_x^2\rangle) \right\}$. Les corrélations fortes dans une multitude de bases ont, dans la suite, joué un rôle important concernant l'interprétation de l'argument de EPR et de ses conséquences. Par contre, EPR eux-mêmes ne les utilisaient pas dans leur raisonnement.

3 • "Le programme EPR" et le théorème de BELL.

Ce raisonnement et les hypothèses, que EPR employaient, peuvent être résumés comme suit : selon la mécanique quantique, on peut déterminer la position ou l'impulsion de la seconde particule en faisant une mesure sur la première particule. A l'instant de cette mesure les deux particules peuvent être arbitrairement éloignées et n'interagissent plus. La mesure réalisée sur la première particule ne peut alors changer l'état de la deuxième (**hypothèse de la localité**). La position et l'impulsion de la seconde particule sont donc des éléments de la réalité physique car il est possible de prédire leurs valeurs avec certitude sans perturber la seconde particule (**hypothèse de la réalité**). Mais, dans la théorie quantique, les observables position et impulsion ne commutent pas. Il est donc impossible d'écrire un état quantique qui représente un système possédant des valeurs bien définies pour les deux observables position et impulsion à la fois - un fait qui s'exprime d'une façon quantitative dans l'inégalité de Heisenberg. Selon EPR, la mécanique quantique ne peut alors pas être complète car il existe des éléments de réalité physique qu'elle ne peut pas décrire (**hypothèse de la complétude théorique**). Les hypothèses de la localité et de la réalité devraient être suffisamment claires dans leur contexte. L'hypothèse de la complétude théorique dit que, pour chaque élément de la réalité physique, il doit se trouver un élément correspondant dans la théorie physique si cette théorie est considérée comme complète. L'ensemble des trois hypothèses (localité, réalité et complétude théorique) peut être appelé "le programme EPR".

Insistons sur le fait que, malgré leur conclusion, EPR ne prétendaient pas que la mécanique quantique était incorrecte. Ils considéraient plutôt qu'un état quantique est une description incomplète qui permet des prédictions statistiques sur des systèmes qui sont toutefois intrinsèquement différents. De plus, ils suggéraient l'idée d'un état complet - plus riche que l'état quantique - qui fournirait une explication plus satisfaisante intuitivement pour les corrélations fortes prédites par la mécanique quantique.

Par la suite, plusieurs propositions visèrent à introduire des théories à "**variables cachées**" comme alternatives à la mécanique quantique [2]. Mais en 1964, **Bell** démontre que le programme EPR contredit en soi les prédictions de la mécanique quantique pour un système composé de deux sous-systèmes [3]

[2] D.J.Bohm. "A suggested interpretation of the quantum theory in terms of hidden variables". *Phys.Rev.***85**, 66 (Part I) and 180 (Part II) (1952).

[3] J.S.Bell. "On the Einstein Podolsky Rosen paradox". *Phys.(N.Y.)***1**, 195, (1964)

Ces deux sous-systèmes peuvent être très simples - Bell utilisait dans son raisonnement des particules de spin $\frac{1}{2}$. La contradiction se manifeste dans le théorème de Bell qui déduit à partir du programme EPR une inégalité qui est violée par certaines prédictions statistiques de la mécanique quantique. "Statistique" dans ce contexte veut dire que les prédictions concernent des corrélations imparfaites ou statistiques ; c'est-à-dire qu'une mesure sur un système ne détermine pas le résultat d'une mesure sur l'autre système mais permet plutôt de connaître les probabilités de plusieurs résultats.

L'importance du théorème de Bell ne peut pas être surestimée : il met des hypothèses philosophiques sous une forme qui permet de les comparer de façon quantitative avec une théorie physique - et en déduit une contradiction. Grâce à cette contradiction, il devint possible de concevoir des expériences dont les résultats ne peuvent pas être à la fois en accord avec la mécanique quantique et le programme EPR (le théorème a été généralisé pour l'adapter à ces situations expérimentales). Plus d'une douzaine de tests ont été réalisés et les résultats confirment les prédictions de la mécanique quantique de manière éclatante [4], [5], [6]. Deux développements récents doivent être ajoutés pour compléter ce petit récapitulatif historique (qui restera tout de même incomplet). En 1989, Greenberger, Horne et Zeilinger (GHZ) ont démontré le théorème de Bell dans une nouvelle variante en analysant un système composé de trois (ou plus) particules de spin $\frac{1}{2}$ [7], [8]. Contrairement au théorème dans sa version originale et aux généralisations dérivées de celui-ci, la démonstration de GHZ de l'incompatibilité de la mécanique quantique avec le programme EPR se sert de corrélations parfaites au lieu de corrélations statistiques. En conséquence, l'argument GHZ n'est pas basé sur une inégalité : c'est l'existence même des corrélations parfaites qui contredit le programme EPR.

La démonstration du théorème de Bell "à la GHZ" a certains avantages. Tout d'abord le raisonnement, surtout dans la version de Mermin [9], est concis et facile à retenir. De plus l'argument suggère directement une **expérience de pensée** et peut même être testé expérimentalement. Un tel test a été réalisé récemment au moyen d'un état intriqué à trois photons [10], [11].

[4] A.Aspect, P.Grangier et G.Roger. "Experimental test of realistic local theories via Bell's theorem". *Phys.Rev.Lett.***47**,460,(1981).

[5] A.Aspect, P.Grangier et G.Roger. " Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm gedankenexperiment: A new violation of Bell's inequalities". *Phys.Rev.Lett.***49**, 91,(1982).

[6] A.Aspect, J.Dalibard et G.Roger. " Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers". *Phys.Rev.Lett.***49**,1804,(1982).

[7] D.M.Greenberger, M.Horne et A.Zeilinger. "Bell's theorem, quantum theory and conceptions of the Universe" édité par M.Kafatos, Kluwer, Dordrecht (1989).

[8] D.M.Greenberger, M.Horne et A.Zeilinger. "Bell's theorem without inequalities". *Am.J. Phys.*, **58**, 1131, (1990).

[9] N.D.Mermin. "What's wrong with these elements of reality ?". *Phys.Today*, page 9 (1990).

[10] D.Bouwmeester, J.W. Pan, M. Daniell, H. Weinfurter et A. Zeilinger. "Observation of three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement". *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1345, (1999).

[11] J.W. Pan, D.Bouwmeester, M. Daniell, H. Weinfurter et A. Zeilinger. "Experimental test of quantum nonlocality in three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement". *Nature (London)* **404**, 365, (2000).

Dans cette expérience, les corrélations désirées ont été trouvées en post-sélectionnant un sous-ensemble des événements de détection de trois photons. En général, on peut dire que la course à la réalisation de la situation GHZ dans les laboratoires a initié un nouveau type d'expériences de corrélation à plusieurs particules.

4 • Traitement quantique de l'information - les "qubits".

Dans un but plus appliqué, le principe de superposition et le phénomène de l'intrication ont mené à l'émergence d'une théorie quantique de données [12]. Dans le traitement de données conventionnel, l'information est codée par des "bits" classiques, c'est-à-dire dans des unités physiques auxquelles on peut attribuer deux états booléens, 0 et 1, et qui se trouvent, à tout instant, dans un de ces deux états. L'idée de la théorie du traitement quantique de données est maintenant d'utiliser à la place de ces bits classiques des systèmes quantiques à deux niveaux, des **qubits**, comme porteurs d'information.

Les états booléens classiques sont représentés par deux états orthogonaux du qubit, $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Contrairement à un bit classique un qubit peut donc aussi exister dans des superpositions cohérentes, comme par exemple $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ ou $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$. De plus, deux ou plusieurs qubits peuvent exister dans un état intriqué comme $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1, 1_2\rangle - |1_1, 0_2\rangle)$. Dans ce cas, les qubits individuels ne sont alors plus dans un état défini.

Le traitement d'information sous cette forme ouvre des nouvelles possibilités. Quelques-unes de ces possibilités ont déjà été éprouvées au cours d'expériences : dans la **téléportation quantique**, un état quantique inconnu est transféré entre deux qubits dont l'un n'a jamais été dans la proximité de l'autre [13], [14], [15], [16]. Pour cela, les deux parties, **A** et **B** qui veulent réaliser la téléportation, doivent "partager" les deux qubits d'une paire EPR. La partie **A**, qui tient en plus le qubit dont l'état inconnu est à téléporter, mesure l'état de ses deux qubits dans la base de Bell, c'est-à-dire dans une base d'états intriqués à deux qubits. Cette mesure projette, à une transformation unitaire $U(R)$ près, l'état du qubit de la partie **B** sur l'état inconnu. Cette transformation $U(R)$ dépend en fait du résultat R de la mesure que **A** a effectuée. **A** peut donc communiquer ce résultat R par des moyens classiques à **B**, afin que **B** transforme, en effectuant $U(R)$, l'état de son qubit dans l'état à téléporter.

[12] C.H. Bennett et D.P. Di Vincenzo. "Quantum information and computation". *Nature (London)*, **404**, 247, (2000).

[13] C.H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres et W.K. Wootters. "Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels" *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895, (1993).

[14] D.Bouwmeester, J.W. Pan, K.Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter et A. Zeilinger. "Experimental quantum teleportation" *Nature (London)*, **390**, 575, (1997).

[15] D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy et S. Popescu. "Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels" *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1121, (1998).

[16] A. Furusawa, J.L. Sorensen, S.L. Braunstein, C.A. Fuchs, H.J. Kimble et E.S. Polzik. "Unconditional quantum teleportation". *Science* **282**, 706, (1998).

5 • Distribution quantique de clés cryptographiques.

Une seconde application, déjà réalisée expérimentalement [17] → [21], est la distribution quantique des clés cryptographique. Elle repose sur le fait qu'il n'est possible ni de dupliquer un état quantique inconnu [22] (ce fait est communément appelé le théorème de **non-clonage**) ni, selon l'axiome de la mesure quantique, de l'observer sans le perturber. Ces deux points combinés avec les corrélations EPR rendent possible la génération et la distribution de clés cryptographiques par des moyens quantiques en étant presque parfaitement sûr que la distribution n'a pas été "écoutée" clandestinement par une troisième partie. Il est intéressant de mentionner que la téléportation quantique est tout à fait en accord avec le théorème de non-clonage ci-dessus : l'état du qubit initial n'a pas été dupliqué mais transféré d'un qubit à l'autre. De plus, l'état du qubit n'a pas été observé sans être perturbé non plus, car l'information classique qui a été acquise par **A** et transférée à **B** concerne une mesure dans une base intriquée à deux qubits qui ne nous renseigne pas sur l'état d'un des deux qubits individuels.

6 • L'ordinateur quantique - le chat de Schrödinger.

Il a même été suggéré d'effectuer des calculs avec des qubits [23] → [25]. Les opérations booléennes, comme NON et NON-contrôlé, utilisées pour un calcul classique seraient, dans ce cas, remplacées par des "portes logiques quantiques", c'est-à-dire par des transformations unitaires qui agissent sur les états des qubits. L'avantage d'un tel calcul quantique serait que l'évaluation d'une fonction pourrait être effectuée sur plusieurs valeurs d'entrée à la fois en préparant, comme état d'entrée, une superposition cohérente d'états correspondants à ces valeurs. L'algorithme d'évaluation se composerait de transformations unitaires et respecterait donc cette superposition. L'état de sortie serait alors une superposition cohérente des valeurs de la fonction à calculer.

Il n'est toutefois pas évident de tirer avantage de ce calcul quantique "parallèle" : une mesure sur l'état de sortie ne peut donner qu'une de ces valeurs de fonction.

[17] C.H. Bennett, G. Brassard et A. Eckert. *Sci. Am.*, page 50 (Octobre 1992).

[18] J.G. Rarity, P.C.M. Owens et P.R. Tapster. "Quantum random number generation and key sharing". *J. Mod. Opt.*, **41**, 2435, (1994).

[19] T. Jennewein, C. Simon, G. Weihs, H. Weinfurter et A. Zeilinger. "Quantum cryptography with entangled photons". *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4729, (2000).

[20] D.S. Naik, C.G. Peterson, A.G. White, A.J. Berglund et P.G. Kwiat. "Entangled state quantum cryptography : Eavesdropping on the Ekert protocol". *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4733, (2000).

[21] W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden et N. Gisin. "Quantum cryptography using entangled photons in energy-time Bell states". *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4737, (2000).

- [22] W.K.Wooters et W.H. Zurek. "A single quantum cannot be cloned". *Nature (London)*, **299**, 802, (1982).
- [23] R. Landauer. "Is quantum mechanics useful ?". *Philos.Trans. R. Soc. London* **353**, 367, (1995).
- [24] A. Ekert et R. Jozsa. "Quantum computation and Shor's factoring algorithm". *Rev. Mod. Phys.* , **68**, 733, (1996).
- [25] D. Bouwmeester, A. Ekert et A. Zeilinger (Eds.). "The physics of quantum information", Springer, (2000).

Une approche naïve reviendrait alors finalement à n'effectuer l'évaluation que sur une des valeurs d'entrée. Il est à noter qu'en plus, on ne saurait pas a priori laquelle des valeurs d'entrée sera évaluée dans une réalisation. Une approche moins naïve profiterait de l'interférence quantique entre les différents "chemins" parallèles du calcul pour changer les amplitudes des états dans la superposition de sortie. Avec cette méthode, la probabilité d'extraire une information pertinente peut être "amplifiée" par interférence constructive.

Cette astuce est le secret de l'algorithme de Shor qui permet de factoriser de très grands nombres entiers [26]. Pour ce problème, le temps de calcul des algorithmes classiques connus à ce jour augmente de manière exponentielle avec la taille (en bits) du nombre à factoriser. La sécurité des schémas de cryptographie utilisés dans le monde entier repose en effet sur l'énorme difficulté de la factorisation. Shor a découvert que son algorithme quantique résout le même problème en un temps qui augmente seulement de manière polynomiale. L'algorithme de Shor serait alors exponentiellement plus rapide que les meilleurs algorithmes classiques connus et rendrait les schémas actuels de cryptographie obsolètes.

Deux autres problèmes seulement ont été découverts qui seraient résolus plus rapidement par un algorithme quantique que par les algorithmes classiques : le problème du logarithme discret (trouver x tel que $b^x \bmod m = y$, où b, m et y sont des nombres entiers; ce problème est essentiellement équivalent au problème de la factorisation des nombres entiers) et la recherche d'un élément parmi les N éléments d'une liste désordonnée (les algorithmes classiques mettent un temps proportionnel à N tandis que l'algorithme quantique de Grover [27] résout le problème dans un temps $\propto \sqrt{N}$).

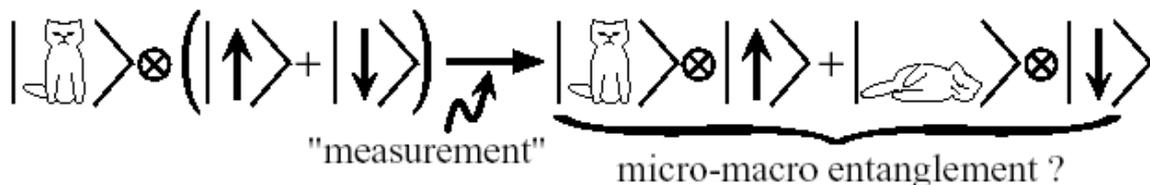
Nous pouvons donc déjà constater, avant même toute discussion sur la faisabilité, que l'utilité d'un "ordinateur quantique" serait des plus restreinte ! Pourtant, toute une discipline "d'informatique quantique" s'est formée autour de ce concept théorique.

Du point de vue de la physique, et pour des raisons fondamentales, la probabilité est très faible qu'un algorithme quantique soit un jour implémenté dans un ordinateur quantique et résolve en plus, un vrai problème, plus rapidement que les ordinateurs ordinaires.

Un tel ordinateur quantique devrait manipuler une superposition géante d'états de qubits d'entrée et respecter la cohérence entre les différents termes pour pouvoir tirer un avantage des effets d'interférence quantique. Lors du calcul, l'état des qubits deviendrait intriqués. Mais la cohérence d'un tel état intriqué serait extrêmement sensible au couplage à l'environnement : la relaxation d'un seul qubit peut déjà détruire cette cohérence, indispensable pour le calcul. Cet effet, connu comme la **décohérence** [28] est plus qu'un détail technique : on peut dire qu'il marque la frontière entre le monde quantique (où des superpositions d'états existent) et le monde classique (où les superpositions ne sont jamais observées). C'est Erwin Schrödinger en 1935 qui mit le doigt sur le problème de cette frontière classique/quantique en concevant, dans un esprit provocateur, une expérience de pensée préparant un chat dans une superposition cohérente des états mort et vivant [29].

- [26] P.W. Shor. *Proceeding of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science*. Edité par S. Goldwasser, IEEE Comput.Soc.Press., New York (1994). Pages 124-134. Los Alamitos, CA, USA.
- [27] L. K. Grover. "Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack". *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 325, (1997).
- [28] W. H. Zurek. "Decoherence and the transition from quantum to classical". *Phys. Today*, **44**, 36, (1991).
- [29] E. Schrödinger. "Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik". *Naturwissenschaften*, **23**, 807, 823, 844, (1935).

Grâce à un travail important de recherche, qui a été effectué depuis, on comprend



mieux aujourd'hui les mécanismes qui mènent à la décohérence d'une telle superposition d'états macro- ou mésoscopiques (et qui transforment donc le chat de Schrödinger en un chat qui est soit mort, soit vivant).

En exploitant ce savoir, on peut certainement, avec un effort technique, réussir à réduire le taux de décohérence d'un système donné ou corriger les erreurs introduites par la décohérence [30] → [32]. Mais il y a des limites fixées par la physique. Et si cette physique ne change pas, un ordinateur quantique à grande échelle sera très vraisemblablement, avant qu'il n'ait fait le moindre calcul, marqué par le même destin que le chat de Schrödinger [33], [34].

Malgré ces objections, il faut reconnaître que la recherche fondamentale en mécanique quantique profite beaucoup des concepts introduits par les spécialistes de l'informatique quantique. Tout d'abord - et ceci est déjà un point d'une grande importance - un langage commode et concis a été établi autour de ces concepts. Cela permet de décrire, en utilisant la même terminologie, des expériences qui sont a priori très différentes au niveau des systèmes physiques qu'elles utilisent. Ce langage commun rend plus facile l'identification des points communs et des différences entre ces branches de recherche de la physique fondamentale et renforce une fertilisation mutuelle. Enfin, étant donné que l'intrication est au cœur du concept théorique d'un ordinateur quantique et que la décohérence est sa principale ennemie, un travail théorique important a été consacré à la compréhension et au contrôle de ces effets. En particulier, la question de la caractérisation d'états "partiellement intriqués" a été entamée, c'est-à-dire des mélanges statistiques qui contiennent aussi, à côté de l'état intriqué désiré, une partie non-corrélée. On peut alors espérer que l'étude de simples portes logiques quantiques et de l'intrication entre quelques qubits aidera les physiciens à mieux comprendre, en se reposant sur de "vraies" expériences, les problèmes les plus profonds de la mécanique quantique qui, au niveau conceptuel et théorique, ont déjà été mis en évidence par ses fondateurs ; la non-localité et la décohérence.

- [30] Peter W. Schor. « Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory ». *Phys. Rev. A*, **52**, R2493, (1995).
- [31] A.Steane. « Multiple-particle interference and quantum error correction ». *Proc. R. Soc. London*, **452**, 2551, (1996).
- [32] P. W. Shor. « Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer ». *SIAM J. Comput.*, **26**, 1484, (1997).
- [33] R. Landauer. « Is quantum mechanics useful ? ». *Philos.Trans.R. Soc. London*, **353**, 367, (1995).
- [34] W. G. Unruh. « Maintaining coherence in quantum computers. » *Phys. Rev. A*, **51**, 992, (1995).

Deux conditions sont primordiales pour la réalisation de telles expériences :

- pour pouvoir détecter un effet d'intrication, il faut préparer un ensemble de systèmes suffisamment large dans exactement le même état quantique intriqué. Cela demande un contrôle parfait des conditions expérimentales d'une préparation à l'autre.
- une fois le système préparé dans l'état intriqué, il doit être extrêmement bien isolé. Cela est nécessaire parce qu'un couplage des degrés de liberté intriqués à un environnement fluctuant incontrôlable causerait une décohérence qui finalement transformerait l'état intriqué en un mélange statistique [35], [36], [37].

Il existe plusieurs systèmes physiques qui permettent de remplir ces conditions. Dans le premier type d'expérience, le système entier ainsi que l'intrication sont créés dans un processus spontané. De cette façon, des paires, et récemment même, des quadruplets de photons, intriqués au niveau de leur polarisation, ont été créés dans des cascades radiatives. [38] → [47] ou par la conversion paramétrique dans des cristaux non-linéaires [48] → [51]. Une fois créés, les photons se propagent dans l'espace libre (ou dans un milieu transparent comme dans les fibres optiques) et sont donc parfaitement isolés de l'environnement. De plus, en utilisant des éléments d'optique réfractive, la polarisation des photons peut être mesurée avec une très bonne précision et il existe des détecteurs qui permettent de détecter des photons unique avec une efficacité importante. Ainsi, ces expériences permettent de préparer et d'observer des états fortement intriqués et de tester les prédictions de la mécanique quantique avec une très haute précision.

-
- [35] W.H. Zurek. « Decoherence and the transition from quantum to classical. *Phys. Today*, **44**, 36, (1991)
- [36] R.Landauer. « Is quantum mechanics useful ? ». *Philos. Trans. R. Soc. London* **353**, 367, (1995).
- [37] W.G.Unruh. « Maintaining coherence in quantum computers ». *Phys. Rev. A* **51**, 992, (1995).
- [38] S.J. Freedman et J.F. Clauser. « Experimental test of local hidden-variable theories ». *Phys.Rev.Lett.***28**,938, (1972)
- [39] L.R.Kasday, J.D.Ullman & C.S.Wu. « Angular correlation of Compton-scattered annihilation photons and hidden variables ». *Nuovo Cimento B*, **25B**, 633, (1975).
- [40] J.F. Clauser. « Experimental investigation of a polarization correlation anomaly ». *Phys.rev.Lett.***36**,1223,(1976)
- [41] E.S.Fry & R.C.Thomson. « Experimental test of local hidden variables theories ». *Phys.rev.Lett.***37**,465,(1976)
- [42] A.R.Wilson, J.Lowe & D.K.Butt. « Measurement of the relative planes of polarization of annihilation quanta as a function of separation distance ». *J.Phys. G*, **2**, **613**, (1976).
-

- [43] M.Lamehi-Rachti & W.Mittig. « Quantum mechanics and hidden variables : A test of Bell's inequality by the measurement of the spin correlation in low-energy roton-proton scattering ». *Phys.Rev.D*, **14**, 2543, (1976).
- [44] M.Bruno, M.D'Agostino & C.Maroni. « Measurement of linear polarization of positron annihilation photons ». *Nuovo Cimento B*, **40B**, 143, (1977).
- [45] A. Aspect, P. Grangier & G. Roger. « Experimental test of realistic local theories via Bell's theorem ». *Phys.Rev.Lett.* **47**, 460, (1981).
- [46] A. Aspect, P. Grangier & G. Roger. « Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm gedankenexperiment : A new violation of Bell's inequalities ». *Phys.Rev.Lett.* **49**, 91, (1982).
- [47] A. Aspect, J.Dalibard & G.Roger. « Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analysers ». *Phys.Rev.Lett.* **49**, 1804, (1982).
- [48] Z.Y. Ou & L.Mandel. « Violation of Bell's inequalities and classical probability in a two-photon correlation experiment ». *Phys.Rev.Lett.* **61**, 50, (1988).
- [49] W.H.Zurek. « Decoherence and the transition from quantum to classical ». *Phys.Today*, **44**,36,(1991).
- [50] R.Landauer. « Is Quantum mechanics useful ? ». *Philos. Trans.R.Soc. London* **353**, 367, (1995).
- [51] W.G.Unruh. « Maintaining coherence in quantum computers ». *Phys.Rev.A*, **51**, 992, (1995).

En ce qui concerne le traitement quantique de l'information, la téléportation quantique et la distribution de clés cryptographiques ont été effectuées avec des paires de photons intriqués. Mais, jusqu'à maintenant, une porte quantique, un ingrédient essentiel pour la préparation et la manipulation d'états intriqués « sur mesure », n'a pas encore été réalisée. Le problème est qu'il serait très difficile, expérimentalement, de provoquer une interaction forte entre deux photons.

L'autre type d'expériences repose sur une interaction mutuelle entre des systèmes quantiques préexistants (comme des noyaux atomiques, des ions piégés ou des atomes neutres dans une cavité). Ces expériences cherchent donc à préparer des états intriqués par des opérations réversibles et contrôlées. Pour cela, la dynamique due au couplage entre les systèmes doit dominer tous les processus dissipatifs. Autrement dit, le temps que le système met à devenir intriqué doit être beaucoup plus court que le temps de relaxation du système. C'est en fait cette condition qui pose le plus de problème expérimentalement car des systèmes qui sont fortement couplés entre eux sont en général aussi fortement couplés à leur environnement.

De ce point de vue, la résonance magnétique nucléaire (RMN) a l'avantage de présenter des temps de relaxation de l'état de spin des noyaux relativement long. Le système a donc été proposé pour effectuer des opérations logiques quantiques [52],[53]. Des démonstrations simples ont été réalisées dans cette direction [54],[55]. Cependant, actuellement, ces expériences de RMN utilisent des échantillons macroscopiques et les systèmes manipulés sont des spins effectifs qui sont portés chacun par tout un ensemble de particules de spin près de l'équilibre thermique. En conséquence, les résultats de ces expériences peuvent être interprétés sans supposer d'intrication. [56]. De plus, une détection de l'état d'un spin (effectif) individuel n'a pas encore été réalisé et la méthode ne peut pas, même en principe, être généralisée à un grand nombre de spins.

Dans le cas des ions piégés dans un piège radio-fréquence de Paul, le couplage entre les particules est assurés par leurs modes de vibration collectifs (et donc par leur interaction de Coulomb). De l'intrication entre les sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental a été

réalisé pour une paire d'ions [57] et plus récemment pour quatre ions [58]. Dans ces expériences, le couplage fort a été obtenu en fixant la distance entre les ions à quelques micromètres. Il a aussi été proposé de réaliser des algorithmes quantiques avec des ions dans un piège linéaire [59]. Le fonctionnement d'une porte logique quantique de type « non-contrôlé » agissant sur deux qubits, portés respectivement par deux sous-niveaux hyperfins et deux états vibrationnels d'un seul ion, a été démontré [60] mais il n'a pas été vérifié que cette porte produisait des états de sortie intriqués.

-
- [52] *N.A.Gershenfeld & I.L.Chuang.* « Bulk spin-resonance quantum computation ». *Science*, **275**, 350, (1997)
- [53] *D.G.Cory, A.F.ahmy & T.F.Havel.* *Proc.Natl.Acad.Sci.USA*, **94**, 1634, (1997).
- [54] *J.A.Jones, M.Mosca & R.H.Hansen.* « Implementation of a quantum search algorithm on a quantum computer ». *Nature (London)*, **393**, 344, (1998).
- [55] *D.G.Cory, M.D.Price, W.Maas, E.Knill, R.Laflamme, W.H.Zurek, T.F.Havel & S.S.Somaroo.* « Experimental quantum error correction ». *Phys.Rev.Lett.*, **81**, 2152, (1998).
- [56] *S.L.Braunstein, C.M.Caves, R.Jozsa, N.Linden, S.Popescu & R.Schach.* « Separability of very noisy mixed states and implications for NMR quantum computing ». *Phys.Rev.Lett.* **83**, 1054, (1999).
- [57] *Q.A.Turchette, C.S.Wood, B.E. King, C.J. Myatt, D. Leibfried, W.M. Itano, C. Monroe & D.J. Wineland.* « Deterministic entanglement of two trapped ions ». *Phys.Rev.Lett.* **81** (1998).
- [58] *C.A. Sackett, D. Kielpinski, B.E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q.A. Turchette, W. M. Itano, D.J. Wineland & C. Monroe.* « Experimental entanglement of four particles ». *Nature (London)* **404**, 256, (2000).
- [59] *J.I.Cirac & P.Zoller.* « Quantum computations with cold trapped ions ». *Phys.Rev.Lett.* **74**, 4091, (1995).
- [60] *C. Monroe, D.M. Meekhof, B.E. King, W.M. Itano & D.J. Wineland.* « Demonstration of a fundamental quantum logic gate ». *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4714, (1995).
-

Le fait que les ions interagissent par la force de Coulomb les rend aussi sensibles aux champs électriques parasites. En conséquence, des potentiels fluctuants sur les électrodes du piège chauffent les degrés de liberté vibrationnels [61] et causent de la décohérence. Pour cette raison, les expériences mentionnées ci-dessus se servent de modes vibrationnels autres que celui du centre de masse, car ces modes sont moins fortement chauffés [62], [63]. En revanche, ces modes sont aussi moins bien adaptés en ce qui concerne la généralisation des schémas expérimentaux à des plus grands nombres d'ions.

Un second problème provient de la petite distance entre ions, nécessaire pour le couplage fort : elle rend difficile le fait d'adresser individuellement les ions avec des faisceaux laser. Cependant, cela est nécessaire pour la préparation d'états intriqués sans restrictions. Des progrès importants ont été faits en ce qui concerne ce problème [64], [65]. Mais jusqu'à maintenant, l'intrication a été obtenue dans des processus collectifs agissant à la fois sur les deux (ou quatre) ions.

7• Electrodynamique quantique en cavité.

L'électrodynamique quantique traite de l'interaction entre la matière et le rayonnement électromagnétique. Plus particulièrement en électrodynamique quantique en cavité, la matière (par exemple, un ou quelques atomes) interagit avec un ou quelques modes isolés du champ électromagnétique, modes qui sont définis par les conditions aux limites d'un résonateur [66].

[61] Q. A. Turchette, D. Kielpinski, B. E. King, D. Leibfried, D. M. Meekhof, C. J. Myatt, M. A. Rowe, C. A. Sackett, C. S. Wood, W. M. Itano, C. Monroe & D. J. Wineland. « Heating of trapped ions from the quantum ground state ». *Phys. Rev. A*, **61**, 063418, (2000).

[62] Q.A.Turchette, C.S.Wood, B.E. King, C.J. Myatt, D. Leibfried, W.M. Itano, C. Monroe & D.J. Wineland. « Deterministic entanglement of two trapped ions ». *Phys.Rev.Lett.* **81** (1998).

[63] C.A. Sackett, D. Kielpinski, B.E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q.A. Turchette, W. M. Itano, D.J. Wineland & C. Monroe. « Experimental entanglement of four particles ». *Nature (London)* **404**, 256, (2000).

[64] H. C. Nägerl, D. Leibfried, H. Rohde, G. Thalhammer, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler & R. Blatt. « Laser addressing of individual ions in a linear ion trap ». *Phys. Rev. A*, **60**, 145, (1999).

[65] H. C. Nägerl, C. Roos, H. Rohde, D. Leibfried, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler & R. Blatt. « Addressing and cooling of single ions in Paul trap ». *Fortschr. Phys.*, **48**, 623, (2000).

[66] S. Haroche. « Systèmes fondamentaux en optique quantique », les Houches session LIII, édité Par J. Dalibard, J. M. Raimond & Zinn-Justin, Elsevier Science Publishers (1992), page 767.

De nombreuses approches expérimentales ont été utilisées pour explorer ce champ de la physique, surtout dans les domaines optique [67] → [71] et micro-onde [72] → [82], où la matière a été couplée à ce rayonnement sous forme de particules élémentaires [83], ions, atomes neutres, molécules [84] et excitons dans les semi-conducteurs [85].

L'électrodynamique en cavité est l'objet de recherches très actives de la part de laboratoires industriels dans le domaine des télécommunications optiques : on espère améliorer le fonctionnement des lasers à semi-conducteurs et en particulier, abaisser leur seuil d'oscillation et donc augmenter leur rendement [86].

On rencontre ici encore un exemple où des recherches de nature très fondamentale sur l'interaction matière-rayonnement débouchent sur des possibilités d'innovation technologique.

[67] R. J. Thompson, G. Rempe & H. J. Kimble. « Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity ». *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 1132, (1992).

[68] Q. A. Turchette, C. J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi & H. J. Kimble. « Measurement of conditional phase shifts for quantum logic ». *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 4710, (1995).

[69] F. Treussart, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefevre, J. M. Raimond & S. Haroche. « Very low threshold whispering-gallery mode microsphere laser ». *Phys. Rev. A*, **54**, R1777, (1996).

[70] C. J. Hood, T. W. Lynn, A. C. Doherty, A. S. Papkins & H. J. Kimble. « The atom-cavity microscope : single atoms bound in orbit by single photons ». *Science*, **287**, 1447, (2000).

- [71] P. H. W. Pinke, T. Fischer, P. Maunz & G. Rempe. « Trapping an atom with single photons ». *Nature (London)*, **404**, 365, (2000).
- [72] D. Meschede, H. Walther & G. Muller. « One-atom maser ». *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 551, (1985).
- [73] M. Brune, J. M. Raimond, P. Goy, L. Davidovich & S. Haroche. « Realization of a two-photon maser oscillator ». *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1899, (1987).
- [74] M. Brune, P. Nussenzveig, F. Schmidt-Kaller, F. Bernardot, A. Maali, J. M. Raimond & S. Haroche. « From Lamb shift to light shift : vacuum and subphoton cavity field measurement by atomic phase sensitive detection ». *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 3339, (1994).
- [75] M. Brune, F. Schmidt-Kaller, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J. M. Raimond & S. Haroche. « Quantum Rabi oscillation : a direct test of field quantization in a cavity ». *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1800, (1996).
- [76] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maître, A. Maali, C. Wunderlich, J. M. Raimond & S. Haroche. « Observing the progressive decoherence of the meter in a quantum measurement ». *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 4887, (1996).
- [77] E. Hagley, X. Maître, G. Nogues, C. Wunderlich, M. Brune, J. M. Raimond & S. Haroche. « Generation of Einstein-Podolsky-Rosen pairs of atoms ». *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 1, (1997).
- [78] X. Maître, E. Hagley, G. Nogues, C. Wunderlich, P. Goy, M. Brune, J. M. Raimond & S. Haroche. « Quantum memory with a single photon in a cavity ». *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 769, (1997).
- [79] G. Nogues, A. Rauschenbeutel, S. Osnaghi, M. Brune, J. M. Raimond & S. Haroche. « Seeing a single photon without destroying it ». *Nature (London)*, **400**, 239, (1999).
- [80] A. Rauschenbeutel, G. Nogues, S. Osnaghi, P. Bertet, M. Brune, J. M. Raimond & S. Haroche. « Coherent operation of a tunable quantum phase gate in cavity QED ». *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 5166, (1999).
- [81] G. Nogues, A. Rauschenbeutel, S. Osnaghi, P. Bertet, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, L. G. Lutterbach & L. Davidovich. « Measurement of a negative value for the Wigner function of radiation ». *Phys. Rev. A*, **62**, 054101, (2000).
- [82] A. Rauschenbeutel, G. Nogues, S. Osnaghi, P. Bertet, M. Brune, J. M. Raimond & S. Haroche « Step-by-step engineered multiparticle entanglement ». *Science*, **288**, 2024, (2000).
- [83] S. Peil & G. Gabrielse. « Observing the Quantum Limit of an Electron Cyclotron : QND Measurements of Quantum Jumps between Fock States ». *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 1287, (1999).
- [84] D. J. Norris, M. Kuwata-Gonokami & W. E. Moerner. « Excitation of a single molecule on the surface of a spherical microcavity ». *Appl. Phys. Lett.*, **71**, 297, (1997).
- [85] J. Tignon, P. Voisin, C. Delalande, M. Voos, R. Houdré, U. Oesterle & R. p. Stanley. « From Fermi's golden rule to the vacuum Rabi splitting : Magnetopolaritons in a semiconductor optical microcavity ». *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 3967, (1995).

Le laboratoire Kastler-Brossel (LKB) de l'ENS à Paris, et plus particulièrement le groupe dirigé par Serge Haroche (titulaire actuel de la chaire de Mécanique Quantique au Collège de France) et Jean-Michel Raimond, utilise des atomes neutres qui sont préparés dans un état très particulier : les atomes sont excités au voisinage du seuil d'ionisation dans un état de moment cinétique orbital maximal [86]. Un atome dans un tel état, dit « état de Rydberg circulaire » peut être vu comme un atome « classique » avec un électron qui se propage loin du cœur ionique sur une orbite circulaire. Ces états possèdent une durée de vie exceptionnellement longue (de l'ordre de 30 ms) et sont très fortement couplés au champ électromagnétique par leur énorme moment dipolaire (de l'ordre de $1700 |q| a_0$). La fréquence de transition entre les niveaux de Rydberg circulaires utilisés est de l'ordre de 50 GHz, c'est-à-dire dans le spectre millimétrique.

Une cavité micro-onde supraconductrice (Fig. 1) de très haute surtension (le temps d'amortissement de l'énergie dans le mode à 50 GHz est de 1 ms) est utilisée comme résonateur. Cette cavité à une géométrie de type Fabry-Pérot et confine le champ dans un très petit volume (moins de quatre fois le cube de la longueur d'onde). Ce confinement assure que l'amplitude du champ d'un seul photon a une valeur inhabituellement grande de 1,5 mV/m. Les atomes sont excités dans l'état de Rydberg circulaire à partir d'un jet atomique thermique et traversent le mode de la cavité avant d'être détectés par une méthode d'ionisation qui permet d'identifier leurs états électroniques.

L'interaction résonante entre ces atomes et un mode résonant de la cavité donne lieu au phénomène d'oscillation de Rabi quantique, c'est-à-dire à l'échange cohérent et réversible d'énergie entre atome et champ avec seulement un quantum d'excitation présent dans le système. La signature expérimentale du comportement oscillatoire de l'inversion atomique en fonction du temps d'interaction entre l'atome et le mode de la cavité a été obtenue. Cette observation met en évidence le régime de couplage fort entre atome et champ réalisé dans le dispositif expérimental : l'échange d'énergie se passe à une échelle de temps beaucoup plus courte que la relaxation du système due à l'émission spontanée atomique ou à la dissipation du champ dans la cavité.

[86] R. G. Hulet & D. Kleppner. « Rydberg atoms in circular states ». *Phys. Rev. Lett.*, **51**, 1430, (1983).

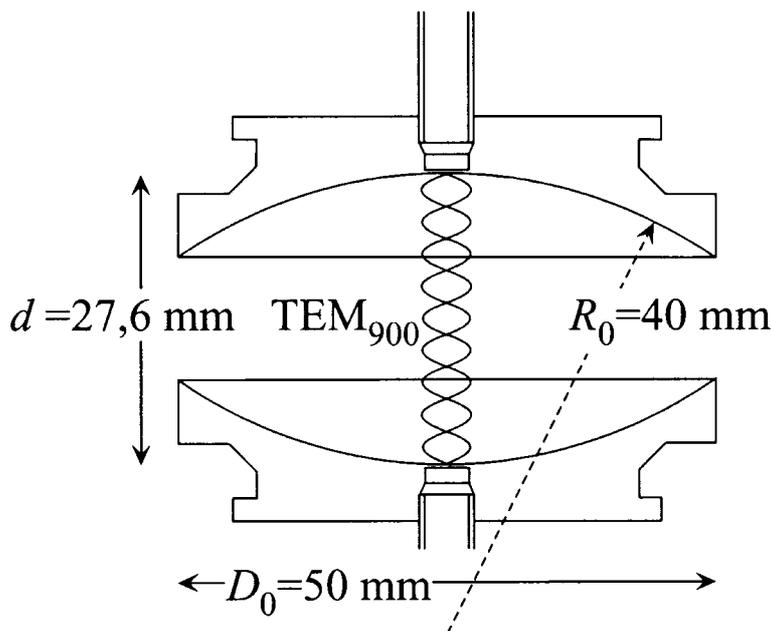


Figure 1 : Géométrie de la cavité, constituée de deux miroirs (sphériques) supraconducteurs de Niobium disposés face à face (montage de type Fabry-Pérot). Les deux miroirs sont percés en leur centre afin de coupler le résonateur avec l'extérieur à l'aide d'un guide d'onde. On peut ainsi injecter et observer la transmission d'un champ micro-onde à travers le résonateur

Les oscillations de Rabi sont ici « l'ingrédient » fondamental pour intriquer les atomes avec le champ de la cavité. Pour préciser ce point, appelons $|e\rangle$ et $|g\rangle$ respectivement les états atomiques de plus grande et de plus basse énergie dont la fréquence de transition est résonnante avec la fréquence du résonateur. Supposons maintenant que l'atome entre dans l'état $|e\rangle$ dans le mode qui se trouve initialement dans l'état vide (zéro photon dans la cavité). Le fait que l'échange d'énergie entre l'atome et le champ se passe de manière cohérente et

réversible veut dire que l'état atome-champ, par exemple après un quart de période d'oscillation de Rabi (« impulsion $\frac{\pi}{2}$ de Rabi » dans le langage de spin $\frac{1}{2}$), n'est pas simplement décrit en disant que, dans 50% des cas, l'atome a émis un photon dans le mode de la cavité. Au contraire, il y a une relation de phase bien définie entre les deux parties de la fonction d'onde : l'état atome-champ, en l'absence de toute dissipation et imperfection expérimentale, serait $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e,0\rangle - i|g,1\rangle)$ où 0 et 1 signifient respectivement zéro et un photon dans le mode de la cavité. Cet état ne peut pas être factorisé ; l'état de l'atome est intriqué avec l'état du champ. L'état est en effet équivalent à un état EPR à deux spins $\frac{1}{2}$ tel que Bohm l'avait introduit en 1951 pour une expérience de pensée à la EPR. On peut donc s'attendre à de fortes corrélations quantiques telles que décrites plus haut.

Pour observer ces corrélations, on peut mesurer l'état du champ dans la cavité par l'intermédiaire d'un atome sonde qui absorbe le champ stocké. Cette procédure est plus simple qu'une mesure de l'énergie du mode. Le groupe de Serge Haroche a démontré que l'atome copie même la cohérence du champ [78], [87]. Si l'atome sonde passe alors dans la cavité avant que l'atome, qui est intriqué avec le champ, ne soit détecté, l'intrication atome-champ se transforme en intrication atome-atome. L'observation des corrélations correspondant à une telle paire EPR d'atomes a été décrite par Xavier Maître (cf. réf. précédente [87]). Même si le contraste de ces corrélations n'était pas suffisant pour atteindre le domaine exclusivement quantique que délimite l'inégalité de Bell, cette expérience a ouvert la voie aux expériences menées ensuite notamment par Arno Rauschenbeutel [88] où l'intrication atome-champ a été obtenue en fixant le temps d'interaction entre l'atome et le mode de la cavité à une impulsion $\frac{\pi}{2}$ de Rabi.

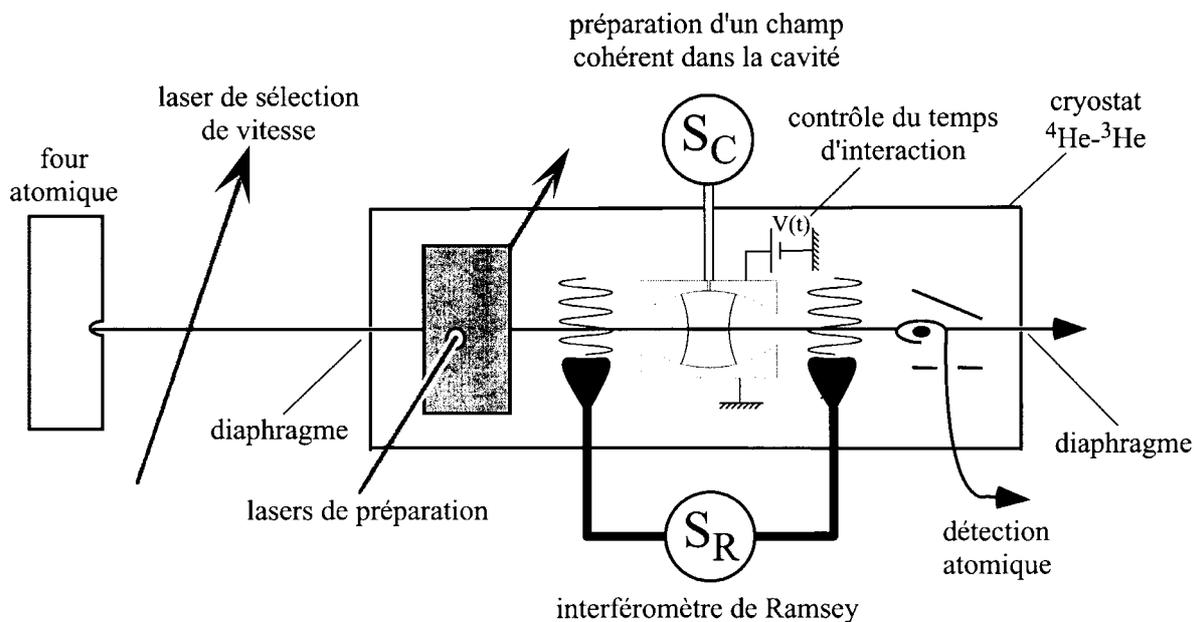


Figure 2 : Schéma du dispositif expérimental, dans son ensemble, utilisé au LKB.

Dans ces dernières expériences il a été aussi utilisé un temps d'interaction correspondant à un cycle complet d'oscillation de Rabi, c'est-à-dire une impulsion 2π de Rabi. Ce temps d'interaction a pu mener aussi à des états intriqués et a permis de réaliser la dynamique quantique conditionnelle requise pour le fonctionnement d'une porte logique quantique à deux qubits; les deux systèmes physiques portant les qubits étant les deux états électroniques d'un atome de Rydberg circulaire et le champ, de zéro ou un photon, stocké dans la cavité.

Le fonctionnement de cette porte quantique repose sur un aspect important de l'impulsion 2π de Rabi. Avec les notations précédentes, supposons que le système soit initialement dans l'état $|g,1\rangle$. Après un cycle complet d'échange d'énergie, le système composé atome-champ retourne d'un point de vue énergétique dans son état initial. Mais la mécanique quantique prédit que ce cycle d'oscillation de Rabi a laissé une trace subtile : la phase globale quantique du système a changé et $|g,1\rangle$ est devenu $-|g,1\rangle$ (ce changement de signe est un effet purement quantique qui est formellement équivalent au signe moins qui apparaît devant l'état d'un spin $\frac{1}{2}$ lors d'une rotation complète dans l'espace réel). Si par contre, l'atome se trouve dans un état qui n'est pas couplé au mode de la cavité ou si ce mode ne contient aucun photon, l'oscillation de Rabi n'a pas lieu et la phase quantique de l'état atome-champ n'est pas changée. Cette dynamique correspond au fonctionnement d'une porte logique quantique de type « porte de phase conditionnelle » [68]. De plus, le changement de phase que subit l'état $|g,1\rangle$ peut en principe varier de 0 à 2π en fonction du désaccord atome-cavité.

Supposons maintenant que l'atome soit préparé dans une superposition cohérente de l'état $|g\rangle$ et d'un état non-couplé. La phase du dipôle atomique après l'interaction avec la cavité dépend de la phase quantique de l'état $|g\rangle$. Elle n'est donc pas la même quand un photon est présent dans le mode de la cavité ou quand le mode se trouve dans l'état vide. Cet effet peut être détecté à l'aide d'un **interféromètre de type Ramsey** (Fig.3) qui est combiné avec le montage d'électrodynamique quantique en cavité (Fig. 2). L'interféromètre prépare et analyse la superposition atomique en appliquant aux atomes, avant et après l'interaction avec le mode de la cavité, des impulsions micro-ondes classiques (« impulsions $\frac{\pi}{2}$ de Ramsey). En fonction de la phase relative des deux impulsions de Ramsey, on observe une modulation sinusoïdale de l'inversion atomique, connue sous la dénomination de « **franges de Ramsey** ». Le changement de la phase du dipôle atomique lorsqu'un photon est présent dans le mode de la cavité se traduit directement par un changement de la phase des franges de Ramsey. Dans le cas de la résonance exacte entre atome et cavité, le changement de la phase du dipôle atomique de π a donc pour résultat que les franges de Ramsey, observées avec un photon présent dans le mode de la cavité, sont en opposition de phase avec les franges sans photon dans le mode. D'autres valeurs de déphasage se traduisent, de la même manière, par une phase relative correspondante entre les deux systèmes de franges.

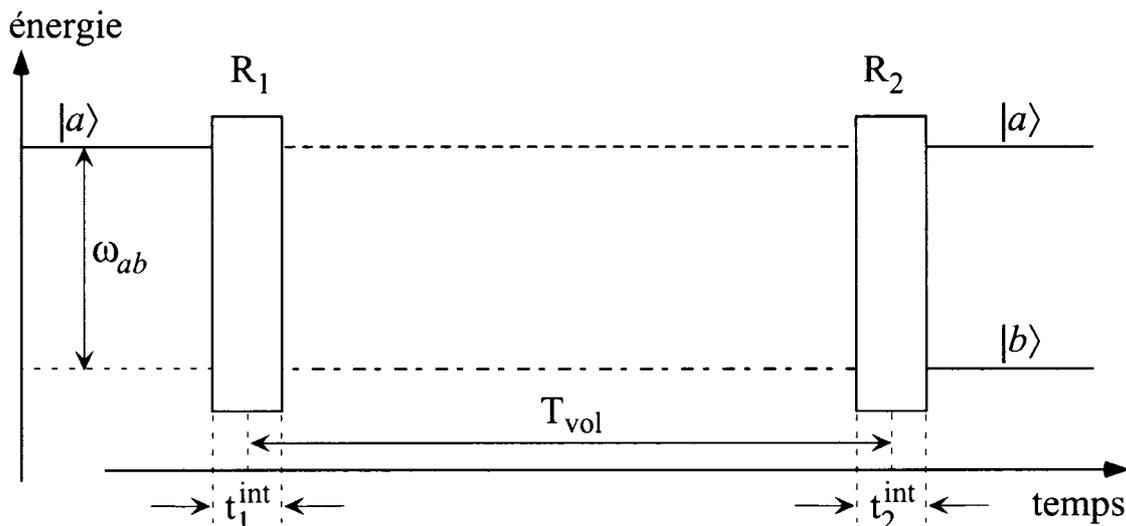


Figure 3 : Principe de l'interféromètre de Ramsey. Dans deux zones d'interaction, R_1 et R_2 (les "zones de Ramsey", l'atome interagit avec un champ classique, quasi-résonnant avec la transition atomique. Dans chaque zone, l'atome subit une impulsion $\frac{\pi}{2}$, dite "de Ramsey". La probabilité de trouver l'atome, à la sortie de R_2 , dans l'état $|a\rangle$ ou $|b\rangle$ est modulée en fonction de la phase relative entre le champ en R_2 et le dipôle atomique induit en R_1 . Ce signal interférométrique est appelé "franges de Ramsey".

Une première application de ce type d'expérience a été la détection, sans le détruire, d'un seul photon [89]. Cette détection repose sur le principe suivant : étant donné que les franges de Ramsey observées sont en opposition de phase lorsque la porte de phase quantique est réglée à un déphasage de π (cas de résonance exacte entre atome et cavité), on peut fixer la phase relative des deux impulsions de Ramsey de telle manière que la probabilité de détecter l'atome dans le niveau g soit idéalement égale à 1 quand la cavité contient un photon alors qu'elle serait idéalement égale à zéro (l'atome est donc détecté avec certitude dans le niveau non-couplé) quand la cavité se trouve dans l'état vide. L'état atomique final devient donc corrélé au nombre de photon (0 ou 1) dans le mode de la cavité et sa détection permet de repérer la présence d'un photon dans la cavité. Cette détection se fait de manière non-destructive car, à la fin de l'impulsion 2π de Rabi, l'atome réémet le photon dans le mode de la cavité. Ce fait permet de « voir » (c'est-à-dire détecter) deux fois le même photon.

[87] X. Maître. « Une paire d'atomes intriqués : Expériences d'électrodynamique quantique en cavité ». Thèse de Doctorat, Université Paris 6 (1998).

[88] A. Rauschenbeutel. Thèse de Doctorat, Université Paris 6 (2001).

[89] G. Nogues. « Détection sans destruction d'un seul photon. Une expérience d'électrodynamique quantique en cavité ». Thèse de Doctorat, Université Paris 6, (1999).

INTERFEROMETRIE ATOMIQUE

1.- Introduction

Depuis une quinzaine d'années, le développement des techniques de manipulation d'atomes par lasers permet d'accéder de plus en plus facilement à la nature ondulatoire des atomes et apporte tout un panel de composants applicables à ces ondes atomiques. On sait maintenant réaliser des miroirs, des lames séparatrices, des réseaux de diffraction, des lentilles et toute sorte d'autres composants permettant de développer une réelle optique atomique.

Contrairement aux photons, les atomes, de part leur structure complexe, interagissent fortement avec leur environnement. Bien que neutre électriquement, les atomes possèdent des moments dipolaires électrique et magnétique, les rendant sensibles aux champs électriques et magnétiques extérieurs. Ils interagissent donc avec les photons par l'intermédiaire d'une multitude d'effets (effet STARK, effet ZEEMAN, ...) et leur structure énergétique permet alors toute une gamme de transitions (dipolaire électrique ou magnétique, quadripolaire,...). C'est aussi par cette interaction avec les champs électriques et magnétiques que s'expliquent les phénomènes de collisions élastiques entre deux atomes, ou l'apparition de certaines forces (forces de VAN DER WAALS,...). Dans certains cas, l'atome peut même interagir avec les potentiels électrique et magnétique, sans qu'il y ait de champ électrique ou magnétique (effet AHARONOV-BOHM scalaire et vectoriel).

Les atomes possèdent également une masse qui leur permet d'interagir avec le champ gravitationnel, comme n'importe quel autre corps massif. Leur vitesse d'agitation thermique élevée (plusieurs centaines de mètres, voire plusieurs kilomètres par seconde) rend généralement imperceptible cette interaction. Mais on sait maintenant ralentir les atomes, grâce à des faisceaux laser, jusqu'à des vitesses de quelques mm.s^{-1} , rendant ainsi l'interaction avec le champ de gravitation tout à fait observable. Leur masse rend les atomes également sensibles aux champs d'inertie (force de CORIOLIS, force centrifuge) qui apparaissent dans les référentiels non galiléens.

Avec ces multiples interactions possibles, l'atome apparaît donc comme un outil idéal pour sonder l'environnement extérieur. A la fois magnétomètre, balance, horloge,...quelle que soit la grandeur physique que l'on souhaite déterminer, l'atome possède une propriété qui permet de la mesurer. Le fait de pouvoir accéder à la nature ondulatoire de l'atome permet alors d'imaginer des techniques de mesures interférométriques (mettant en jeu la phase atomique), améliorant ainsi énormément la sensibilité de la mesure. L'interférométrie atomique est rendue possible grâce aux nombreux composants atomiques évoqués précédemment. On sait maintenant réaliser des interféromètres à atomes équivalents à des interféromètres de MICHELSON, de MACH-ZEHNDER, de FABRY-PEROT et de bien d'autres encore. Ces dispositifs ont déjà permis de mesurer un certain nombre de grandeurs physiques avec une extrême précision.

2.- L'atome comme appareil de mesure

2.1- La mesure des fréquences

La première de ces grandeurs a bien sûr été la fréquence, qui a pu être mesurée si finement grâce aux horloges atomiques, que l'atome est passé du statut de chronomètre à celui d'étalon de temps. En effet, en 1967, la 13^{ème} Conférence Internationale des Poids et Mesures a décidé de changer la définition de la seconde. Ce n'est plus la Terre, mais l'atome qui décide de l'heure qu'il est. Cette nouvelle définition repose sur des horloges stables et exactes à quelques 10^{-15} , c'est-à-dire se décalant d'une seconde en 30 millions d'années. On peut se demander à quoi sert une telle précision et pourtant les industriels sont déjà demandeurs d'horloges à 10^{-11} pour la synchronisation des réseaux de télécommunications à hauts débits et à 10^{-12} pour le nouveau système européen de navigation par satellite GALILEO. La mise en orbite de l'horloge spatiale à atomes froids PHARAO (*Projet d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbite*) dans le cadre du projet ACES (*Atomic Clock Ensemble in Space*), (projet commun au CNES (*Centre National d'Etudes spatiales*), LPTF (*Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences*), LHA (*Laboratoire de l'Horloge Atomique*), et LKB (*Laboratoire Kastler-Brossel de l'ENS*)), permettra de comparer, grâce à des liens micro-ondes, les horloges du monde entier avec une précision de 10^{-16} . Et on peut imaginer un système de positionnement par satellites utilisant une constellation d'horloges PHARAO. Ce système permettrait alors un positionnement sub-millimétrique en n'importe quel point de la surface de la Terre. Les failles sismiques et la tectonique des plaques pourraient alors être étudiées de manière globale.

On peut ajouter que le développement des lasers ultra-stabilisés permet aujourd'hui d'interroger des transitions atomiques dans le domaine optique, au lieu des transitions micro-ondes utilisées dans les horloges atomiques traditionnelles. Des projets d'horloges utilisant des atomes de strontium, de magnésium ou même des ions hydrogénoïdes sont en cours et ces horloges à transition optique apparaissent déjà comme des candidats potentiels pour atteindre des stabilités sur une seconde dans la gamme des 10^{-16} voire 10^{-17} .

Fort de son succès dans la mesure du temps, l'atome s'est ensuite attaqué à un certain nombre d'autres grandeurs. Parmi elles on peut citer certaines grandeurs atomiques comme la mesure de polarisabilité atomique grâce à l'effet STARK DC. Puis grâce au développement des atomes refroidis par lasers, la mesure du champ de pesanteur a été rendue possible.

2.2.- Les capteurs inertiels

Les capteurs inertiels sont des appareils permettant de mettre en évidence le caractère inertiel ou non, des repères auxquels ils sont liés. Il s'agit donc essentiellement des gyromètres et des accéléromètres et par extension des gravimètres et des gradiomètres. Le rapide développement de ces appareils a très largement profité des travaux théoriques et des notions utilisées en interférométrie atomique. En une dizaine d'années, de nombreux capteurs inertiels atomiques ont été réalisés à travers le monde.

2.3.- Gravimètres et gradiomètres atomiques

La phase induite par le champ de pesanteur sur l'onde atomique varie très rapidement avec la valeur de ce champ. Cette phase peut être mesurée très précisément grâce à un

interféromètre de type MACH-ZEHNDER temporel par exemple. On accède ainsi à une mesure de g extrêmement précise. Les dernières expériences réalisées en 1999 révèlent une sensibilité de quelques $10^{-9} \text{g} \cdot (\text{Hz})^{\frac{1}{2}}$, correspondant à la variation du champ de pesanteur au sol sur une hauteur de l'ordre du centimètre.

De la même façon le gradient du champ de pesanteur a pu être mesuré par interférométrie atomique et la sensibilité atteinte s'approche de celle des meilleurs instruments mécaniques actuels. Ces gradiomètres mécaniques sont déjà largement utilisés dans des domaines aussi variés que la recherche pétrolière, le sondage du sous-sol terrestre ou la navigation inertielle des sous-marins. Nul doute qu'un appareil de ce type fonctionnant sur le principe de l'interférométrie atomique trouvera sa place parmi toutes ces applications.

2.4.- Gyromètres atomiques

La mesure de vitesse de rotation a également subi sa révolution atomique. En 1991 tout d'abord, où une équipe allemande réalise le premier gyromètre atomique. Les résultats s'interprètent en termes d'effet SAGNAC appliqué aux ondes atomiques. L'effet SAGNAC, (voir encadré 1) appliqué aux ondes lumineuses est le principe physique à la base de tous les gyromètres. On peut montrer que ce principe, lorsqu'il est appliqué aux ondes atomiques, produit à aire d'interféromètre égale un effet intrinsèquement 10^{11} fois plus sensible que dans le cas optique. On comprend donc l'intérêt que peut présenter le développement de tels capteurs inertiels utilisant les ondes atomiques. En 1998, l'équipe de M.KASEVICH à l'Université de Yale, a présenté un appareil utilisant un jet thermique de césium à $300 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, dont la sensibilité de $6 \times 10^{-10} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} (\text{Hz})^{-\frac{1}{2}}$ dépasse celle des meilleurs gyroscopes mécaniques et gyromètres optiques existant. Cela signifie qu'en une seconde de mesure, cet appareil permet de déterminer des vitesses de rotation aussi faibles que $1/100.000^{\text{ème}}$ de la rotation de la Terre. De telles performances ne sont pas trop luxueuses, voire même encore un peu faibles, pour les applications de géophysique ou pour certains tests de relativité générale.

2.5.- Intérêt des atomes froids

L'intérêt des atomes froids dans les capteurs inertiels atomiques ou dans les horloges est double :

- D'une part, les atomes froids, à cause de leur vitesse réduite, permettent d'augmenter considérablement la sensibilité de l'appareil en allongeant la durée d'interaction entre les atomes et la grandeurs physique que l'on veut mesurer (champ de gravitation ou d'inertie pour les capteurs inertiels, champ micro-onde pour une horloge atomique). La très bonne définition de la vitesse atomique et sa faible dispersion permettent également d'obtenir un facteur d'échelle très bien connu et très stable.
- D'autre part, dans le domaine des horloges atomiques, l'utilisation d'atomes froids a démontré que les dérives apparaissent beaucoup plus tardivement que dans les horloges à jet thermique. Ceci permet aux meilleures horloges à atomes froids d'atteindre actuellement des stabilités long terme et des exactitudes de quelques 10^{-15} . On peut espérer un gain similaire dans le domaine de l'interférométrie atomique.

EFFET SAGNAC

Encadré I

• Sous certaines conditions, le déphasage à la sortie d'un interféromètre peut être sensible à la **rotation** et à l'**accélération** du repère lié à l'appareil. Cet effet, très général, est connu sous le nom « d'effet SAGNAC » (G.SAGNAC : C.R.Acad. Sci.157, 708, (1913), J.Phys. (Paris) 4, 177, (1914).) et peut s'appliquer à des ondes de natures différentes.

En utilisant des ondes lumineuses dans l'interféromètre, l'effet SAGNAC optique conduit à la réalisation de gyromètres optiques qui constituent des capteurs de haute sensibilité, peu encombrants et facile d'utilisation.

On peut également appliquer l'effet SAGNAC aux ondes de matière et on réalise ainsi des gyromètres neutroniques ou atomiques d'extrême sensibilité.

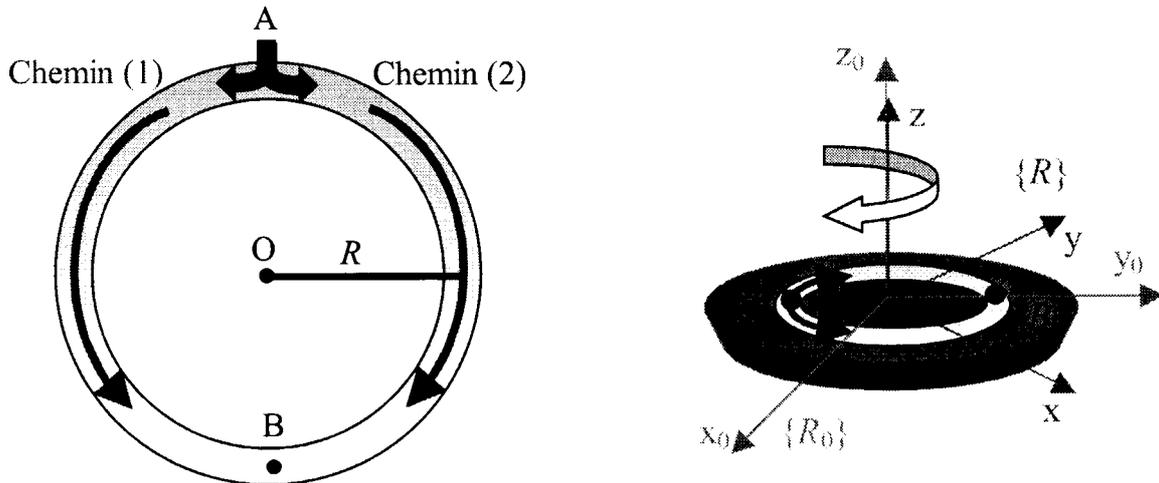


Schéma de principe de l'interféromètre. L'onde est injectée dans les deux sens en A. Les ondes se propagent jusqu'en B où elles vont interférer.

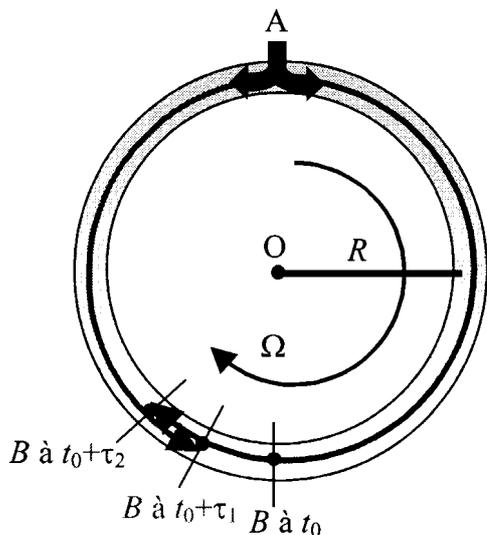
L'interféromètre est fixé sur un plateau pouvant tourner autour de l'axe Oz . $\{R_0\}$ est un repère d'inertie, $\{R\}$ est un repère tournant lié au plateau.

• Calcul élémentaire du déphasage pour les ondes lumineuses dans le vide.

Considérons un interféromètre optique circulaire de rayon R comme celui représenté sur la figure ci-dessus. L'onde lumineuse peut parcourir la boucle dans les deux sens. Expérimentalement, cette forme est obtenue avec une fibre optique (d'indice que nous supposons être $n = 1$). Cet appareil est posé sur un plateau tournant à la vitesse angulaire Ω par rapport à l'axe Oz . $\{R\}$ est un repère non-inertiel lié au plateau et $\{R_0\}$ est un repère d'inertie. C'est dans ce repère d'inertie que nous allons décrire le système et les grandeurs physiques seront alors notées avec l'indice 0 .

On injecte l'onde lumineuse en un point A le long des deux chemins (1) et (2). Après avoir parcouru la moitié de la boucle, les deux ondes sont recombinaées en B et interfèrent ensemble. L'interféromètre et en particulier les points A et B sont liés au repère tournant $\{R\}$. L'effet SAGNAC est l'apparition à la sortie de cet interféromètre, d'un déphasage induit par la rotation de l'ensemble du dispositif.

Calculons la différence des temps mis par les deux ondes pour atteindre le point B par les trajets (1) et (2). A un instant $t = t_0$ les deux ondes sont émises. La vitesse des ondes définie dans le repère d'inertie $\{R_0\}$ vaut c dans les deux sens. Le point B étant lié à $\{R\}$, il tourne pendant que les ondes se propagent.



L'interféromètre est en rotation à la vitesse Ω dans le sens des aiguilles d'une montre. Les deux ondes n'arrivent pas au même instant au point B.

L'onde (1) atteint le point B après une durée $\tau_{(1)}^0$ telle que : $c\tau_{(1)}^0 = \pi R - R\Omega\tau_{(1)}^0 \Rightarrow \tau_{(1)}^0 = \frac{\pi R}{c + R\Omega}$ (Ω est pris > 0 dans le sens des aiguilles d'une montre).

De même, l'onde (2) atteint le point B après une durée $\tau_{(2)}^0$ telle que : $c\tau_{(2)}^0 = \pi R + R\Omega\tau_{(2)}^0$

$\Rightarrow \tau_{(2)}^0 = \frac{\pi R}{c - R\Omega}$. La différence entre les temps d'arrivée vaut alors :

$$\Delta\tau^0 = \tau_{(2)}^0 - \tau_{(1)}^0 = \frac{2\pi R^2\Omega}{c^2 - R^2\Omega^2} \approx \frac{2A\Omega}{c^2} \text{ (en$$

négligeant les termes du second ordre en $\frac{R\Omega}{c}$) où

$A = \pi R^2$ est l'aire de l'interféromètre.

Le déphasage au point B entre les deux ondes est alors

$$\Delta\phi_{\text{sortie}}^B = \omega\Delta\tau^0 = \frac{2A\omega}{c^2}\Omega$$

• Cas des ondes de matière. Calcul quantique

Le calcul quantique consiste à intégrer l'équation de Schrödinger dans le repère tournant. Celle-ci s'écrit :

$$i\hbar \frac{d|\psi(t)\rangle}{dt} = \left[H_0 + \frac{p^2}{2m} \underbrace{-\vec{\Omega}\vec{r} \wedge \vec{p}}_{\text{terme de Coriolis}} \right] |\psi(t)\rangle \text{ où } H_0 \text{ est le Hamiltonien interne de l'atome, } \frac{p^2}{2m}$$

d'énergie cinétique et $-\vec{\Omega}\vec{r} \wedge \vec{p}$ le terme lié au repère tournant à la vitesse de rotation Ω .

(Dans le cas où l'on veut déterminer la fonction d'onde d'un atome dans le champ de gravité, ce dernier terme est à remplacer par le potentiel de pesanteur $-m\vec{g}\cdot\vec{r}$).

L'intégration de cette équation d'évolution donne une solution de la forme

$$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle + \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t U(t, t')|\psi(t')\rangle dt'$$

avec $U(t, t') = \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int \vec{\Omega}\vec{r} \wedge \vec{p} dt\right] \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \left(H_0 + \frac{p^2}{2m}\right)(t-t')\right]$

En appliquant cette relation à notre interféromètre en forme de boucle et en prenant l'origine des positions au centre de la boucle, t_A l'instant où les ondes sont en A et $t_B = t_A + \frac{\pi R}{v}$ l'instant où les ondes sont en B, le

calcul de l'intégrale le long de la boucle donne : $\int_A^B \vec{\Omega}\vec{r} \wedge \vec{p} dt = 2\Omega R \left(\frac{m\pi R}{T}\right) (t_B - t_A) = 2mA\Omega$.

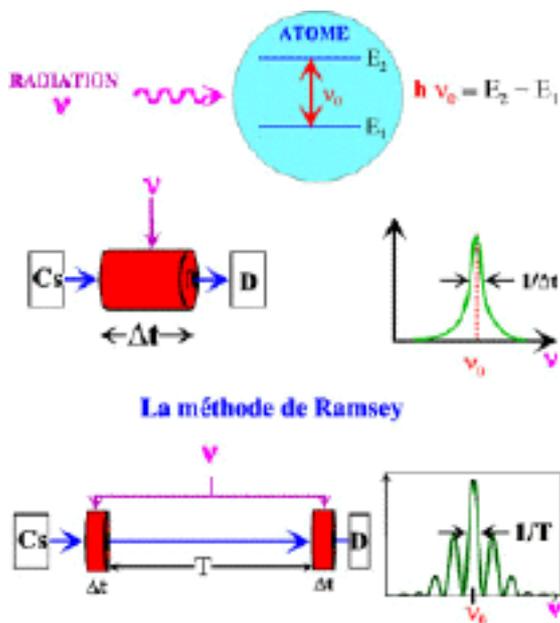
L'expression du déphasage lié à la rotation est alors : $\Delta\phi_{\text{sortie}}^B = \frac{2mA}{\hbar}\Omega$.

• Comparaison entre le déphasage optique et atomique

Le rapport des deux déphasage est :
$$\frac{\Delta\phi_{matière}^B}{\Delta\phi_{optique}^B} = \frac{2Am\Omega}{\hbar} / \frac{2A\omega\Omega}{c^2} = \frac{mc^2}{\hbar\omega} \sim 10^{11}$$
 (en théorie, pour un jet thermique d'atomes de Cs). On comprend dès lors l'intérêt de développer des gyromètres atomiques vu le gain théorique au niveau de la sensibilité de tels dispositifs par rapport aux gyromètres optiques. La mise en œuvre est toutefois relativement complexe puisqu'elle nécessite de réaliser un interféromètre à ondes atomiques. (ce qui est maintenant possible...)

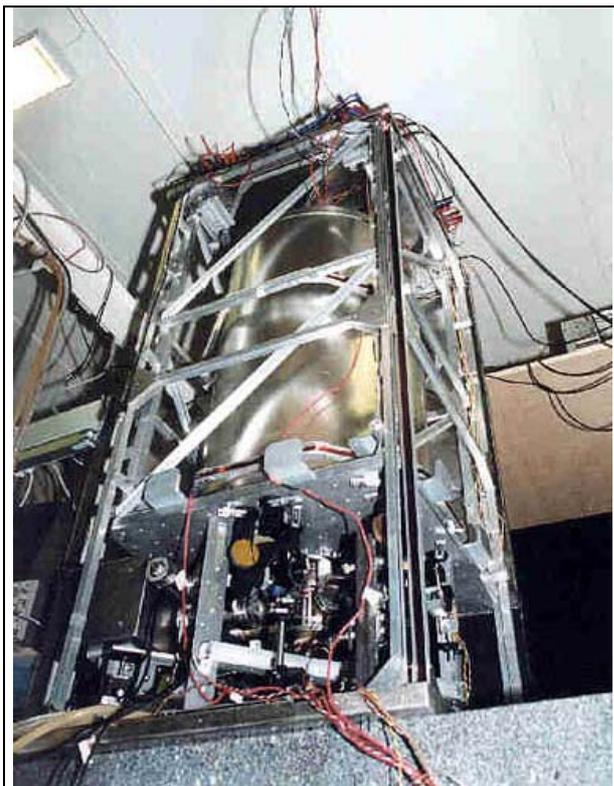
• Le principe de fonctionnement d'une horloge atomique

Encadré II



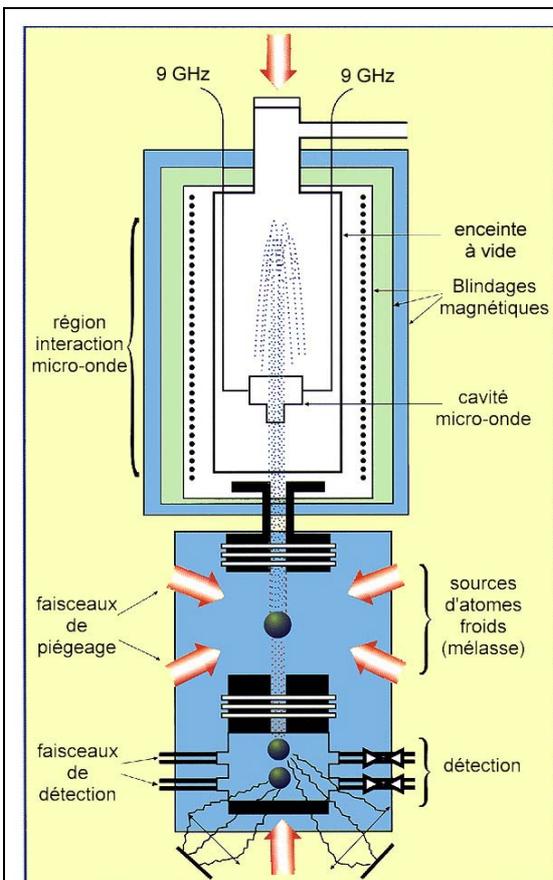
est, par simple transformée de Fourier, l'inverse du temps que mettent les atomes à traverser la zone d'interaction, il faut, pour obtenir précision et exactitude, allonger ce temps. La première méthode, proposée il y a longtemps par Ramsey, consiste à avoir non pas une mais deux zones d'interaction. Il se produit un effet d'interférence et la largeur de la frange d'interférence ne dépend que du temps mis par les atomes pour aller de la première à la deuxième zone. Les très faibles vitesses obtenues par refroidissement laser permettent d'allonger ce temps par un facteur 100 ; pour cela on utilise sur Terre une « fontaine » atomique (cf. Figure)

• Très brièvement, le principe de fonctionnement d'une horloge atomique est décrit sur la figure ci-contre : une source radiofréquence très pure spectralement vient interroger une transition atomique et l'on asservit le rayonnement de cette source sur l'écart (très stable) entre deux niveaux d'énergie de l'atome, en l'occurrence l'atome de césium. La fréquence de la source sera une réplique d'autant plus fidèle de la fréquence de l'atome que la résonance obtenue en balayant la radiofréquence autour de la fréquence atomique, est plus étroite. Comme la largeur de la résonance

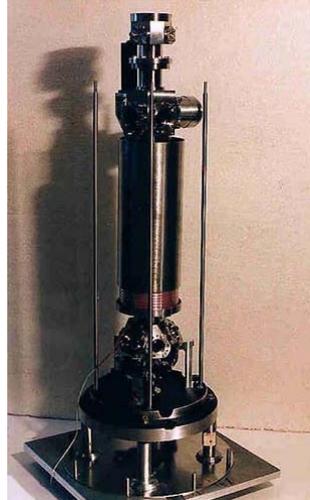


Fontaine atomique à césium

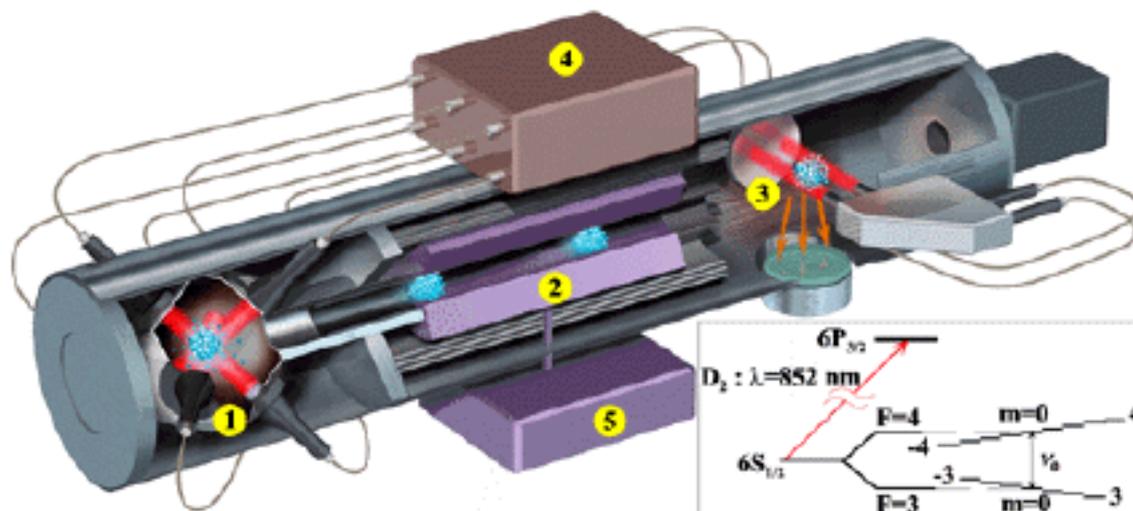
Dans une « fontaine atomique, les atomes de césium sont d'abord capturés et refroidis dans un piège magnéto-optique ou une « mélasse optique ». Les atomes sont ensuite pompés optiquement dans le sous-niveau fondamental $|f\rangle$ et lancés vers le haut à travers une cavité micro-onde excitatrice qui les porte dans une superposition linéaire des deux états $|f\rangle$ et $|e\rangle$ de la transition d'horloge à 9,2 GHz. Cette fonction d'onde évolue librement pendant tout le trajet qu'effectuent les atomes au-dessus de la cavité. La gravité leur fait faire demi-tour et repasser dans la cavité à la descente au bout du temps T . Les atomes interagissent alors une seconde fois avec la micro-onde, et on détecte finalement, dans un faisceau sonde situé sous la cavité, les atomes qui ont effectué la transition vers le niveau $|e\rangle$. Quand on balaye la fréquence ν de la micro-onde, on obtient alors un signal modulé par des franges dites de Ramsey ; la largeur à mi-hauteur $d\nu$ des franges est $\frac{1}{2T}$. Pour une fontaine de 30 cm de hauteur, le temps T vaut 0,5 s et la largeur des franges n'est que de 1 Hz.



Dans une fontaine atomique, la gravité impose une limite à la résolution : on ne gagne en temps d'interaction que comme la racine de la hauteur de la fontaine à cause de la trajectoire parabolique des atomes. Dépasser une durée d'interaction d'une seconde serait coûteux en encombrement et se ferait probablement au détriment de l'exactitude. En microgravité par contre, un temps de mesure d'une dizaine de secondes est envisageable dans un volume réduit. Sur Terre il faudrait une fontaine de 120 m de hauteur, ce qui est totalement irréaliste ! On attend ainsi dans l'espace, une amélioration d'un facteur dix en résolution et une excellente exactitude. C'est l'objectif du projet PHARAO.



Prototype PHARAO



Vue éclatée du prototype PHARAO : Les atomes froids sont tout d'abord capturés par des faisceaux lasers dans une première enceinte (1) puis lancés très lentement dans la zone d'interaction micro-onde (2) et enfin détectés par la fluorescence qu'ils émettent dans une zone de détection (3)

En encadré : Niveaux d'énergie du césium, la seconde est définie à l'aide de la transition $F = 3, m = 0 \leftrightarrow F = 4, m = 0$ dans le niveau électronique fondamental $6S_{\frac{1}{2}}$ à $\nu = 9,192631770$ GHz.

Le refroidissement laser et la détection des atomes utilisent la transition optique $6S_{\frac{1}{2}} \leftrightarrow 6P_{\frac{3}{2}}$ à 852 nm.

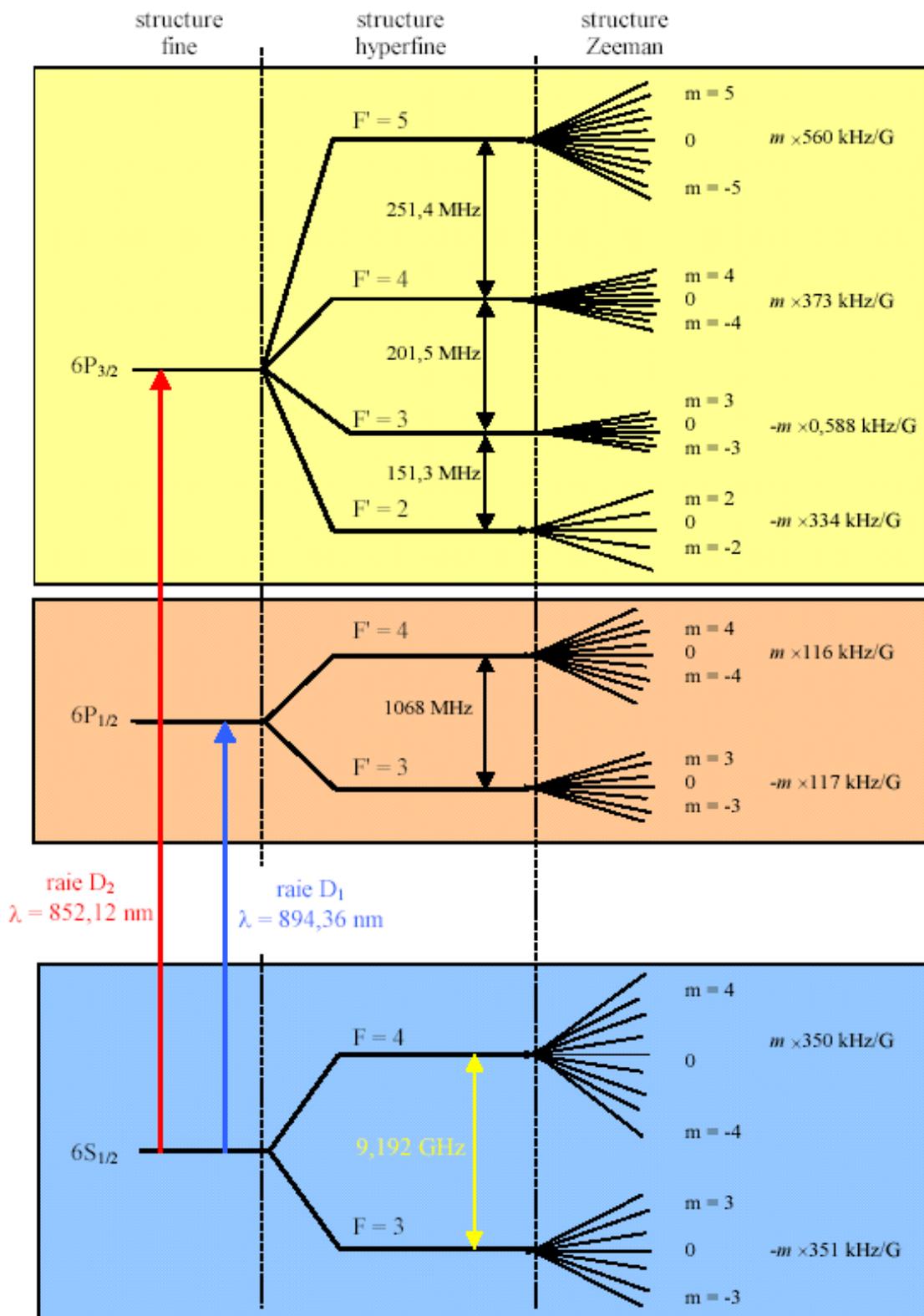


Figure A. 1 : diagramme énergétique du Césium. Seules les raies D1 et D2 sont représentées.

3.- Rappel historique

En 1924 L.de Broglie a introduit la « dualité onde-corpuscule » et il a donné une formule qui relie la longueur d'onde λ d'une particule à son impulsion p : $\lambda = \frac{h}{p}$. Cette découverte, fondée sur un raisonnement théorique, a été rapidement confirmée par des expériences de diffraction des ondes de matière :

- en 1927, Davisson et Germer observent la diffraction des électrons sur le réseau cristallin de la surface d'un métal.
- en 1930, Estermann et Stern diffractent un faisceau atomique d'hélium sur la surface d'un cristal de NaCl.

Ces travaux ont été étendus ensuite à la diffraction inélastique et à la diffraction des neutrons. Ces techniques permettent de mesurer non seulement l'ordre local mais aussi les relations de dispersion des excitations élémentaires de la surface ou du volume du matériau : par leurs interactions différentes, ces sondes sont complémentaires des rayons X. Par ailleurs, ces premiers travaux ont ouvert la voie pour la construction d'interféromètres avec les ondes de matière, mais il a fallu surmonter deux difficultés essentielles :

1.- pour la plupart des ondes de matière, les valeurs accessibles pour la longueur d'onde sont bien inférieures au nanomètre. Ainsi, pour fixer les idées, on obtient facilement des jets atomiques de ${}^7\text{Li}$ où la vitesse thermique des atomes est de l'ordre de 1000 m.s^{-1} ce qui correspond à une longueur d'onde de de Broglie $\lambda \approx 54$ picomètres, soit le dix millième de la longueur d'onde d'un photon visible.

2.- il n'existe naturellement pas de miroirs ou de séparatrices pour les ondes de matière. Par exemple, la réflexion sur la plupart des surfaces solides a une forte probabilité d'être inélastique et la composante élastique de la réflexion ne sera pas cohérente car la surface des solides est en général trop rugueuse par rapport à la longueur d'onde qui est si petite.

Une généralisation simple des idées de l'optique n'était donc pas possible.

- en 1952, Marton et ses collaborateurs construisent un interféromètre à électrons de type Mach-Zehnder (voir Fig.1 où est rappelé le principe d'un interféromètre optique de Mach-Zehnder), utilisant la diffraction des électrons sur trois cristaux métalliques très minces.

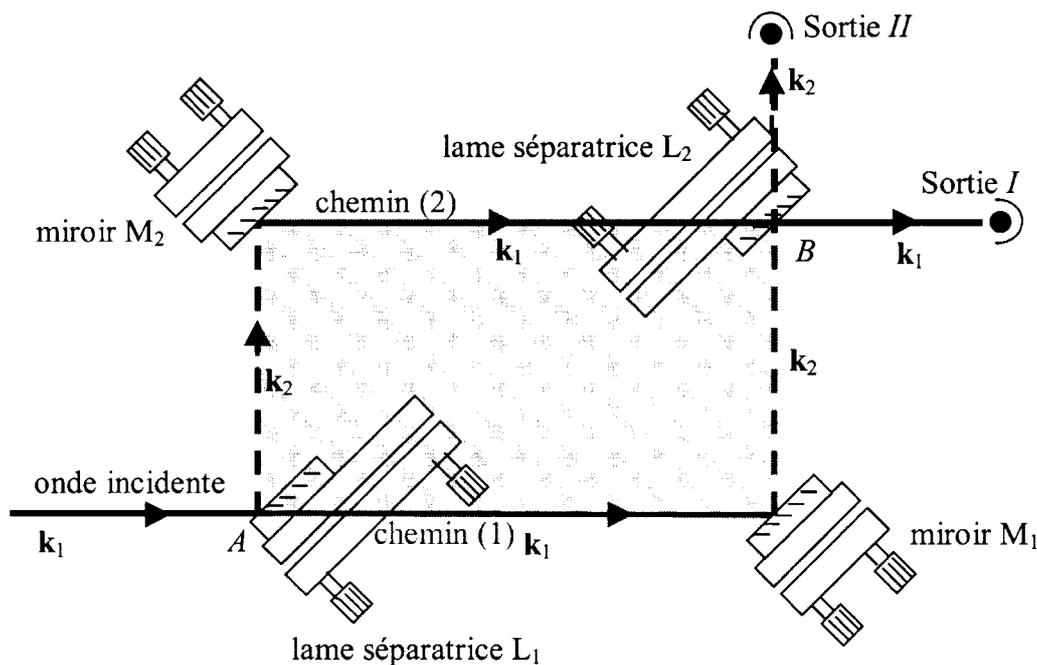


Figure 1 : Schéma d'un interféromètre de Mach-Zehnder (optique).

L'interféromètre de Mach-Zehnder est un interféromètre à **séparation d'amplitude** dont les bras englobent une surface d'aire non-nulle. Dans sa version optique, une onde lumineuse de vecteur d'onde \vec{k}_1 est séparée spatialement et de façon cohérente par une lame séparatrice L_1 en deux composantes de vecteurs d'ondes \vec{k}_1 et \vec{k}_2 réparties sur chacun des deux bras. Deux miroirs M_1 et M_2 viennent rediriger les ondes lumineuses vers un même point B . Les deux ondes atteignent le point B avec des vecteurs d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 différents. Afin de produire des interférences, une deuxième lame séparatrice L_2 recombinaison les deux ondes. On obtient ainsi une répartition d'énergie lumineuse suivant les deux directions \vec{k}_1 et \vec{k}_2 dépendante de la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre.

Mais les électrons sont trop sensibles aux champs extérieurs pour être de très bons candidats pour des expériences d'interférométrie. Pour les neutrons, si l'on excepte un interféromètre similaire à un biprisme de Fresnel construit en 1962 par Maier-Leibnitz et Springer, c'est ce même principe de diffraction de Bragg par trois réseaux (voir Fig.2) qui servira à construire les interféromètres réellement utilisables : il s'agit du « **perfect crystal neutron interferometer** » ainsi dénommé parce que les trois réseaux sont découpés dans un même cristal de silicium et dont la première réalisation est due à H.Rauch et ses collaborateurs en 1974. Les performances de cet appareil sont tout à fait excellentes mais il nécessite une source de neutrons aux énergies thermiques, ce qui en limite considérablement l'usage. De plus, les neutrons thermiques n'interagissent pratiquement pas avec les champs électriques et assez faiblement avec la matière, ce qui limite aussi la variété des expériences possibles. Le développement de l'interférométrie atomique vient donc enrichir fortement le domaine des interféromètres à ondes de matière.

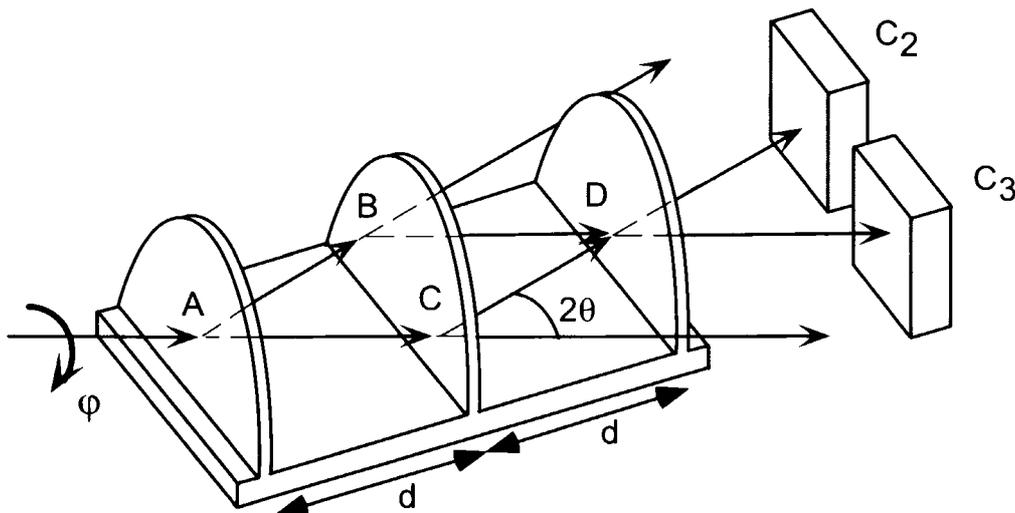


Figure 2 : Interféromètre à neutrons

On utilise la diffraction de neutrons incidents (sous incidence de Bragg) par trois plans cristallins découpés dans un même cristal de silicium. Le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent est obtenu soit par rotation de l'appareil (accéléromètre) soit par la présence d'un champ magnétique sur le parcours de l'une des ondes provoquant une précession de Larmor du spin $\frac{1}{2}$ des neutrons.

4.- Naissance de l'interférométrie atomique

Les expériences de RABI puis de RAMSEY sont des analogues « atomiques » de l'interférométrie de polarisation en optique, les états internes de l'atome (ou de la molécule) jouent le rôle des états de polarisation du photon. Avec la lumière, il suffit de placer une lame biréfringente entre deux polariseurs pour réaliser une telle expérience. Nous ne discuterons pas ici de ce type d'expériences qui a permis, en particulier, le développement des horloges atomiques. On se limitera ici à des expériences qui sont l'analogie avec les ondes atomiques des interféromètres optiques dans lesquels l'onde suit deux chemins différents.

Les premières expériences remontent à 1991 avec une série d'expériences déjà très performantes :

- une expérience de fentes d'Young a été réalisée par O.CARNAL et J..MLYNEK avec un jet atomique d'hélium métastable (*Phys.Rev.Lett.* **66**, 2689, (1991)).
- D.PRITCHARD & al ont construit un interféromètre de Mach-Zehnder utilisant un jet atomique de sodium et la diffraction par des réseaux matériels (*Phys.Rev.Lett.* **66**, 2693, (1991)).
- un interféromètre basé sur les franges de RAMSEY en absorption saturée, suivant une idée de Ch.BORDE (*Phys.Rev.Lett.* **A140**, 10, (1989)) a été construit par J.HELMCKE & al., avec un jet de calcium (*Phys.Rev.Lett.* **67**, 177, (1991)) et il a permis la démonstration de l'effet Sagnac avec des ondes atomiques.
- un interféromètre de Mach-Zehnder fonctionnant avec des atomes froids de sodium et diffraction par laser a été construit par KASEVICH & CHU (*Phys.Rev.Lett.* **67**, 181, (1991)) qui l'on utilisé pour mesurer l'accélération locale de la pesanteur g avec une précision voisine de 10^{-6} .

Ce champ de recherche a évolué très vite depuis 1991 et des interféromètres atomiques variés ont été construits, la plupart d'entre eux étant des interféromètres de type Mach-Zehnder à 3 réseaux selon le schéma de la figure 3.

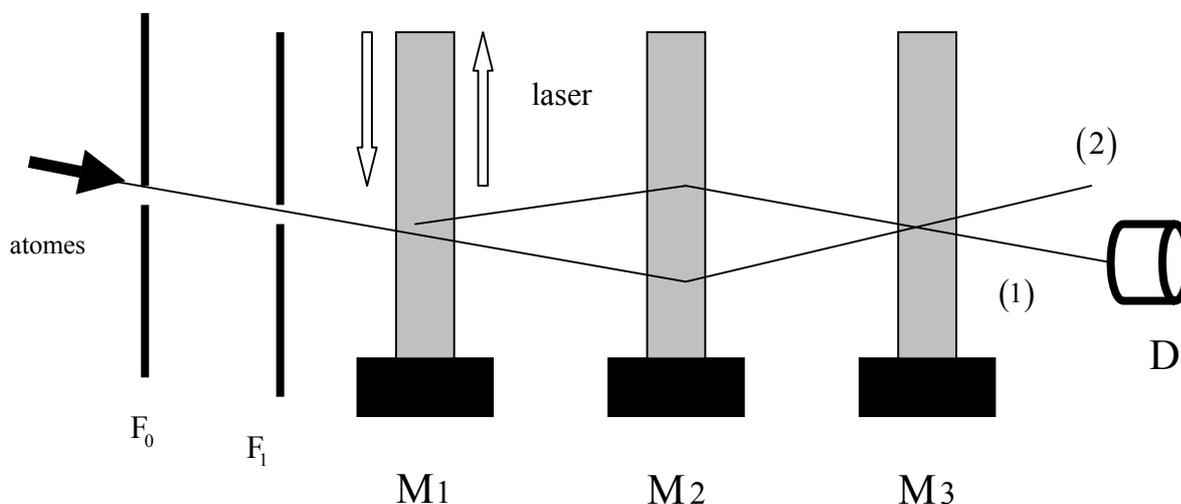


Figure 3 : Schéma d'un interféromètre de Mach-Zehnder à trois réseaux

L'onde de matière est collimatée par les fentes F_0 et F_1 puis elle traverse les « réseaux » de diffraction qui peuvent être des réseaux matériels ou des ondes stationnaires laser formées par réflexion (comme ici) sur les trois miroirs M_1 , M_2 et M_3 . Le détecteur D est placé sur l'une des deux sorties de l'interféromètre, numérotée 1 et 2 sur la figure. Sur ces deux sorties, les signaux d'interférences sont en opposition de phase.

5.- Le processus de diffraction atomique

Pour manipuler de manière cohérente les ondes de matière, le processus le plus répandu est la diffraction. Deux types de techniques sont utilisables : la diffraction par des réseaux matériels et la diffraction par la lumière.

5.1.- Diffraction par des réseaux matériels

L'usage de micro ou de nanostructures a permis de construire de nombreux interféromètres. En plus des fentes d'Young utilisées par le groupe de J.Mlynek, l'outil essentiel est le réseau découpé par les techniques de la nanolithographie dans des membranes très minces. Les pas des réseaux utilisés sont compris le plus souvent entre 100 et 300 nanomètres. Ces réseaux permettent de diffracter des atomes (Na, He, etc...), de petites molécules (Na_2), de petits agrégats d'hélium et de grosses molécules, en particulier les fullerènes C_{60} et C_{70} (expériences de l'équipe de A.Zeilinger). Le caractère universel de la diffraction par ces réseaux est intéressant mais cette flexibilité est contrebalancée par deux défauts importants. D'une part, ces réseaux sont difficiles à construire et ils sont très fragiles. D'autre part, l'efficacité de diffraction est assez faible et les seuls paramètres ajustables sont le pas du réseau et la fraction ouverte, ce qui ne permet pas d'optimiser vraiment la diffraction.

5.2.-Diffraction par la lumière

En 1933, P.Kapitza et P.A.M.Dirac ont proposé de diffracter les électrons par une onde stationnaire lumineuse. Le processus s'explique par la conservation de l'impulsion entre la particule diffractée et la lumière : un photon est absorbé dans une des deux ondes progressives formant l'onde stationnaire et il est réémis de manière stimulée dans l'autre onde progressive. Au cours de ce processus, la particule encaisse l'impulsion de deux photons et en géométrie de Bragg, ce transfert d'impulsion ne modifie pas du tout l'énergie cinétique de la particule (voir Figure 4).

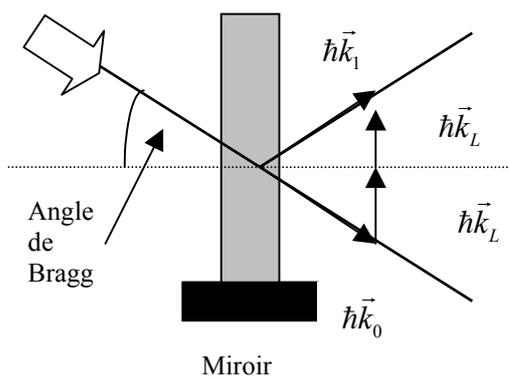


Figure 4 :

Diffraction d'une onde de matière dans le régime de Bragg :

Un photon est absorbé dans une des deux ondes progressives formant l'onde stationnaire et il est réémis de manière stimulée dans l'autre onde progressive. Le processus conserve l'énergie cinétique de la particule et l'impulsion totale.

Cette proposition a été généralisée aux atomes dans les années 60 et cette généralisation est intéressante car, grâce au phénomène de résonance atomique, la diffraction est possible avec des puissances lumineuses relativement faibles (typiquement quelques dizaines de milliwatts/cm²).

Cependant, il a fallu attendre 1983 pour la première observation de cette diffraction par l'équipe de D.Pritchard. Depuis, ce processus a été généralisé, en particulier par la diffraction Raman, au cours de laquelle l'atome change d'état interne, en absorbant et émettant des photons de fréquences différentes : cette diffraction est très utilisée, en particulier avec des atomes froids, car elle permet de distinguer les faisceaux diffractés par leur état interne. Enfin, dans tous les cas, pour que le processus de diffraction soit cohérent, il faut éviter que l'atome émette des photons par émission spontanée : en effet, ces photons en laissant une trace du passage de l'atome peuvent rendre le processus de diffraction incohérent. Pour cela, on utilise des lasers dont la fréquence est légèrement différente des fréquences de résonance atomique.

Dans la géométrie de Bragg représentée sur la figure 4, la diffraction peut être décrite comme une oscillation de Rabi d'un système quantique à deux niveaux, représentant l'un, l'onde atomique incidente et l'autre, l'onde diffractée. En réglant la force de l'interaction (qui est proportionnelle au rapport de la densité de puissance laser à l'écart en fréquence à la résonance (detuning)) ou la durée de l'interaction, on peut régler la probabilité de diffraction entre 0 et 100%, ce qui est idéal pour construire les séparatrices et les miroirs d'un interféromètre de Mach-Zehnder.

6.- L'INTERFEROMETRE DE MACH-ZEHNDER ATOMIQUE

Dans ce chapitre nous nous proposons de détailler, à l'aide du modèle de l'atome à deux niveaux, **la séparation cohérente** des paquets d'ondes atomiques grâce à des

« lames lumineuses » puis, en prenant en compte les degrés de liberté externes de l'atome, de mettre en évidence **la séparation spatiale** des paquets d'ondes atomiques, grâce à l'impulsion de recul encaissée par l'atome au moment de l'absorption ou de l'émission d'un photon.

6.1.- MODELE DE L'ATOME A DEUX NIVEAUX

6.1.1.- Modèle sans degrés de liberté externes

• Description du système

Le modèle de l'atome à deux niveaux sans degrés de liberté externes est un modèle simple très largement détaillé et utilisé dans la littérature (N.F.RAMSEY « *Molecular beams* » Ed. Oxford Univ. Press, OXFORD (1956)) notamment pour les horloges atomiques utilisant des transitions micro-ondes. Les étapes du calcul sont simples et classiques et pour plus de détails on pourra avantageusement se reporter à la référence (B.YOUNG, M.KASEVICH, S.CHU, « *Precision atom interferometry with light pulses* » in *Atom Interferometry* by P.Berman, Ed. Academic Press (1997)). Nous nous limiterons ici au minimum nécessaire à la compréhension.

Considérons un atome à deux niveaux $|f\rangle$ (fondamental) et $|e\rangle$ (excité) de très longue durée de vie τ_{vie} de telle sorte que l'émission spontanée puisse être négligée. Les énergies associées à ces niveaux sont : $E_f = \hbar\omega_f^0$ et $E_e = \hbar\omega_e^0$ (1). On appelle $\Delta\omega^0 = \omega_e^0 - \omega_f^0$ (2) la différence de pulsation entre ces deux niveaux de l'atome. Si l'on ne tient pas compte des degrés de liberté externes et en l'absence de rayonnement, ω_f^0 et ω_e^0 sont les valeurs propres du Hamiltonien du système :

$$H_0 = \hbar\omega_f^0 |f\rangle\langle f| + \hbar\omega_e^0 |e\rangle\langle e| \quad (3)$$

Le fait d'avoir pris des valeurs bien définies pour les énergies propres se justifie par la très longue durée de vie des niveaux atomiques $\left(\Delta E = \frac{\hbar}{\tau_{vie}} \sim 0\right)$ (relation d'incertitude d'Heisenberg) et revient à considérer l'atome comme une onde plane du point de vue temporel, puisque l'équation d'évolution de la fonction d'onde est donnée par :

$$|\psi(t_0 + t)\rangle = a_f(t_0) e^{-i\omega_f^0 t} |f\rangle + a_e(t_0) e^{-i\omega_e^0 t} |e\rangle \quad (4)$$

On ajoute maintenant au système une onde laser de pulsation ω_L qui introduit un couplage électromagnétique entre les deux niveaux atomiques, que l'on supposera de type dipolaire électrique. Ceci se traduit dans le Hamiltonien par l'ajout d'un opérateur antisymétrique proportionnel à l'amplitude du champ électrique :

$$H = \hbar\omega_f^0 |f\rangle\langle f| + \hbar\omega_e^0 |e\rangle\langle e| - \vec{d} \cdot \vec{E}_L \quad (5)$$

où : $\vec{E}_L = E_0 \cos(\omega_L t + \phi_L) \vec{\epsilon}$ (6) est le champ électrique défini comme une onde plane monochromatique polarisée dans la direction $\vec{\epsilon}$ et \vec{d} est l'opérateur vectoriel dipôle électrique associé à la transition atomique $|f\rangle \rightarrow |e\rangle$. On définit alors le **désaccord à résonance** par :

$$\delta = \omega_L - \Delta\omega^0 \quad (7)$$

et la **pulsation de Rabi** :

$$\Omega_{ef} = -\frac{\langle e | \vec{d} \cdot \vec{E}_0 | f \rangle}{\hbar} \quad (8)$$

Le couplage électromagnétique s'écrit alors :

$$V = -\vec{d} \cdot \vec{E}_L = \hbar \Omega_{ef} \cos(\omega_L t + \phi_L) \quad (9)$$

Le Hamiltonien H du système s'écrit dans la base $\{|e\rangle, |f\rangle\}$:

$$H = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_{ef} e^{-i(\delta + \phi_L)} \\ \Omega_{ef} e^{i(\delta + \phi_L)} & 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

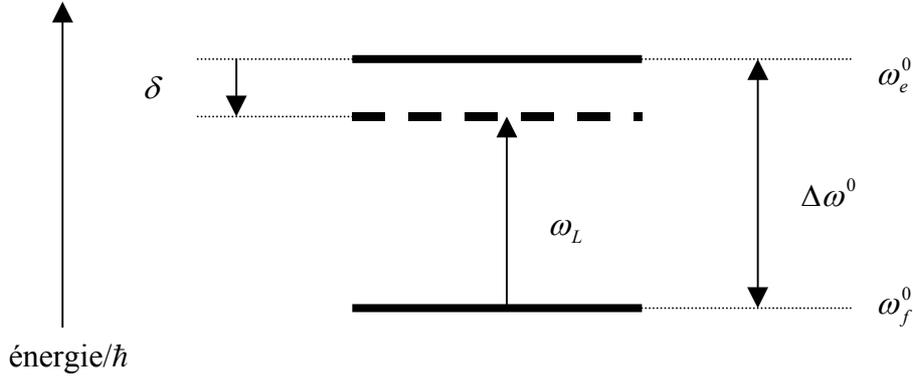


Figure 6.1 : atome à deux niveaux soumis à une radiation de pulsation ω_L sur la figure, le désaccord δ est négatif (transition désaccordée vers le rouge).

• Recherche des états propres de H

Dans le cas où Ω_{ef} est très inférieur à ω_f^0 et ω_e^0 , on peut réécrire l'équation de Schrödinger en représentation d'interaction en utilisant la transformation unitaire

$$U = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\delta t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\delta t}{2}} \end{pmatrix} \quad (11)$$

La nouvelle base est déduite de la première par la transformation (11) :

$$|\tilde{e}\rangle = U^\dagger |e\rangle = e^{i\frac{\delta t}{2}} |e\rangle, \quad |\tilde{f}\rangle = U^\dagger |f\rangle = e^{-i\frac{\delta t}{2}} |f\rangle$$

et le Hamiltonien transformé s'écrit :

$$\tilde{H} = U^\dagger H U = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\delta & \Omega_{ef} e^{-i\phi_L} \\ \Omega_{ef} e^{i\phi_L} & \delta \end{pmatrix} \quad (12)$$

dont les états propres sont :

$$\begin{cases} |\lambda_+\rangle = \cos\frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi_L}{2}} |\tilde{e}\rangle + \sin\frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi_L}{2}} |\tilde{f}\rangle \\ |\lambda_-\rangle = -\sin\frac{\theta}{2} e^{-i\frac{\phi_L}{2}} |\tilde{e}\rangle + \cos\frac{\theta}{2} e^{i\frac{\phi_L}{2}} |\tilde{f}\rangle \end{cases} \quad \text{avec : } \begin{cases} \cos\theta = \frac{-\delta}{\Omega_r} \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \\ \sin\theta = \frac{\Omega_{ef}}{\Omega_r} \\ \Omega_r = \sqrt{|\Omega_{ef}|^2 + \delta^2} \end{cases} \quad (13)$$

Les valeurs propres associés à ces états propres sont alors :

$$\lambda_+ = \frac{\hbar\Omega_r}{2} \quad \text{et} \quad \lambda_- = -\frac{\hbar\Omega_r}{2} \quad (14)$$

• Mise en évidence des déplacements lumineux

Par rapport aux niveaux d'énergie $\pm\hbar\frac{\delta}{2}$ du Hamiltonien non perturbé (équation 12 sans les termes anti-diagonaux), on constate que le couplage avec le champ électromagnétique déplace les niveaux d'énergie de :

$$\Delta E_+ = \frac{\hbar}{2}(\Omega_r - \delta) \quad \text{et} \quad \Delta E_- = \frac{\hbar}{2}(\delta - \Omega_r) = -\Delta E_+ \quad (15)$$

Ce décalage d'énergie est appelé **déplacement lumineux** ou encore **effet STARK AC**. Lorsqu'on se place à grand désaccord $|\delta| \gg \Omega_r$, on peut faire un développement limité à l'ordre 2 en $\frac{\Omega_{ef}}{\delta}$. Le déplacement lumineux prend alors la forme simplifiée :

$$\Delta E_+ = -\Delta E_- = \frac{\hbar\Omega_{ef}^2}{4\delta} \quad (16)$$

• Evolution du système

Considérons maintenant un atome dans un état atomique initial quelconque :

$$|\psi(t_0)\rangle = C_e(t_0)|e\rangle + C_f(t_0)|f\rangle$$

On obtient l'expression de la fonction d'onde atomique après une interaction de durée τ avec le champ laser par la méthode classique suivante :

- 1) on exprime $|\psi(t_0)\rangle$ dans la base $\{|e\rangle, |f\rangle\}$
- 2) on décompose $|\psi(t_0)\rangle$ sur la base des vecteurs propres $\{|\lambda_+\rangle, |\lambda_-\rangle\}$

$$|\psi(t_0)\rangle = \alpha_+ |\lambda_+\rangle + \alpha_- |\lambda_-\rangle$$

- 3) on propage chacune des composantes pendant la durée τ , ce qui revient à multiplier α_+ et α_- respectivement par les facteurs de phase $e^{-i\frac{\Omega_r\tau}{2}}$ et $e^{+i\frac{\Omega_r\tau}{2}}$

$$|\tilde{\psi}(t_0 + \tau)\rangle = \alpha_+ e^{-i\frac{\Omega_r\tau}{2}} |\lambda_+\rangle + \alpha_- e^{+i\frac{\Omega_r\tau}{2}} |\lambda_-\rangle$$

- 4) on exprime de nouveau $|\tilde{\psi}(t_0 + \tau)\rangle$ dans la base $\{|e\rangle, |f\rangle\}$ puis dans la base $\{|e\rangle, |f\rangle\}$. On obtient alors les coefficients $C_e(t_0 + \tau)$ et $C_f(t_0 + \tau)$: (17)

$$\begin{cases} C_e(t_0 + \tau) = \left\{ C_e(t_0) \left[\cos\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) - i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) \right] + C_f(t_0) e^{-i(\delta t_0 + \phi_L)} \left[-i \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) \right] \right\} e^{-i\frac{\delta\tau}{2}} \\ C_f(t_0 + \tau) = \left\{ C_e(t_0) e^{i(\delta t_0 + \phi_L)} \left[-i \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) \right] + C_f(t_0) \left[\cos\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) + i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_r\tau}{2}\right) \right] \right\} e^{i\frac{\delta\tau}{2}} \end{cases}$$

A partir de ces expressions, on peut déterminer la probabilité de présence de l'atome dans l'état $|e\rangle$ après une interaction de durée τ . Supposons que l'atome soit initialement dans

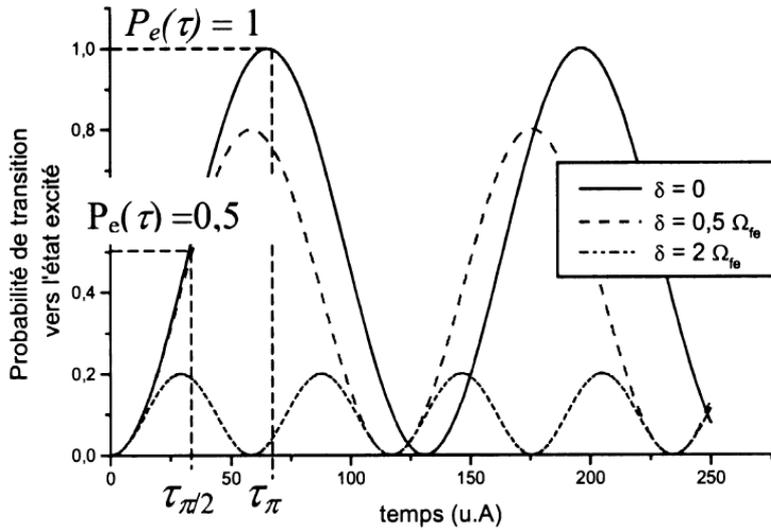
l'état fondamental, on a alors $C_e(t_0) = 0$ et $C_f(t_0) = 1$. Les expressions précédentes donnent alors :

$$C_e(t_0 + \tau) = -ie^{-i(\delta t_0 + \phi_L)} \left[\sin \theta \sin \left(\frac{\Omega_r \tau}{2} \right) \right]$$

et la probabilité de présence de l'atome dans l'état $|e\rangle$ vaut :

$$P_e(\tau) = |C_e(t_0 + \tau)|^2 = \left(\frac{\Omega_{ef}}{\Omega_r} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\Omega_r \tau}{2} \right) \quad (18)$$

La probabilité de trouver l'atome dans l'état $|e\rangle$ oscille donc au cours du temps. On appelle ce phénomène : **oscillation de RABI**. La pulsation de RABI Ω_{ef} correspond à la pulsation temporelle de ces oscillations lorsque le désaccord δ est nul.



On a tracé pour trois désaccords différents la probabilité de trouver l'atome dans l'état excité en fonction du temps.

• **Impulsions π et $\frac{\pi}{2}$**

Plaçons nous à désaccord nul ($\delta = 0$), dans ce cas $\cos \theta = 0$ et $\sin \theta = 1$. Les expressions de $C_e(t_0 + \tau)$ et $C_f(t_0 + \tau)$ se simplifient et donnent :

$$\begin{cases} C_e(t_0 + \tau) = C_e(t_0) \cos \left(\frac{\Omega_{ef} \tau}{2} \right) - i C_f(t_0) \sin \left(\frac{\Omega_{ef} \tau}{2} \right) e^{-i\phi_L} \\ C_f(t_0 + \tau) = -i C_e(t_0) e^{i\phi_L} \sin \left(\frac{\Omega_{ef} \tau}{2} \right) + C_f(t_0) \cos \left(\frac{\Omega_{ef} \tau}{2} \right) \end{cases} \quad (19)$$

En choisissant maintenant la durée d'interaction τ on peut distinguer deux cas :

1- Si : $\Omega_{ef} \tau = \pi$

$$\begin{cases} C_e(t_0 + \tau) = -i C_f(t_0) e^{-i\phi_L} \\ C_f(t_0 + \tau) = -i C_e(t_0) e^{i\phi_L} \end{cases} \quad (20)$$

On échange les populations des états $|e\rangle$ et $|f\rangle$, à un facteur de phase près, cette interaction correspond donc à un miroir pour les populations atomiques. Une telle interaction sera appelée *impulsion* π .

$$\bullet \text{ Si : } \Omega_{ef} \tau = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} C_e(t_0 + \tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} [C_e(t_0) - iC_f(t_0)e^{-i\phi_L}] \\ C_f(t_0 + \tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} [-iC_e(t_0)e^{i\phi_L} + C_f(t_0)] \end{cases} \quad (21)$$

On obtient une superposition cohérente équiprobable des états $|e\rangle$ et $|f\rangle$. Cette interaction correspond donc à une lame séparatrice 50/50 pour les populations atomiques. Une telle interaction sera appelée *impulsion* $\frac{\pi}{2}$.

La phase ϕ_L de l'onde lumineuse est imprimée sur la composante qui effectue la transition $|f\rangle \rightarrow |e\rangle$ et la phase $-\phi_L$ est imprimée pour la transition $|e\rangle \rightarrow |f\rangle$. Cette remarque sera importante lorsqu'on calculera le déphasage total dans un interféromètre de MACH-ZEHNDER.

6.1.2.- Modèle avec degrés de liberté externes

• Position du problème

Lorsque le déplacement de l'atome dans la direction des faisceaux lumineux fait qu'il peut voir des phases lumineuses différentes dans les diverses zones d'interaction, il faut prendre en compte les degrés de liberté externes de l'atome. Ceci intervient typiquement lorsque $\frac{\hbar k T}{m} \geq \lambda$, où k et λ sont respectivement le vecteur d'onde et la longueur d'onde du laser, m est la masse de l'atome et T est la durée moyenne entre deux impulsions.

On utilise un modèle simple en ondes planes. On suppose que l'atome se déplace suivant l'axe Ox perpendiculaire au faisceau laser Oy . Le mouvement de l'atome dans les directions Ox et Oz est traité classiquement. Par contre son mouvement dans la direction Oy des faisceaux laser est traité quantiquement. On affecte alors à l'atome une certaine impulsion \vec{p} et une position \vec{r} . La fonction d'onde atomique s'exprime alors comme une onde plane progressive. Pour un atome au repos, la fonction d'onde s'écrit :

$$\psi(\vec{r}, t) = a\psi_0 e^{-i\left(\omega t - \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar}\right)}$$

où $\hbar\omega$ est la valeur propre de l'énergie, \vec{p} et \vec{r} sont l'impulsion et la position de l'atome et ψ_0 représente la fonction d'onde en $\vec{r} = 0$ et à $t = 0$.

De même l'expression du champ laser devient : $\vec{E}_L = \vec{E}_0 \cos(\omega_L t - \vec{k}_L \cdot \vec{r} + \phi_L)$

• Correspondance entre état interne et impulsion

Si on appelle \vec{p}_f l'impulsion de l'atome dans le niveau fondamental $|f\rangle$, la transition vers le niveau excité $|e\rangle$ s'effectue en absorbant un photon d'impulsion $\hbar\vec{k}_L$. L'impulsion de l'atome dans l'état excité vaut donc alors $\vec{p}_e = \vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L$.

Si de plus, on néglige les processus d'émission spontanée, l'atome se désexcite obligatoirement en émettant un photon stimulé d'impulsion $\hbar\vec{k}_L$. L'impulsion de l'atome dans l'état $|f\rangle$, après un cycle absorption – émission stimulée, vaut de nouveau \vec{p}_f . Il y a alors une correspondance parfaite entre l'état atomique interne et l'impulsion. Les états avec degrés de liberté externes sont alors notés $|f, \vec{p}_f\rangle$ et $|e, \vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L\rangle$. Les énergies associées sont données par les valeurs propres du Hamiltonien incluant le terme d'énergie cinétique :

$$H = H_0 + \frac{|\vec{p}|^2}{2m}$$

où H_0 est le Hamiltonien interne tel que défini précédemment. Ces énergies ont alors une dépendance parabolique en fonction de l'impulsion.

$$\begin{cases} \text{pour l'état } |f, \vec{p}_f\rangle \rightarrow E_{|f, \vec{p}_f\rangle} = \hbar\omega_f^0 + \frac{p_f^2}{2m} = \hbar\omega_f \\ \text{pour l'état } |e, \vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L\rangle \rightarrow E_{|e, \vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L\rangle} = \hbar\omega_e^0 + \frac{(\vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L)^2}{2m} = \hbar\omega_e \end{cases} \quad (22)$$

Ces équations expriment la conservation de l'énergie et de l'impulsion.

La différence d'énergie entre les deux états s'écrit alors : $\hbar\Delta\omega = \hbar(\Delta\omega^0 + \omega_D + \omega_R)$ avec $\Delta\omega^0$ défini par (2). ω_D est le terme lié à l'effet DOPPLER :

$$\omega_D = \frac{\vec{k}_L \cdot \vec{p}_f}{m} \quad (23)$$

et ω_R le terme lié à l'effet de recul :

$$\omega_R = \frac{\hbar|\vec{k}_L|^2}{2m} \quad (24)$$

• Conclusion

Tout le calcul effectué au paragraphe précédent reste donc valable (en particulier les équations donnant $C_e(t_0 + \tau)$ et $C_f(t_0 + \tau)$), à condition de remplacer le désaccord δ (défini par l'équation 7) par le nouveau désaccord Δ qui prend en compte l'effet DOPPLER et l'effet de recul :

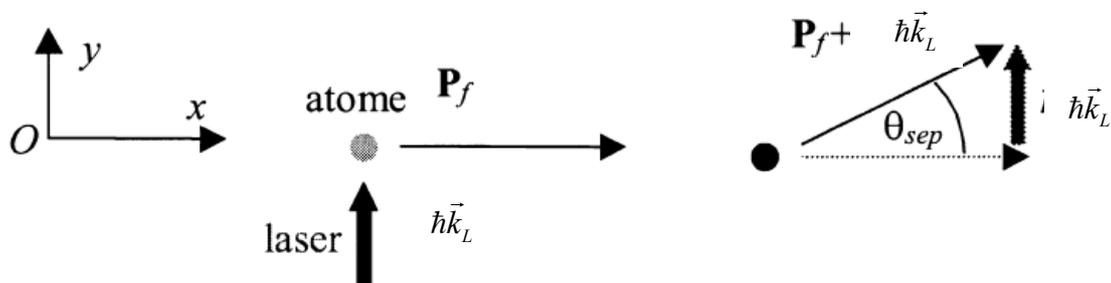
$$\Delta = \delta - \omega_D - \omega_R \quad (25)$$

6.1.3.- Séparation spatiale du paquet d'ondes

Considérons le cas où le faisceau lumineux se propage suivant l'axe Oy perpendiculaire à la trajectoire Ox de l'atome (i.e. : $\vec{p}_f \perp \vec{k}_L$), alors le passage vers l'état

$|e, \vec{p}_f + \hbar \vec{k}_L\rangle$ s'accompagne d'un changement de direction d'un angle θ_{sep} égal (voir figure ci-dessous) :

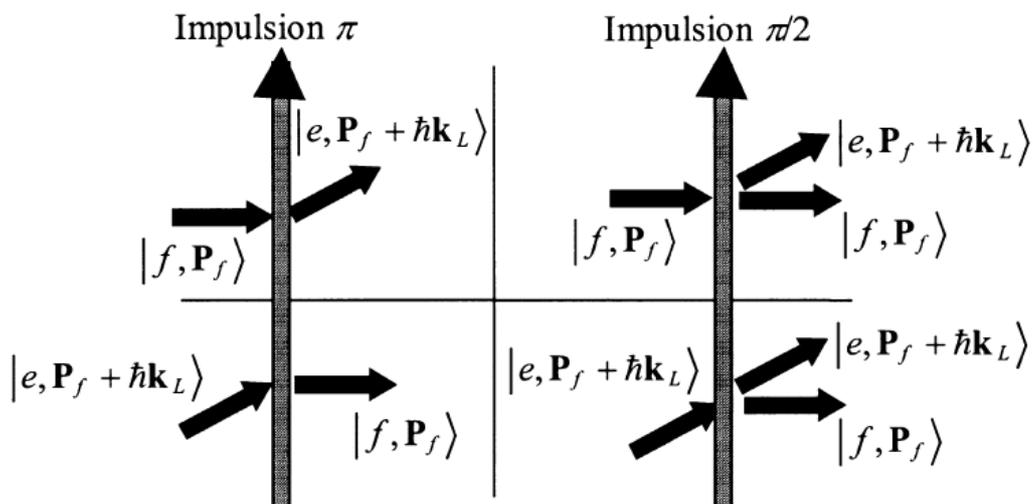
$$\theta_{sep} \approx \frac{\hbar |\vec{k}_L|}{|\vec{p}_f|} \quad (26)$$



Lorsque l'atome encaisse l'impulsion du photon, sa trajectoire est modifiée. Si l'atome est placé dans une superposition d'états $|f, \vec{p}_f\rangle$ et $|e, \vec{p}_f + \hbar \vec{k}_L\rangle$, les deux composantes de la fonction d'onde ont des trajectoires différentes, on obtient donc la séparation spatiales des états atomiques.

Si l'on reprend les impulsions π et $\frac{\pi}{2}$ définies précédemment, on constate que (cf. Figure ci-dessous) :

- Une impulsion $\frac{\pi}{2}$ place l'atome dans une superposition cohérente d'états $|f, \vec{p}_f\rangle$ et $|e, \vec{p}_f + \hbar \vec{k}_L\rangle$ ce qui revient donc à séparer spatialement les deux composantes de la fonction d'onde atomique.
- Une impulsion π échange les populations des niveaux $|f, \vec{p}_f\rangle$ et $|e, \vec{p}_f + \hbar \vec{k}_L\rangle$ ce qui revient donc du point de vue des trajectoires à échanger les directions.



Evolution des différentes composantes de la fonction d'onde au passage d'impulsion π et $\frac{\pi}{2}$

6.2.- Le MACH-ZEHNDER ATOMIQUE

On réalise un interféromètre de MACH-ZEHNDER à ondes atomiques grâce à une succession d'impulsions π et $\frac{\pi}{2}$. La séquence correspondant à cette géométrie est $\left(\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{2}\right)$, chaque impulsion étant séparée de la suivante par une durée T (voir Figure ci-dessous). Cette géométrie d'interféromètre atomique a été proposée pour la première fois par Ch. BORDE en 1991 et est parfois appelée géométrie « RAMSEY-BORDE symétrique » dans la littérature.

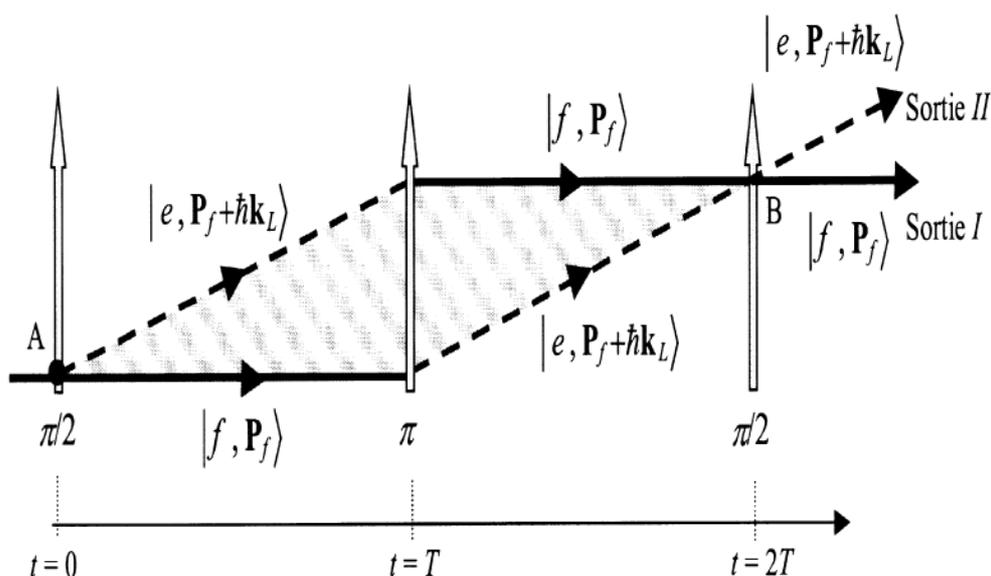


Schéma d'un interféromètre de MACH-ZEHNDER atomique avec séparatrices optiques. L'onde atomique de quantité de mouvement \vec{p}_f est séparée en deux composantes de quantité de mouvement \vec{p}_f et $\vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L$ par une impulsion $\frac{\pi}{2}$. Les deux composantes sont redirigées par l'impulsion π vers un même point B où elles sont recombinaées par la deuxième impulsion $\frac{\pi}{2}$. On observe les deux sorties dans les directions \vec{p}_f et $\vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L$.

L'objectif de cette partie est de déterminer le déphasage introduit entre les deux bras de cet interféromètre dans le cas où l'interféromètre est au repos, puis dans le cas où il est soumis à une rotation ou à une accélération. Pour nous aider, considérons d'abord le cas de l'interféromètre optique de MACH-ZEHNDER présenté Figure 1.

6.2.1.- Calcul général du déphasage

• Cas d'un interféromètre optique immobile

La méthode de calcul utilisée ici consiste à déterminer les phases accumulées ϕ_1 et ϕ_2 sur chacun des deux trajets optiques 1 et 2. Le déphasage en sortie est alors égal à la différence de

ces deux phases : $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$. Dans le cas simple où l'interféromètre est immobile (pas de rotation ni accélération), les phases ϕ_1 et ϕ_2 se calculent très facilement, elles sont chacune composées de deux contributions :

• Déphasage de propagation

Une contribution due à la propagation de la phase de l'onde lumineuse le long des chemins 1 et 2. Dans le cas d'une onde plane : $\vec{E}(\vec{r}, t) = ae^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$, cette phase s'écrit pour chacun des deux chemins :

$$\phi^{propagation} = -\omega T + \vec{k} \cdot \vec{r} \quad (27)$$

où T est la durée mise par l'onde pour arriver au point B et \vec{r} est la position de B par rapport à une origine donnée. Dans le cas du MACH-ZEHNDER optique, le déphasage lié à la propagation jusqu'au point B s'exprime par :

$$\Delta\phi^{propagation} = \omega(T_2 - T_1) = \frac{\omega}{c}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(L_2 - L_1) \quad (28)$$

où L_1 et L_2 sont les longueurs optiques des chemins 1 et 2 et λ est la longueur d'onde. Le terme $\vec{k} \cdot \vec{r}$ ne participe pas au déphasage car on observe les interférences au même point B pour les deux chemins 1 et 2.

• Déphasage lié aux composants

Une contribution due au passage sur les miroirs ou les lames séparatrices. Chaque réflexion d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2 , avec $n_1 < n_2$ s'accompagne d'un déphasage de π par rapport à la partie transmise. Ainsi, si l'on considère la sortie *I* de l'interféromètre de la Figure 1, il y a deux réflexions de ce type sur chacun des chemins 1 et 2, la contribution au déphasage total est donc nulle. Par contre si l'on considère la sortie *II*, il y a deux réflexions de ce type sur le chemin 2 et une seule sur le chemin 1, la contribution vaut alors π .

On trouve finalement pour le déphasage total en B, pour la sortie *I* ou *II* :

$$\Delta\phi_1^{total} = \phi_2^{total} - \phi_1^{total} = \frac{2\pi}{\lambda}(L_2 - L_1)$$

$$\Delta\phi_2^{total} = \phi_2^{total} - \phi_1^{total} = \frac{2\pi}{\lambda}(L_2 - L_1) + \pi$$

Les sorties *I* et *II* sont en opposition de phase, ceci exprime le fait que lorsque l'on observe un maximum d'intensité sur la sortie *I* (frange brillante), on a un minimum d'intensité sur la sortie *II* (frange sombre).

• Cas d'un interféromètre atomique immobile

1) Les différents outils nécessaires

De même que dans le cas optique, nous allons déterminer les phases ϕ_1 et ϕ_2 accumulées par l'onde atomique sur chacun des deux chemins. Le déphasage total est alors la différence entre ces deux phases. ϕ_1 et ϕ_2 s'expriment de nouveau comme une somme de deux contributions, une liée à la propagation de la phase atomique le long des deux chemins 1 et 2 et l'autre liée au passage dans les lames lumineuses. Une différence importante toutefois est que dans le cas

des ondes atomiques, l'impulsion n'est pas de norme constante le long des deux chemins, contrairement au cas optique.

• **La contribution liée à la propagation de la phase atomique.**

De même que dans le cas optique, nous allons considérer ici uniquement le cas d'ondes planes. Si l'on appelle $\psi(\vec{r}_a, t_a)$ la fonction d'onde associée à un atome au point A de position \vec{r}_a à l'instant $t = t_a$, la fonction d'onde de cet atome au point B(\vec{r}_b, t_b) s'obtient à partir du propagateur $K(\vec{r}_a, t_a; \vec{r}_b, t_b)$ de l'équation de Schrödinger (cf. polycopié T III, module 17 pour la définition d'un « propagateur » & T I, module 0 pour la définition d'une « action »).

Il se pose un problème que nous n'avons pas encore soulevé. On considère un atome au point \vec{r}_a et on lui associe une fonction d'onde plane, qui correspond à un atome délocalisé dans tout l'espace. De même pour la fonction d'onde au point B. La question qui se pose alors est : quel est le chemin reliant A à B sur lequel il faut intégrer la phase ? Le formalisme de FEYNMAN permet de répondre à cette question. L'idée de base est que le propagateur K donnant la probabilité de trouver l'atome en B(\vec{r}_b, t_b) résulte de l'interférence de tous les chemins possibles Γ partant de A(\vec{r}_a, t_a) et menant à B(\vec{r}_b, t_b) :

$$K(A,B) = \sum_{\substack{\text{tous les chemins } \Gamma \\ \text{possibles}}} e^{\frac{i}{\hbar} S_{\Gamma}} \quad (28)$$

Ceci est en quelque sorte l'équivalent du principe d'HUYGHENS pour les ondes atomiques. Le point clé est alors que, dans la mesure où l'action

$$S = - \int_{\text{durée du chemin}} H dt + \int_{\text{chemin}} \vec{p} \cdot d\vec{r} \quad (29)$$

est grande devant \hbar , seuls les chemins très proches de la trajectoire classique (i.e. ceux vérifiant le principe de moindre action : $\frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial S}{\partial t} = 0$ pour une trajectoire classique) donnent

des interférences constructives. Les autres, présentant entre eux une différence de phase trop importante conduisent à des interférences destructives. Ainsi, seule la trajectoire classique contribue au propagateur. Il suffit alors de calculer l'action le long de cette trajectoire classique pour avoir le facteur de phase entre A et B.

Ceci justifie donc l'utilisation d'ondes atomiques planes.

De même que dans le cas optique, nous allons donc considérer ici uniquement le cas d'ondes planes. Si l'on appelle $\psi(\vec{r}_a, t_a)$ la fonction d'onde associée à un atome au point A de position \vec{r}_a à l'instant $t = t_a$, la fonction d'onde de cet atome au point B(\vec{r}_b, t_b) est donnée par :

$$\psi(\vec{r}_b, t_b) = K \psi(\vec{r}_a, t_a)$$

le propagateur ayant pour expression $K = e^{\frac{i}{\hbar} S} = \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \int_{t_a}^{t_b} H dt - \int_{AB} \vec{p} \cdot d\vec{r} \right]$ où H est le

Hamiltonien du système tenant compte de la structure interne et des degrés de liberté externes de l'atome, et où \vec{p} est l'impulsion de l'atome. Cette contribution va être calculée grâce au formalisme des « intégrales de FEYNMAN » qui nous indique le long de quel chemin cette intégrale doit être calculée.

• **La contribution liée au passage des lames lumineuses**

On a vu précédemment que chaque changement d'état s'accompagne d'un déphasage égal à $\pm\phi_L$ où ϕ_L est la phase lumineuse vue par l'atome à l'endroit où il interagit. Cette contribution va être calculée à partir du formalisme des « matrices S ».

• Calcul de la phase accumulée sur un tronçon AB

Regardons ce que donne le calcul pour la propagation pendant une durée T dans l'espace libre, d'un atome initialement décrit par la fonction d'onde atomique :

$$\psi(\vec{r}_a, t_a) = a_e |e, \vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L\rangle + a_f |f, \vec{p}_f\rangle$$

La fonction d'onde après la propagation se trouve grâce à la relation (). L'intégrale d'action se calcule grâce au Hamiltonien du système incluant l'énergie cinétique dont l'expression est donnée en (). L'intégrale d'action s'écrit alors :

$$S = - \int_{\text{durée du chemin}} \left(H_0 + \frac{P^2}{2m} \right) dt + \int_{\text{chemin}} \vec{p} \cdot d\vec{r}$$

On intègre le deuxième terme le long du chemin classique, on a alors :

$$d\vec{r} = \vec{V} dt = \frac{\vec{p}}{m} dt$$

où \vec{V} est le vecteur vitesse de l'atome. S se réécrit donc :

$$S = - \int_{\text{durée du chemin}} \left(H_0 - \frac{p^2}{2m} \right) dt$$

A partir de l'expression précédente, de () et de (), on en déduit :

$$\psi(\vec{r}_b, t_b) = a_e e^{-i \left(\omega_e^0 - \frac{(p_f + \hbar k_L)^2}{2m} \right) T} |e, \vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L\rangle + a_f e^{-i \left(\omega_f^0 - \frac{p_f^2}{2m} \right) T} |f, \vec{p}_f\rangle$$

On peut ainsi écrire un propagateur matriciel permettant de relier $\psi(\vec{r}_a, t_a)$ à $\psi(\vec{r}_b, t_b)$:

$$\psi(\vec{r}_b, t_b) = K(t_b - t_a) \psi(\vec{r}_a, t_a)$$

avec :

$$K(t_b - t_a) = \begin{pmatrix} e^{-i \left(\omega_e^0 - \frac{(\vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L)^2}{2m} \right) (t_b - t_a)} & 0 \\ 0 & e^{-i \left(\omega_f^0 - \frac{p_f^2}{2m} \right) (t_b - t_a)} \end{pmatrix} \quad (30)$$

Afin de suivre l'atome le long des bras de l'interféromètre on va énoncer une *règle de propagation* s'appliquant directement à un atome dans un état propre ; cette règle découle naturellement de l'expression du propagateur K . Un atome dans un état $|j, \vec{p}_j\rangle$ se propageant pendant une durée T , accumule une phase liée à la propagation, donnée par :

$$\phi^{propagation} = \left(\omega_j^0 - \frac{p_j^2}{2m} \right) T \quad (31)$$

où j est un indice représentant l'état atomique et vaut e ou f , et \vec{p}_j représente l'impulsion de l'atome dans l'état $|j, \vec{p}_j\rangle$.

• Formalisme des « matrices S »

On va maintenant déterminer les phases et les facteurs d'amplitude des différentes composantes de la fonction d'onde atomique lors de la traversée d'une lame lumineuse. Ceci a déjà été fait pour un atome sans degré de liberté externe et a abouti à l'obtention des relations donnant $C_e(t_0 + \tau)$ et $C_f(t_0 + \tau)$ qui, sous forme matricielle s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} C_e(t_0 + \tau) \\ C_f(t_0 + \tau) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\Omega_{ef}\tau}{2}\right) & -i \sin\left(\frac{\Omega_{ef}\tau}{2}\right) e^{-i\phi_L} \\ -i \sin\left(\frac{\Omega_{ef}\tau}{2}\right) e^{i\phi_L} & \cos\left(\frac{\Omega_{ef}\tau}{2}\right) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} C_e(t_0) \\ C_f(t_0) \end{Bmatrix} \quad (32)$$

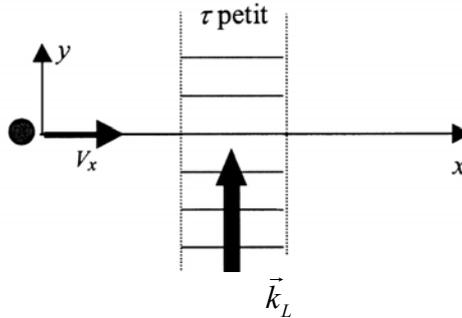
On a ensuite ajouté les degrés de liberté externes de l'atome et montré que ces relations restent valables, à condition de remplacer le désaccord δ par Δ .

On peut donc associer à chaque lame lumineuse, une matrice, appelée « matrice S » permettant de déterminer la fonction d'onde à la sortie $|\psi(t_0 + \tau)\rangle$ en fonction de celle à l'entrée $|\psi(t_0)\rangle$:

$$|\psi(t_0 + \tau)\rangle = S_L(\tau) |\psi(t_0)\rangle$$

Ce formalisme repose sur un certain nombre d'approximations qui ont déjà été écrites lors des calculs précédents, mais que nous rappelons ici :

- Les atomes sont représentés par des ondes planes et tout phénomène d'émission spontanée est négligé. L'atome est supposé se déplacer suivant l'axe Ox à la vitesse V_x . Les deux grandeurs x et V_x seront considérées classiquement. Par contre le mouvement dans la direction des faisceaux laser Oy sera traité quantiquement.



L'atome est représenté par une onde plane. Il se propage suivant la direction Ox . L'onde lumineuse est perpendiculaire, suivant la direction Oy . L'impulsion et la position de l'atome suivant Oy sont des observables. La durée d'interaction τ est courte devant la durée d'observation totale. Les fronts d'ondes lumineuses sont plans.

Lorsque l'atome interagit avec le champ lumineux, on suppose :

- que la durée de passage τ de l'atome dans le champ lumineux est négligeable par rapport au temps d'observation de l'atome, ce qui signifie que ce modèle ne pourra pas décrire l'atome à l'intérieur de la lame lumineuse ou même aux proches abords.

- que les fronts d'onde des ondes lumineuses sont plans là où ils interagissent avec l'atome.

Notre interféromètre est composé uniquement d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ et π . Nous allons donc expliciter la forme de la matrice S dans ces deux cas :

$$S_{\frac{\pi}{2}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} e^{-i\phi_L} \\ \frac{-i}{\sqrt{2}} e^{i\phi_L} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} ; \quad S_{\pi} = \begin{pmatrix} 0 & -ie^{-i\phi_L} \\ -ie^{i\phi_L} & 0 \end{pmatrix} \quad (33)$$

Ces deux matrices associées avec le propagateur K permettent de déterminer la fonction d'onde atomique en sortie de l'interféromètre, en fonction de celle d'entrée. On peut également définir un ensemble de règles lors de la propagation de l'atome dans une lame lumineuse ou dans l'espace libre :

transition	impulsion $\pi/2$		impulsion π		propagation dans l'espace libre	
	amplitude	phase	amplitude	phase	amplitude	phase
$ e\rangle \rightarrow e\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0			1	$\left(\omega_e^0 - \frac{(\vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L)^2}{2m} \right) T$
$ f\rangle \rightarrow f\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0			1	$\left(\omega_f^0 + \frac{p_f^2}{2m} \right) T$
$ e\rangle \rightarrow f\rangle$	$\frac{-i}{\sqrt{2}}$	$-\phi_L$	$-i$	$-\phi_L$		
$ f\rangle \rightarrow e\rangle$	$\frac{-i}{\sqrt{2}}$	$+\phi_L$	$-i$	$+\phi_L$		

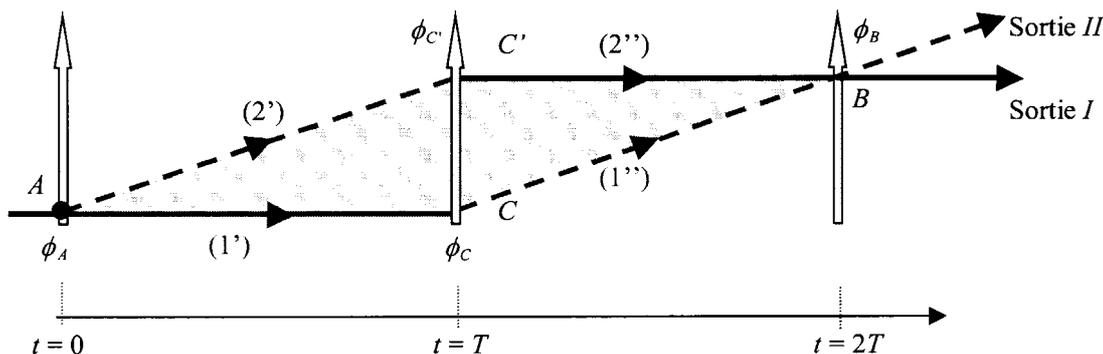
Règles d'évolution lors de la propagation dans une lame lumineuse ou dans l'espace libre

L'avantage de ce tableau de règles de transition est que l'on peut suivre l'atome sur chacun des bras de l'interféromètre.

6.2.2- Calcul du déphasage dans l'interféromètre atomique

Nous allons calculer le déphasage en sortie d'un MACH-ZEHNDER atomique. On suppose que quelle que soit la vitesse atomique la séquence est toujours $\left(\frac{\pi}{2}, T, \pi, T, \frac{\pi}{2} \right)$ avec T fixé.

On considère ici un interféromètre immobile, les trajectoires atomiques « classiques » le long desquelles se propagent les phases sont celles qui sont représentées sur la Figure ci-dessous.



Trajectoires classiques. Le chemin 1 (resp. 2) est coupé en deux tronçons 1' et 1'' (resp. 2' et 2'') le long desquels l'état atomique est différent.

• Déphasage lié à la propagation

Nous allons décomposer chacun des deux trajets (1) et (2) en deux tronçons où l'impulsion est constante.

Sur le trajet (1), l'atome passe une durée T dans l'état $|f, \vec{p}_f\rangle$ (tronçon 1') et une durée T dans l'état $|e, \vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L\rangle$ (tronçon 1''). La phase vaut donc :

$$\phi_1^{propagation} = \left(\omega_f^0 - \frac{p_f^2}{2m} \right) T + \left(\omega_e^0 - \frac{(\vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L)^2}{2m} \right) T \quad (34)$$

De même sur le trajet (2), l'atome passe une durée T dans l'état $|e, \vec{p}_f + \hbar\vec{k}_L\rangle$ (tronçon 2') et une durée T dans l'état $|f, \vec{p}_f\rangle$ (tronçon 2''). La phase accumulée est donc identique à celle du trajet (1) : $\phi_1^{propagation} = \phi_2^{propagation}$ et :

$$\Delta\phi^{propagation} = 0$$

Le déphasage lié à la propagation entre les deux bras est donc nul.

• Déphasage lié au passage dans les lames lumineuses

On cherche le déphasage introduit sur la sortie I de l'interféromètre, on a alors :

• Pour le bras 1 :

$$\text{impulsion } \frac{\pi}{2} \quad (|f\rangle \rightarrow |f\rangle) \quad \text{à } t = 0$$

$$\text{impulsion } \pi \quad (|f\rangle \rightarrow |e\rangle) \quad \text{à } t = T$$

$$\text{impulsion } \frac{\pi}{2} \quad (|e\rangle \rightarrow |f\rangle) \quad \text{à } t = 2T$$

Le facteur de phase-amplitude vaut donc (d'après l'expression du propagateur) pour la séquence :

$$\eta e^{-i\phi_1^{laser}} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}}_{\text{lame } \frac{\pi}{2} (|f\rangle \rightarrow |f\rangle)} \times \underbrace{(-i)e^{-i\phi_C}}_{\text{lame } \pi (|f\rangle \rightarrow |e\rangle)} \times \underbrace{\frac{-i}{\sqrt{2}}e^{i\phi_B}}_{\text{lame } \frac{\pi}{2} (|e\rangle \rightarrow |f\rangle)} = -\frac{1}{2}e^{-i(\phi_C - \phi_B)}$$

- Pour le bras 2 :

impulsion $\frac{\pi}{2}$ ($|f\rangle \rightarrow |e\rangle$) à $t = 0$

impulsion π ($|e\rangle \rightarrow |f\rangle$) à $t = T$

impulsion $\frac{\pi}{2}$ ($|f\rangle \rightarrow |f\rangle$) à $t = 2T$

$$\eta e^{-i\phi_2^{laser}} = \underbrace{\frac{-i}{\sqrt{2}} e^{-i\phi_A}}_{\substack{\text{lame } \frac{\pi}{2} \\ (|f\rangle \rightarrow |e\rangle)}} \times \underbrace{(-i) e^{-i\phi_C}}_{\substack{\text{lame } \pi \\ (|e\rangle \rightarrow |f\rangle)}} \times \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}}_{\substack{\text{lame } \frac{\pi}{2} \\ (|f\rangle \rightarrow |f\rangle)}} = -\frac{1}{2} e^{-i(\phi_A - \phi_C)}$$

où ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C et ϕ_C sont les phases des lasers. On obtient donc le déphasage entre les deux bras, lié au passage dans les lames lumineuses :

$$\Delta\phi_I^{laser} = (\phi_2^{laser} - \phi_1^{laser}) = (\phi_A - \phi_C - \phi_C - \phi_B)$$

Dans le cas où l'onde laser est une onde plane et où la phase est conservée entre les trois impulsions on a alors : $\phi_A = \phi_C$ et $\phi_B = \phi_C$ et ainsi :

$$\boxed{\Delta\phi_I^{laser} = 0 \text{ sortie } I}$$

De même si l'on considère la sortie II :

$$\text{Bras } I \rightarrow = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-i) e^{-i\phi_C} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-i}{\sqrt{2}} e^{-i\phi_C}$$

$$\text{Bras } II \rightarrow = \frac{-i}{\sqrt{2}} e^{-i\phi_A} \times (-i) e^{i\phi_C} \times \frac{-i}{\sqrt{2}} e^{-i\phi_B} = \frac{i}{2} e^{-i(\phi_A - \phi_C - \phi_B)}$$

Ce qui donne : $\Delta\phi_{II}^{laser} = (\phi_A - \phi_C - \phi_C + \phi_B + \pi)$

On a donc en considérant l'onde laser comme plane :

$$\boxed{\Delta\phi_{II}^{laser} = \pi \text{ sortie } II}$$

On retrouve bien le fait que les deux sorties sont en opposition de phase, comme dans le MACH-ZEHNDER optique.

Le facteur d'amplitude $\eta = -\frac{1}{2}$ apparaissant pour les deux bras 1 et 2 nous indique que les deux ondes qui interfèrent ont même amplitude, le contraste des franges d'interférences est donc égal à 1. La probabilité de présence de l'atome sur les sorties I et II est donc de la forme

$$\boxed{P_I = \frac{1}{2} (1 + \cos \Delta\phi_I^{laser}) \text{ et } P_{II} = \frac{1}{2} (1 + \cos \Delta\phi_{II}^{laser}) = 1 - P_I}$$

quelles que soit les valeurs de $\Delta\phi_I^{laser}$ et $\Delta\phi_{II}^{laser}$. Cela signifie que ces deux formules resteront vraies même en présence de rotation ou d'accélération.

7.- LIMITES DU MODELE

- Impulsions infiniment courtes

La principale limitation du modèle que l'on vient de développer est que l'on néglige tous les effets extérieurs (effets inertiels en particulier) pendant la durée des impulsions lumineuses. C'est une des raisons pour lesquelles on suppose que les impulsions sont de durées très courtes devant la durée d'observation des atomes.

• Ondes atomiques planes

Les ondes lumineuses ont été considérées comme planes aussi bien au niveau temporel (énergie interne parfaitement définie) qu'au niveau spatial (vecteur quantité de mouvement parfaitement défini). Si cette approximation se justifie au niveau temporel compte tenu de la très longue durée de vie des états atomiques mis en jeu, elle est beaucoup moins valable au niveau spatial puisqu'elle conduit à considérer l'atome comme complètement délocalisé dans la direction des faisceau laser. Un modèle plus correct serait de représenter l'atome par un paquet d'ondes planes d'impulsions différentes.

$$\psi(\vec{r}, t) = \exp\left[-i\left(\omega t - \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar}\right)\right] \leftrightarrow \psi(\vec{r}, t) = \exp[-i\omega t] \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{p}) \exp\left[\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}\right] d\vec{p}$$

où $f(\vec{p})$ est une fonction de \vec{p} de largeur caractéristique $\Delta\vec{p}$ vérifiant l'inégalité de HEISENBERG : $\Delta\vec{p} \cdot \Delta\vec{r} \geq \hbar$, avec $\Delta\vec{r}$ le volume dans lequel se situe l'atome.

En considérant $f(\vec{p})$ comme une fonction gaussienne, la fonction d'onde atomique $\psi(\vec{r}, t)$ s'écrit alors comme une fonction sphéro-gaussienne analogue à celle décrivant le champ électrique dans un laser. On pourrait alors reprendre le calcul des phases accumulées le long des deux bras de l'interféromètre en remplaçant les ondes planes utilisées précédemment par ces ondes sphéro-gaussienne.

LE REFROIDISSEMENT D'ATOMES PAR LASER

« ATOMES FROIDS »

• LA PRESSION DE RADIATION

Une force exercée par la lumière sur la matière

Les photons transportent de la quantité de mouvement. Le flux de photons que représente un faisceau lumineux est donc capable de transférer de la quantité de mouvement à la matière. Rapportée à l'unité de temps, ce transfert de quantité de mouvement donne lieu à une force. Et celle-ci, rapportée à l'unité d'aire, représente une pression. Ainsi, un rayonnement électromagnétique peut exercer une pression, qu'on appelle *pression de radiation*.

Une manifestation macroscopique bien connue de cet effet est l'orientation opposée au Soleil de la queue des comètes (du moins celles qui dégazent des particules neutres ; pour les autres, c'est le vent solaire plutôt que la pression de radiation qui agit sur l'orientation de la queue).

On peut aisément estimer la force subie par des atomes dans un faisceau laser dont la fréquence lumineuse ν correspond à l'écart d'énergie entre deux niveaux atomiques (a) et (b). L'atome supposé initialement immobile absorbe un photon, et acquiert donc une quantité de mouvement $M\vec{V} = \frac{h\nu}{c}\vec{u}$, où \vec{u} est le vecteur unitaire de la direction du faisceau (M et \vec{V} sont la masse et la vitesse de l'atome).

Le changement de vitesse correspondant, $\frac{h\nu}{Mc}$, est appelé *vitesse de recul*, que l'on peut noter V_R . Prenons l'exemple de l'atome de sodium. La lumière permettant de le faire passer de son niveau fondamental à son premier niveau excité est de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm (c'est la fameuse raie jaune du sodium). La vitesse de recul V_R de l'atome de sodium vaut alors environ $3,1 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Au bout d'un temps moyen τ (*la durée de vie*), l'atome se désexcite et réémet un photon de même fréquence. Ce photon peut être émis dans n'importe quelle direction, mais les probabilités sont égales pour deux directions opposées. L'effet moyen du recul dû à l'émission spontanée sur la quantité de mouvement est donc nul. Par conséquent, en un cycle d'*absorption-émission*, l'atome gagne en moyenne une quantité de mouvement égale à $\frac{h\nu}{c}\vec{u}$.

Quand les photons freinent les atomes

Plongé dans le faisceau laser, l'atome absorbe et réémet constamment des photons ; le temps qui sépare deux cycles absorption-désorption spontanée successifs est de l'ordre de la durée de vie τ du niveau excité. Pendant un temps Δt il y a donc de l'ordre de $\frac{\Delta t}{\tau}$ cycles et la

quantité de mouvement gagnée *en moyenne* pendant Δt vaut donc $\Delta(M\vec{V}) \approx \frac{h\nu}{\tau c} \Delta t \vec{u}$. La force moyenne \vec{F} exercée sur l'atome est égale à la variation moyenne de quantité de mouvement divisée par l'intervalle de temps correspondant. D'où : $\vec{F} \approx \frac{h\nu}{\tau c} \vec{u}$ (force moyenne exercée par le faisceau laser sur l'atome).

L'accélération correspondante est $a = \frac{F}{M} \approx \frac{h\nu}{Mc\tau} = \frac{V_R}{\tau}$. En prenant $\tau \approx 3 \times 10^{-8}$ s on obtient pour l'atome de sodium $a \approx 10^6 \text{ m.s}^{-2}$. L'accélération (ou la décélération) peut atteindre 100 000 fois l'accélération de la pesanteur terrestre !

La force ci-dessus peut être utilisée pour ralentir et immobiliser un jet d'atomes. Le principe, développé à la fin des années 1970, consiste à disposer le jet atomique et le faisceau laser en opposition, la fréquence lumineuse étant convenablement choisie. Les atomes et les photons se propageant en sens inverse, la force subie par les atomes est en sens opposé de leur vitesse : les atomes sont donc freinés.

Dans les jets atomiques usuels, la vitesse V_0 des atomes est de l'ordre de 1 000 m.s^{-1} . Le jet atomique est donc stoppé en un temps $T = \frac{V_0}{a}$, soit $T \approx 10^{-3}$ s et la distance parcourue par le jet avant de s'immobiliser vaut $L = \frac{V_0^2}{2a} \approx 0,5 \text{ m}$.

Une précision sur ce qui précède : en ralentissant, les atomes voient la fréquence laser varier, par *effet Doppler*. Pour que les atomes restent en résonance, c'est-à-dire continuent d'absorber les photons qui vont à leur rencontre, il existe deux méthodes. L'une est le « balayage en fréquence » : on adapte la fréquence laser en l'augmentant au fur et à mesure que le temps s'écoule et que les atomes ralentissent. L'autre est le « *ralentisseur Zeeman* » : un champ magnétique inhomogène décale légèrement les niveaux d'énergie (en fonction de la position des atomes) de façon que l'écart ($E_b - E_a$) entre les deux niveaux reste en résonance avec la fréquence laser, celle-ci étant fixe.

L'effet Doppler :

La fréquence d'une onde telle qu'elle est mesurée par un observateur dépend du mouvement relatif entre la source et lui. S'il se rapproche de la source, la fréquence apparente est supérieure à la fréquence d'émission. Si l'observateur s'éloigne de la source, c'est le contraire. C'est bien connu : le bruit d'un train qui s'approche est plus aigu que s'il s'éloigne.

Plus précisément, prenons le cas d'un observateur et d'une source dont la vitesse relative \vec{V} est dirigée selon l'axe observateur-source (pas de mouvement transversal, et V positive si l'observateur et la source s'éloignent). Soit c la vitesse de propagation des ondes, supposée grande par rapport à V , et soit ν_0 la fréquence des ondes telle qu'elle est mesurée dans le référentiel de la source. Alors, au premier ordre en $\frac{V}{c}$, la fréquence ν

mesurée par l'observateur est égale à : $\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{V}{c}\right)$

• LE REFROIDISSEMENT D'ATOMES PAR LASER

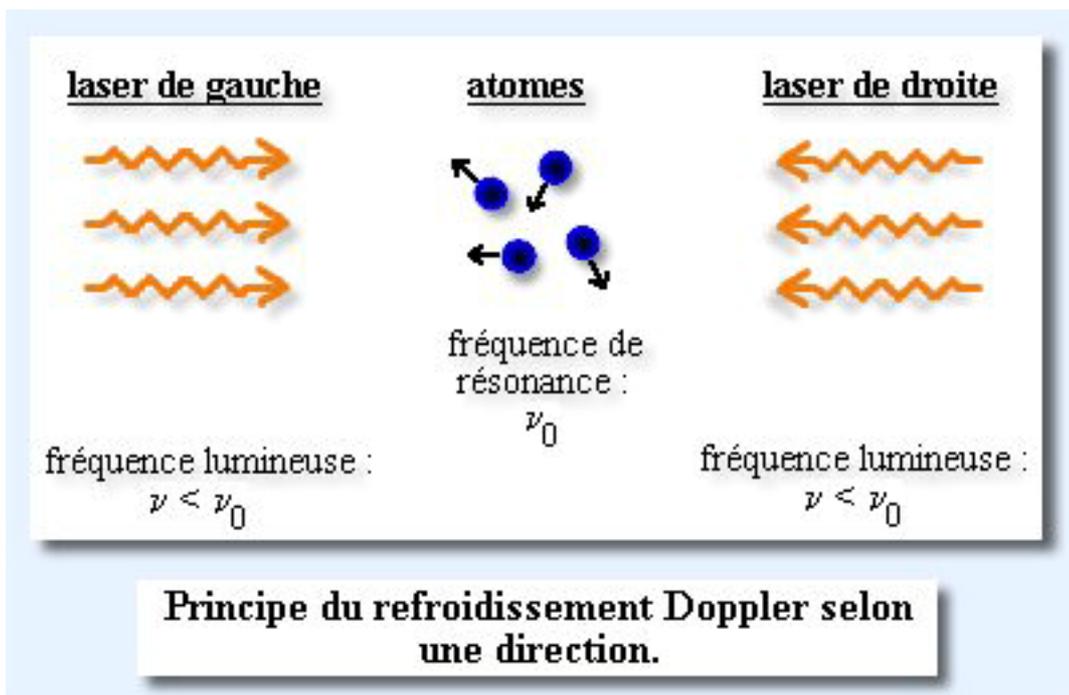
Ralentir des atomes, c'est diminuer leur vitesse moyenne. L'utilisation de la lumière, via sa pression de radiation, permet également de les refroidir, c'est-à-dire de diminuer leur agitation thermique, ce qui revient à diminuer les fluctuations de la vitesse autour de la vitesse

moyenne. De tels refroidissements d'atomes ont commencé à être réalisés vers 1985. L'obtention d'atomes ultrafroids met en jeu plusieurs mécanismes de refroidissement, et les recherches se poursuivent pour en découvrir d'autres. Le plus élémentaire d'entre eux est le refroidissement Doppler.

Le refroidissement Doppler

Il est fondé sur l'effet Doppler. Prenons des atomes dont la fréquence lumineuse de résonance (c'est-à-dire la fréquence des photons qu'ils peuvent absorber et émettre) est notée ν_0 , avec $\nu_0 = \frac{E_b - E_a}{h}$ pour deux niveaux atomiques adéquats (a) et (b). Supposons qu'un tel atome soit soumis à un rayonnement de fréquence ν . Si l'atome se déplace en venant à la rencontre du faisceau lumineux, la fréquence qu'il « percevra » n'est pas ν mais supérieure à ν , par effet Doppler. De manière analogue, s'il se déplace dans le même sens que le faisceau, la fréquence mesurée par l'atome sera inférieure à ν .

D'où le principe du refroidissement Doppler : on soumet un nuage d'atomes à deux faisceaux laser dirigés en opposition, selon l'axe Oz par exemple, en choisissant leur fréquence lumineuse ν légèrement en dessous de la résonance, soit $\nu < \nu_0$. Que se passe-t-il alors ?



Les atomes allant vers la droite ($V_z > 0$) se rapprochent de la situation de résonance avec l'onde laser venant de la droite, et s'éloignent encore plus de la résonance avec l'onde venant de la gauche. Résultat : ces atomes vont absorber préférentiellement des photons venant de droite plutôt que de gauche, donc vont être ralentis. Si les atomes vont vers la gauche ($V_z < 0$), les rôles des deux faisceaux sont échangés, et les atomes sont également freinés. En première approximation, la force selon Oz subie par les atomes est, en valeur algébrique, de la forme $F_z \approx -\alpha V_z$.

Cette force proportionnelle à la vitesse est analogue à une force de friction. En disposant une paire de faisceaux laser pour chacune des trois directions de l'espace, on obtient

ainsi une « *mélasse optique* » qui ralentit les atomes ; leur agitation thermique, en particulier, diminue, et l'on peut de cette manière atteindre des températures de l'ordre de 100 microkelvins (10^{-4} K).

Le refroidissement Sisyphé

En fait, les expériences menées en 1987-1988 ont montré que les températures atteintes pouvaient être encore plus basses que la limite théorique du refroidissement Doppler. En cherchant à comprendre pourquoi, les physiciens ont mis en évidence d'autres mécanismes de refroidissement à l'œuvre. Sans entrer dans les détails, il est possible d'en donner une image simple.

Première idée, celle des « *déplacements lumineux* » : l'expérience comme la théorie montrent que le niveau d'énergie d'un atome soumis à une onde lumineuse dépend de l'intensité, de la polarisation et de la fréquence de l'onde (ces déplacements d'énergie résultent de l'interaction entre le dipôle électrique de l'atome et le champ électromagnétique de l'onde). Dans un champ électromagnétique, l'énergie potentielle (dite *dipolaire*) de l'atome varie donc selon sa position, en général.

Deuxième idée : le niveau d'énergie fondamental, occupé au départ par un atome, n'est d'ordinaire pas unique, mais est constitué de plusieurs sous-niveaux. En présence d'un champ, ces sous-niveaux ont des énergies légèrement différentes. Par conséquent, le paysage d'énergie potentielle dipolaire dépend du sous-niveau dans lequel se trouve l'atome.

Troisième idée : lorsque la lumière a une fréquence proche de la résonance (fréquence correspondant à une transition vers un niveau supérieur), l'atome peut passer de l'un de ces sous-niveaux à un autre par un cycle absorption-émission d'un photon. C'est ce qu'on appelle le *pompage optique*, prédit par Alfred Kastler dès 1949.

Ce qui précède peut être mis à profit pour ralentir l'atome dans un *piège optique*. Dans une *mélasse optique*, l'énergie potentielle dipolaire a une allure de « *tôle ondulée* », car les faisceaux laser opposés interfèrent et créent une onde stationnaire. Autrement dit, l'atome voit une succession périodique de creux et de collines d'énergie potentielle dipolaire. Selon où il se trouve et sa vitesse, l'atome va donc accélérer en se dirigeant vers un creux, ou ralentir en gravissant une colline.

Or ce relief de creux et de collines dépend du sous-niveau dans lequel il se trouve. Supposons que l'atome soit dans un sous-niveau donné et qu'il escalade une colline de potentiel. Son énergie cinétique diminue jusqu'à ce qu'il parvienne au sommet de la colline. Supposons qu'à ce moment, un cycle absorption-émission le fasse passer sur un autre sous-niveau, pour lequel le relief d'énergie potentielle est décalé dans l'espace, de telle façon que l'atome se retrouve dans un creux de ce nouveau potentiel. Résultat : après avoir atteint le sommet d'une colline du premier potentiel, l'atome se voit obligé d'escalader une autre colline, liée au deuxième potentiel. Si le processus se répète, l'atome est ralenti considérablement car il a devant lui à chaque fois une colline à gravir qui lui fait perdre de l'énergie cinétique.

Ce mécanisme de ralentissement ou refroidissement a été dénommé *effet Sisyphé*, par analogie avec la situation du héros de la mythologie grecque condamné à pousser éternellement un rocher vers le sommet d'une montagne, rocher qui retombe dans la vallée aussitôt le sommet atteint. Le refroidissement Sisyphé s'arrête au moment où l'atome n'a plus assez d'énergie pour escalader la colline suivante. L'atome se retrouve ainsi piégé au bas d'une vallée. L'effet Sisyphé permet d'atteindre des températures environ cent fois plus basses que le refroidissement Doppler : de l'ordre du microkelvin (10^{-6} K).

Le refroidissement subrecul

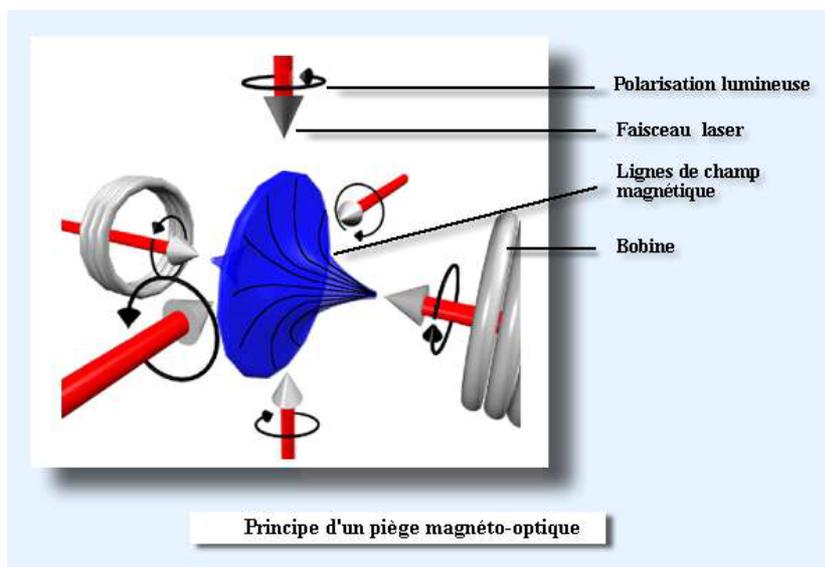
Le refroidissement Sisyphé a nécessairement une limite, due au recul subi par un atome qui absorbe ou émet un photon : la température minimale est limitée par l'agitation correspondant à la vitesse de recul. Il existe cependant un moyen de descendre en dessous de cette limite ; c'est le refroidissement dit *subrecul*, méthode mise au point à partir de 1988 à l'ENS.

Dans cette technique, il ne s'agit pas de contrôler la vitesse des atomes en les faisant absorber ou émettre des photons. Au contraire, il s'agit en quelque sorte de laisser intacts les atomes immobiles. On choisit une fréquence de transition atomique et une configuration de faisceaux laser telles que l'atome cesse d'interagir avec la lumière dès lors que sa vitesse est nulle. Résultat : les atomes immobiles restent immobiles, tandis que d'autres rejoignent cet état en acquérant une vitesse nulle à un instant donné, au hasard de leurs pérégrinations. Le nombre d'atomes immobiles augmente donc petit à petit. En théorie, le refroidissement subrecul permet (après refroidissement préalable par effets Doppler et Sisyphé) d'atteindre une température aussi basse que l'on veut. Mais cela suppose des dispositifs expérimentaux parfaits, ce qui n'est jamais le cas. En pratique, on atteint l'échelle du nanokelvin (10^{-9} K), soit le milliardième de degré au-dessus du zéro absolu.

• LE PIÉGEAGE DES ATOMES

La lumière laser permet, on l'a vu, de ralentir et refroidir des atomes. En fait, il faut aussi réussir à garder les atomes froids suffisamment longtemps au même endroit. Or le ralentissement et le refroidissement, à eux seuls, ne remplissent pas cette fonction. En effet, la force de friction subie par un atome dans une mélasse optique n'est qu'une force moyenne ; à cause de ses fluctuations (dus aux absorptions et émissions successives de photons), chaque atome effectue un mouvement erratique et finit par s'échapper de la mélasse optique au bout de quelques secondes, durée souvent trop courte pour beaucoup d'expériences.

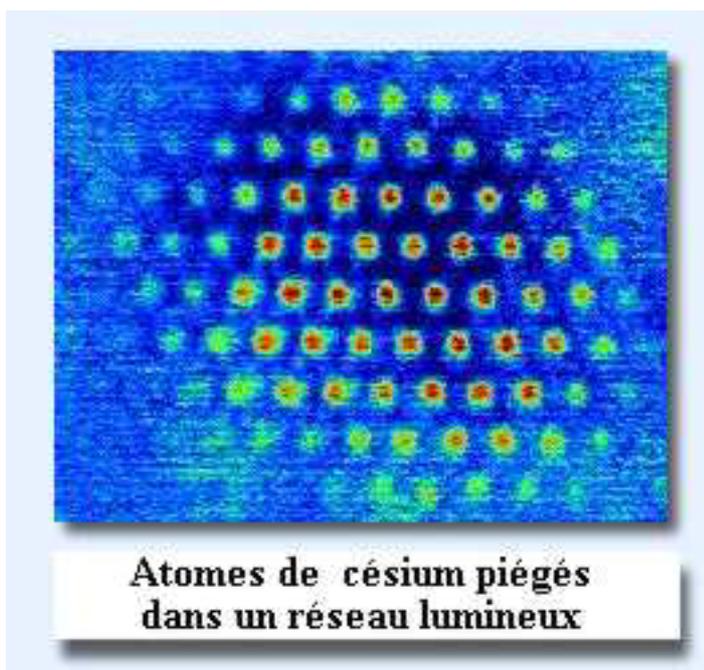
Pour allonger le temps de confinement des atomes, il a donc fallu inventer des méthodes de piégeage. Une idée, proposée en 1986 au Laboratoire Kastler Brossel (E.N.S.), est d'ajouter à la mélasse optique un champ magnétique inhomogène. Un tel champ a pour effet de déplacer les niveaux d'énergie atomiques et, s'il est bien choisi, permet de modifier l'absorption de photons laser par les atomes en fonction de leur position. Plus précisément, on place de part et d'autre du centre de la mélasse deux bobines, parcourues par des courants électriques de sens opposés :



Ces bobines créent un gradient de champ magnétique : le champ est nul au centre de la mélasse, son intensité croît lorsqu'on s'écarte du centre, et les champs en deux points symétriques ont des sens opposés. Pour un atome écarté du centre, un tel champ magnétique fait apparaître un déséquilibre entre les pressions de radiation exercées par les faisceaux laser (ceux-ci étant convenablement polarisés). Il en résulte une force de rappel qui ramène les atomes vers le centre de la mélasse optique. Avec de tels pièges magnéto-optiques, dont le premier a été réalisé en 1987 par une équipe américaine (collaboration MIT-Bell Labs), on arrive à confiner des milliards d'atomes et ce pendant plusieurs minutes.

Une autre méthode de piégeage consiste à utiliser les « déplacements lumineux », c'est-à-dire la modification des niveaux d'énergie atomiques par un champ lumineux (voir le refroidissement Sisyphus plus haut). Un faisceau laser relativement intense est focalisé au centre de l'enceinte à vide, la fréquence lumineuse étant choisie notablement inférieure à la fréquence de résonance atomique. Les déplacements lumineux produits par le laser forment alors un puits de potentiel pour les atomes refroidis, qui viennent s'accumuler au voisinage du foyer lumineux.

Signalons au passage qu'en combinant plusieurs faisceaux laser de piégeage, on peut obtenir, par interférence, une onde lumineuse stationnaire, ce qui correspond à un champ lumineux périodique dans l'espace. On peut ainsi former un réseau de puits de potentiel régulièrement espacés dans lesquels les atomes viennent se ranger, un peu comme des œufs dans des boîtes à œufs.



• LES HORLOGES ATOMIQUES

Quand les atomes sont lents, on peut les observer longtemps, ce qui offre la possibilité de mesurer avec grande précision la fréquence correspondant à une transition entre deux niveaux d'énergie atomiques. Les horloges les plus précises à ce jour sont les horloges atomiques, dont le principe utilise une fréquence associée à une transition atomique. On comprend donc que le refroidissement d'atomes soit intéressant pour mettre au point des horloges encore plus performantes. Ainsi, depuis 1998, l'horloge la plus précise au monde est l'horloge à atomes froids du BNM-LPTF (Bureau national de métrologie, Laboratoire primaire du temps et des fréquences), à l'Observatoire de Paris.

Principe d'une horloge atomique

Les horloges atomiques ont été mises au point dès le milieu des années 1950. Leur précision et leur stabilité sont telles qu'elles constituent aujourd'hui les étalons de temps (ou de fréquence). Depuis la Conférence générale des poids et mesures de 1967, « *la seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133* ». Les deux niveaux en question correspondent aux deux orientations relatives possibles (parallèle ou anti-parallèle) du moment magnétique de l'électron externe et du moment magnétique du noyau.

Comment fonctionne une horloge atomique ? Prenons l'exemple d'une horloge à césium. Un jet d'atomes de césium est produit par un four ; les atomes passent par un dispositif approprié (champ magnétique, par exemple) qui sélectionne les atomes se trouvant dans le premier niveau hyperfin. Ces atomes traversent ensuite une cavité dans laquelle règne un champ micro-onde de fréquence ajustable, fourni par un oscillateur électronique. Notons (a) le premier niveau hyperfin, et (b) le deuxième. Si la fréquence ν du champ est voisine de la

fréquence $\nu_0 = \frac{E_b - E_a}{h}$ correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins, des

atomes absorbent un photon et passent dans le niveau supérieur (b). À la sortie de la cavité, un second tri permet de détecter les atomes ayant subi la transition (l'émission spontanée à partir du niveau (b) est totalement négligeable dans ce domaine de fréquence). Un système d'asservissement ajuste la fréquence ν du champ de façon que le nombre d'atomes ainsi recueillis soit maximal : la fréquence ν est alors égale à ν_0 . Des moyens électroniques permettent ensuite de diviser la fréquence de l'oscillateur et, au bout du compte, de fournir un top toutes les secondes — avec une exactitude relative d'environ 10^{-14} , c'est-à-dire qu'au bout de 3 millions d'années, l'erreur accumulée par l'horloge serait inférieure à une seconde...



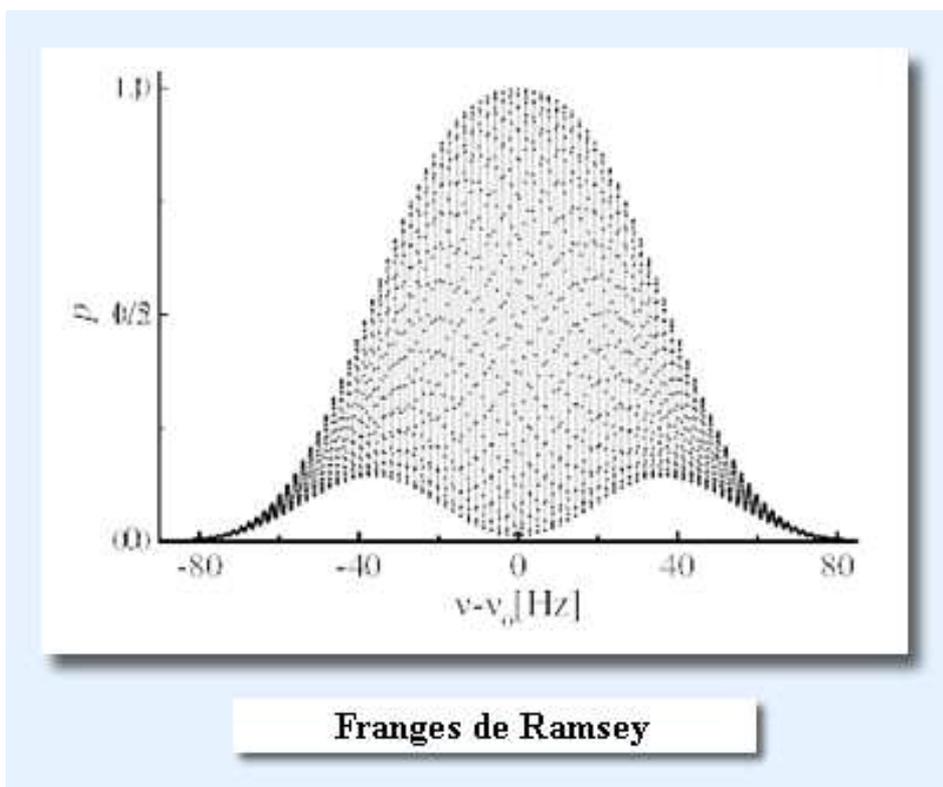
PHARAO: L'horloge à atomes froids pour expériences en micro-gravité

La méthode des franges de Ramsey

On peut démontrer que la raie de résonance, c'est-à-dire le pic de la courbe représentant le nombre d'atomes ayant subi la transition en fonction de la fréquence ν , est de largeur inversement proportionnelle au temps passé par les atomes dans la cavité de l'horloge. Cette largeur de raie est un paramètre crucial pour l'horloge atomique. Pour avoir une raie de résonance très étroite, et donc une détermination très précise de ν_0 , on pourrait songer à allonger la cavité. Mais il est très difficile de réaliser une longue cavité, par exemple de un mètre, de qualité suffisante.

En 1949, le physicien américain Norman F. Ramsey a inventé une méthode performante pour obtenir une raie de résonance très étroite, ce qui lui a valu le prix Nobel en 1989. Il a découvert que plutôt que de faire passer les atomes dans une longue cavité, il revient au même de leur faire traverser deux cavités espacées d'une certaine distance ; ce qui importe alors est le temps de vol entre les deux cavités. Dans une telle situation, le nombre d'atomes détectés oscille (d'où le terme de « franges de Ramsey ») lorsque la fréquence ν de l'oscillateur balaye le voisinage de la fréquence de résonance ν_0 , la largeur de chaque frange étant inversement proportionnelle au temps de vol entre les deux cavités.

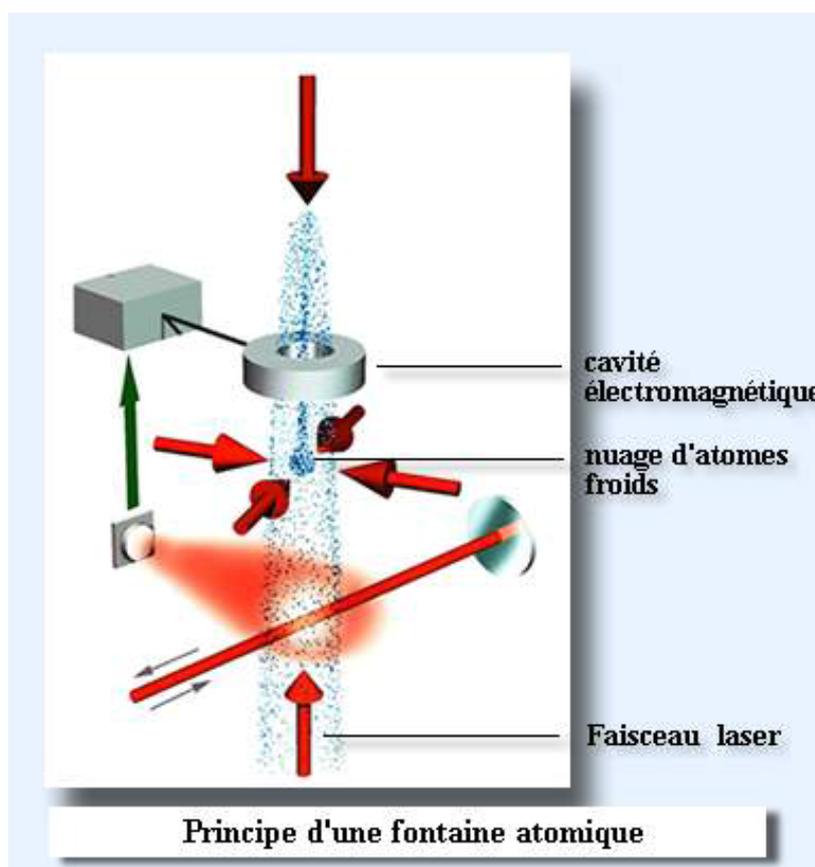
En espaçant donc suffisamment les deux cavités, on a un moyen de cerner ν_0 avec une grande précision. Avec deux cavités micro-onde espacées de un mètre et un jet atomique de vitesse $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, la largeur du pic de résonance est ainsi de l'ordre de 100 Hz.



La fontaine atomique

La largeur du pic de résonance pourrait être réduite en allongeant la distance entre les deux cavités dans la méthode des franges de Ramsey. Mais cela donnerait des dispositifs encore plus encombrants.

Une manière astucieuse d'allonger le temps de vol des atomes entre les deux passages par une cavité micro-onde est le dispositif appelé fontaine atomique. L'idée a été proposée dès 1954 (par l'Américain J. R. Zacharias), mais elle n'a pu être réalisée qu'en 1989, grâce aux atomes froids. Une fontaine atomique consiste tout d'abord à piéger et refroidir un nuage d'atomes au moyen d'une mélasse optique, ou d'un piège magnéto-optique. Ensuite, en modifiant légèrement la fréquence des deux lasers verticaux, on propulse le nuage atomique vers le haut avec une vitesse initiale de 3 à 5 m/s environ. Les atomes passent dans une cavité micro-onde, poursuivent leur mouvement en ralentissant sous l'effet de la pesanteur, rebroussement chemin et, en retombant, traversent une deuxième fois la cavité. Il faut ici des atomes refroidis à quelques microkelvins (soit une dispersion statistique des vitesses de l'ordre du cm/s), de façon que le nuage d'atomes ne s'éparpille pas trop vite sous l'effet de l'agitation thermique.



Avec une fontaine haute de un mètre, le temps qui sépare les deux passages par la cavité est de l'ordre de la seconde, ce qui est cent fois plus qu'avec un jet atomique conventionnel. C'est pourquoi plusieurs dizaines de laboratoires de métrologie dans le monde développent des horloges atomiques à fontaine. L'ENS a ainsi collaboré depuis 1989 avec le BNM-LPTF, à l'Observatoire de Paris, pour développer ces horloges à fontaine atomique. Celle du BNM-LPTF, mise au point dès 1994, utilise des atomes de césium et son exactitude relative est aujourd'hui de $1,4 \times 10^{-15}$ (erreur d'environ une seconde tous les vingt millions d'années !).

Des horloges à atomes froids dans l'espace

Dans une fontaine atomique, le temps qui sépare les deux interactions avec la cavité micro-onde est limité par l'accélération de la pesanteur. D'où l'idée de faire fonctionner des horloges à atomes froids en situation de microgravité, à bord de satellites en particulier. Des expériences de refroidissement ont été conduites en 1992 par les physiciens de l'ENS en collaboration avec le CNES (Centre national d'études spatiales), lors d'une série de vols paraboliques en Caravelle permettant d'obtenir des séquences d'une vingtaine de secondes en gravité réduite. Une deuxième campagne, menée par l'ENS, le BNM-LPTF et le Laboratoire de l'horloge atomique du CNRS, a eu lieu en 1997 avec l'Airbus zéro G du CNES ; cette deuxième série d'essais a consisté à faire fonctionner un prototype complet d'horloge à atomes froids en apesanteur. Cette démonstration représente un pas important vers la réalisation d'horloges à atomes froids embarquées sur satellite, qui seraient dix fois plus précises que les meilleures horloges terrestres. C'est l'objet du projet PHARAO (Projet d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbite), soutenu par le CNES, et qui a été sélectionné par l'ESA (Agence spatiale européenne) pour voler sur la station spatiale internationale fin 2004.

Les applications des horloges atomiques

Les horloges atomiques servent tout d'abord à établir une échelle de temps mondiale, le « temps atomique international » (TAI). Pour cela, on centralise au Bureau international des poids et mesures, à Sèvres, en France, les données fournies par près de deux cents horloges atomiques de par le monde. C'est leur moyenne pondérée qui constitue le TAI ; chaque laboratoire reçoit alors l'écart mesuré entre le temps indiqué par son horloge et le TAI, ce qui permet d'effectuer des corrections.

Les systèmes de navigation tels que le GPS (Global Positioning System) américain ou le GLONASS (Global Navigation Satellite System) russe font également appel à des horloges atomiques. Le GPS, par exemple, utilise un réseau de satellites et permet à un navigateur ou à un randonneur de déterminer sa position à quelques dizaines de mètres près. Chaque satellite envoie des signaux radio contenant des informations sur sa position et l'instant d'émission, données fournies de façon très précise grâce à l'horloge atomique embarquée. Le calcul de la position du récepteur peut alors s'effectuer par triangulation en déterminant les distances séparant le récepteur de trois au moins des satellites (la distance est le produit de la vitesse de la lumière par le temps mis par les signaux pour parvenir au navigateur).

Citons pour finir trois autres applications des horloges atomiques : la synchronisation des réseaux de télécommunications à haut débit (à l'échelle de 10 gigabits par seconde), la télécommande de sondes spatiales lointaines, et les tests expérimentaux de la théorie de la relativité restreinte ou générale d'Einstein.

• LES INTERFÉRENCES ATOMIQUES

La longueur d'onde de Louis de Broglie

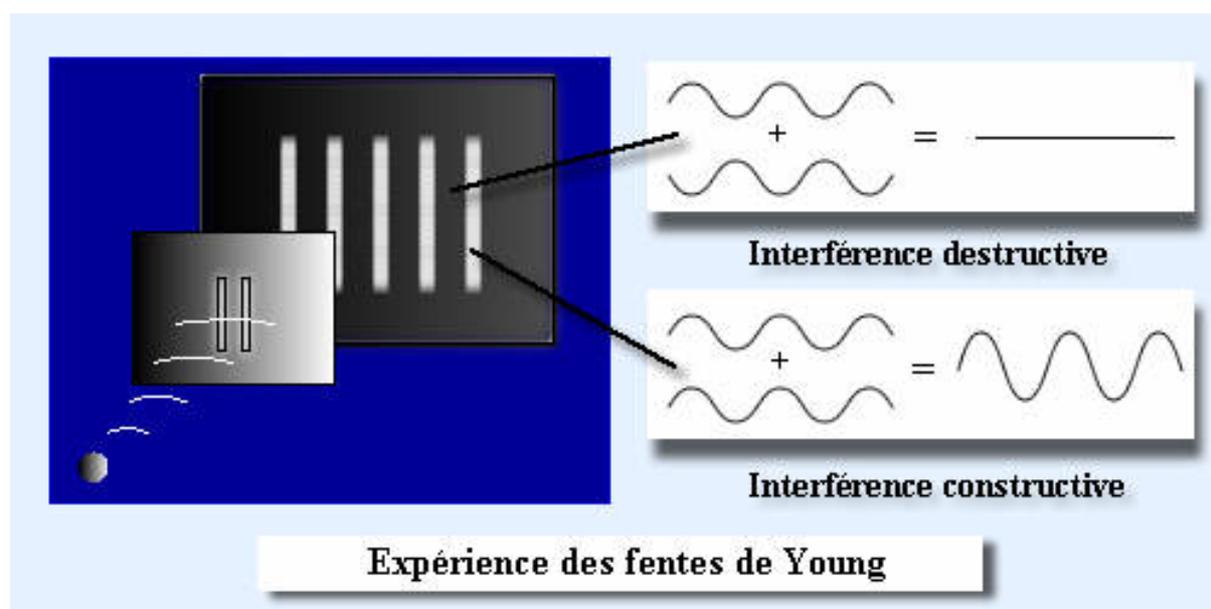
En 1923, le physicien français Louis de Broglie, l'un des pionniers de la mécanique quantique, a formulé l'hypothèse suivante : à toute particule animée d'une quantité de mouvement p est associée une longueur d'onde $\lambda = \frac{h}{p}$, où h est la constante de Planck.

Autrement dit, tout corpuscule matériel possède des propriétés ondulatoires caractérisées par une longueur d'onde λ inversement proportionnelle à sa masse M et à sa vitesse V (car

$p = MV$ pour les vitesses V petites par rapport à la vitesse de la lumière). Cette hypothèse généralisait aux particules dotées d'une masse la « dualité onde-corpuscule » que l'on constatait pour les photons, ceux-ci étant caractérisés à la fois par une longueur d'onde et par des valeurs bien déterminées de la quantité de mouvement et de l'énergie.

L'interférence, phénomène ondulatoire par excellence

Qui dit onde dit aussi phénomènes d'interférence, puisqu'en superposant deux ondes identiques mais déphasées, on peut obtenir un renforcement de l'amplitude totale ou au contraire sa diminution, voire son annulation, suivant la valeur du déphasage. Considérons par exemple la célèbre expérience dite des fentes de Young : une source lumineuse monochromatique, c'est-à-dire émettant à une fréquence bien définie, éclaire une plaque percée de deux fentes parallèles. L'onde initiale, en passant par les fentes, se dédouble en deux ondes. Un écran de détection placé plus loin enregistre l'intensité lumineuse : le résultat est une alternance de bandes sombres et brillantes. Ces « franges d'interférence » résultent de la superposition des deux ondes provenant des fentes, ondes qui ne suivent pas le même chemin pour arriver à un même point de l'écran et sont donc généralement déphasées : la variation du déphasage d'un point à l'autre sur l'écran se traduit alors par une variation spatiale de l'intensité enregistrée.



Les phénomènes d'interférence sont l'une des principales manifestations des propriétés ondulatoires. Il en est de même des phénomènes de diffraction, qui peuvent d'ailleurs être considérés comme le résultat d'un grand nombre d'interférences. C'est la diffraction des électrons par un cristal qui a permis, en 1927, de confirmer l'hypothèse de De Broglie pour ce qui concerne les électrons (expérience de Davisson-Germer). Depuis, les interférences d'ondes de matière ont été observées pour d'autres types de particules (neutrons lents en particulier). Mais pour les atomes à température ambiante, c'est plus difficile. Les longueurs d'onde correspondantes sont très faibles : par exemple, la longueur d'onde d'un atome d'hélium se déplaçant à une vitesse de l'ordre de 1 000 m/s (typique pour un gaz à température ambiante) vaut environ 0,1 nanomètre (10^{-10} m). Et plus l'atome est lourd, plus la longueur d'onde est petite. Or l'espacement des franges d'interférences est proportionnel à

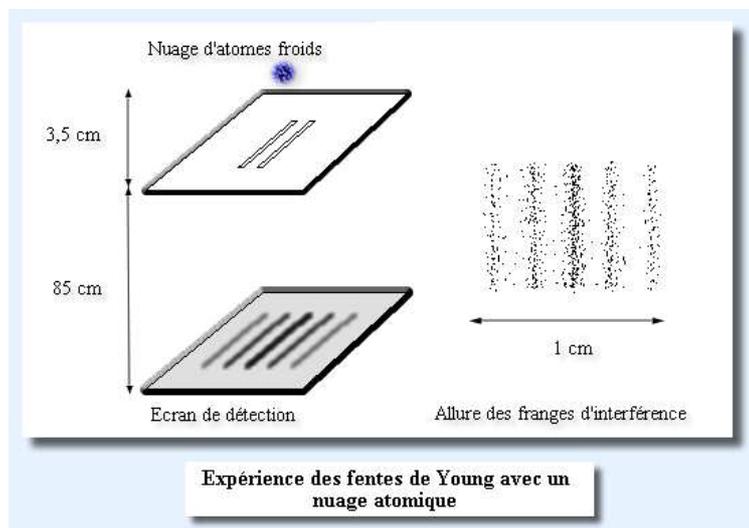
la longueur d'onde, d'où la difficulté d'observer des interférences avec des atomes : l'interfrange est en général trop petit.

Des interférences atomiques grâce aux microstructures diffractives et aux techniques de manipulation par laser

Pourtant, dès le début des années 1990, les physiciens sont parvenus à réaliser et mesurer des interférences avec des atomes, à l'instar des interférences lumineuses depuis longtemps familières. Et ce grâce à deux techniques, que l'on peut d'ailleurs panacher. L'une consiste à agir sur un jet d'atomes en le faisant passer par des structures diffractives (un réseau de minuscules fentes par exemple). Avec les progrès des techniques de microfabrication, on sait aujourd'hui obtenir des structures régulières dont la périodicité spatiale descend jusqu'à quelques dizaines de nanomètres ; à cette échelle, qui s'approche de l'ordre de grandeur des longueurs d'onde atomiques, les effets ondulatoires deviennent mesurables. Ainsi, avec des structures diffractives, on peut faire avec les atomes des expériences du type des franges de Young : dédoubler une onde atomique, faire suivre à chacune des deux ondes résultantes un trajet différent, et enregistrer le résultat de leur superposition sur un écran de détection.

Deuxième technique permettant de réaliser des interférences atomiques : les interactions avec la lumière laser. Une interaction appropriée avec un photon peut par exemple faire passer un atome de son état quantique initial à une superposition de deux états quantiques différents, ce qui signifie que l'onde atomique initiale se voit dédoublée en deux ondes de caractéristiques différentes. Une interaction ultérieure avec la lumière peut faire l'inverse, c'est-à-dire recombinaison des deux ondes ; on obtient alors des interférences.

Comme on l'a vu, les techniques laser permettent aussi de ralentir et refroidir des atomes. Or quand la vitesse d'un atome diminue, sa longueur d'onde augmente. Et plus celle-ci est grande, plus les effets ondulatoires sont faciles à mettre en évidence. Par exemple, une expérience d'interférences atomiques réalisée par une équipe japonaise en 1992 a consisté à immobiliser et refroidir avec une mélasse optique une assemblée d'atomes de néon, puis à laisser tomber en chute libre ce nuage d'atomes au-dessus d'une plaque percée de deux fentes microscopiques. Comme avec les ondes lumineuses, chaque onde atomique se dédouble à son passage par les deux fentes, et la superposition de ces deux ondes produit des franges d'interférence sur un écran de détection placé un peu plus bas. La vitesse des atomes à ce niveau est de l'ordre de 2 m/s seulement, d'où une longueur d'onde de De Broglie valant environ 15 nanomètres ; avec une distance fentes-écran égale à 85 cm et des fentes écartées de 6 microns, l'interfrange vaut environ 2 mm, ce qui est aisément observable.



Expérience d'interférences atomiques réalisée en 1992 par une équipe japonaise de l'université de Tokyo:

Les atomes, immobilisés et refroidis, sont lâchés au-dessus des fentes ; ils tombent jusqu'à l'écran de détection, où chaque point noir correspond à l'impact d'un atome. La densité des impacts dessine une alternance de bandes sombres et claires : les franges d'interférence. La densité en un point de l'écran est proportionnelle à la probabilité qu'a un atome de se retrouver en ce point. Cette probabilité est elle-même proportionnelle au module carré $|A_1 + A_2|^2$ de la somme des amplitudes A_1 et A_2 des deux ondes atomiques évaluées en ce point.

Des interférences atomiques, pour quoi faire ?

Dans un interféromètre lumineux, les ondes voyagent... à la vitesse de la lumière, c'est-à-dire très vite ! Avec des atomes, c'est différent : les ondes atomiques, beaucoup plus lentes, passent un temps relativement long dans l'interféromètre. Il s'ensuit une grande sensibilité des dispositifs à interférences atomiques, sensibilité vis-à-vis des éventuelles interactions auxquelles les atomes sont soumis. Cette sensibilité peut être mise à profit pour des mesures très précises, par exemple de l'accélération de la pesanteur (applications possibles à la prospection minière ou pétrolière...), de la masse d'un atome (pour des tests de certaines lois fondamentales de la physique), de la rotation subie par l'interféromètre (qui devient alors un gyromètre), etc. Autre avantage des ondes atomiques, par rapport aux ondes lumineuses : on peut accéder à une gamme de longueurs d'onde plus étendue, allant grosso modo du micron au nanomètre, alors que les longueurs d'onde lumineuses tournent seulement autour du micron. Par ailleurs, les interférences atomiques sont exploitées pour faire de l'holographie avec des atomes. Par exemple, en constituant une figure d'interférence, on fabrique du même coup une microstructure, ce qui ouvre la voie à des techniques microlithographiques encore plus fines que celles existant actuellement (pour les besoins de la microélectronique en particulier).

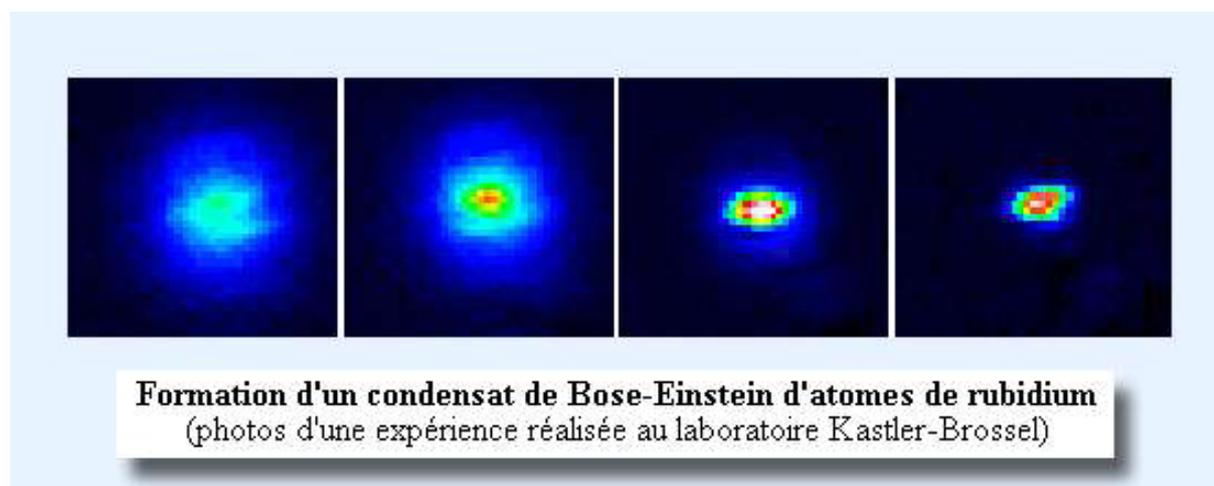
• LA CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN

Vers 1925, Albert Einstein, en approfondissant une idée du physicien indien Satyendranath Bose, avait prédit que dans un gaz d'atomes identiques et sans interactions mutuelles, un étonnant phénomène devait se produire à basse température si la densité est suffisamment grande. D'après Einstein, si la longueur d'onde de De Broglie des atomes devenait du même ordre que les distances interatomiques (cette longueur d'onde est généralement beaucoup plus petite), alors une fraction importante des atomes devrait s'accumuler dans l'état fondamental de l'enceinte qui contient les atomes, c'est-à-dire dans le même état quantique d'énergie minimale. Cette « condensation » ne concerne pas n'importe quelles particules, mais uniquement les *bosons*, c'est-à-dire les particules dont le spin — le moment cinétique intrinsèque — est un multiple entier de la constante de Planck réduite \hbar . Les autres particules, les *fermions*, dont le spin est *demi-entier*, ne peuvent subir la « condensation de Bose-Einstein » : un principe fondamental de la physique quantique, le « principe d'exclusion de Pauli », interdit à deux fermions identiques d'occuper le même état.

L'idée de la condensation de Bose-Einstein resta longtemps dans les tiroirs. La prédiction d'Einstein ne fut reconsidérée que vers 1937, avec la découverte de la superfluidité de l'hélium à très basse température. Fritz London proposa l'existence d'un lien entre ce phénomène et la condensation de Bose-Einstein, ce qui est le point de départ des théories

actuelles sur la *superfluidité*. Mais il y a des différences importantes. Ainsi, dans le cas de l'hélium superfluide, la proportion d'atomes condensés dans l'état fondamental est faible (de l'ordre de 10 % au plus, même à une température arbitrairement basse), en raison des interactions entre les atomes qui jouent ici un rôle essentiel. Une situation à certains égards plus proche d'un condensat de Bose-Einstein est celle de la lumière laser : dans un faisceau laser, tous les photons se trouvent dans le même état quantique (même énergie, même direction, même fréquence, même phase, etc.), et c'est ce qui confère à la lumière laser ses propriétés si particulières.

Le sujet a connu un regain d'intérêt avec l'avènement des techniques de piégeage et de refroidissement d'atomes par laser. Grâce aux très basses températures (et donc aux grandes longueurs d'onde de De Broglie) atteintes, les chercheurs avaient bon espoir d'obtenir enfin la condensation de Bose-Einstein; cela pour des densités suffisamment basses pour que les interactions mutuelles entre atomes ne masquent pas l'effet de condensation. Effectivement, en 1995, une équipe américaine du Colorado, dirigée par Eric Cornell et Carl Wieman, est parvenue à obtenir pendant quelques secondes un *condensat de Bose-Einstein* ; il était constitué de quelques milliers d'atomes de rubidium prérefroidis par laser, puis refroidis plus avant par « évaporation » dans un piège magnétique.



Des expériences du même type ont été réalisées depuis par de nombreuses équipes de physiciens, et la condensation de Bose-Einstein a été également observée avec des atomes de sodium (équipe du MIT), de lithium (équipe de Houston), d'hydrogène (équipe du MIT).

Ce nouvel état de la matière que représentent les condensats atomiques offre plusieurs voies à explorer. L'une d'elles est évidemment l'étude des propriétés physiques (par exemple l'équivalent de la superfluidité observée dans l'hélium liquide) des condensats. Une autre est la réalisation de lasers à atomes, c'est-à-dire d'instruments capables de délivrer un faisceau d'atomes se trouvant tous dans le même état, à l'instar des photons d'un rayon laser. Cela rendrait de grands services à l'optique et l'interférométrie atomiques, à la chimie (étude de réactions entre deux faisceaux atomiques dans des conditions très bien définies et contrôlées, condensats de molécules, etc.). Plusieurs équipes de physiciens sont parvenues, dès 1997, à produire un effet laser avec des atomes, le principe étant de former d'abord un condensat puis d'extraire par un moyen adéquat une partie des atomes condensés. Mais beaucoup de chemin reste à parcourir avant d'arriver à des flux atomiques d'intensité et de durée appréciables...

• **POUR EN SAVOIR UN PEU (...OU BEAUCOUP) PLUS**

un peu... (articles de vulgarisation)

* « Des atomes tout près du zéro absolu », par Claude Cohen-Tannoudji, *Science & Vie Hors-Série* n° 192, septembre 1995, pp. 126-134.

« *Le refroidissement des atomes par laser* » par Alain Aspect et Jean Dalibard, *La Recherche*, janvier 1994, pp. 30-37.

« *La condensation de Bose-Einstein* » par Eric Cornell et Carl Wieman, *Pour la Science*, mai 1998, pp. 92-97.

« *Les atomes piégés par le froid* » par Jean Dalibard, *Science & Vie Hors-Série* n° 161, décembre 1987, pp. 80-87.

« *Une fontaine atomique* » par Maurice Mashaal, *La Recherche*, février 1990, pp. 238-239.

« *L'optique atomique* » par Olivier Carnal et Jürgen Mlynek, *La Recherche*, octobre 1992, pp. 1134-1142.

« Immobiliser les atomes à coup de lumière laser » par Jean Dalibard, *La Recherche*, juillet-août 1985, pp. 934-935.

Beaucoup... (articles d'un niveau plus élevé)

« *Atomes refroidis par laser : vers le microkelvin* », par Alain Aspect et Christophe Salomon, dans *Images de la physique* 1990 (édité par le CNRS), pp. 74-80.

« *Le refroidissement laser subrecul : fonctions d'onde stochastiques et vols de Lévy* », par François Bardou et Yvan Castin, dans *Images de la physique* 1998 (édité par le CNRS), pp. 7-14.

« *Refroidissement d'atomes par laser et optique atomique* », par Yvan Castin, dans *Les lasers et leurs applications scientifiques et médicales* (éds. C. Fabre et J. P. Pocholle), Les Éditions de Physique, 1996.

« *Atomic motion in laser light* », par Claude Cohen-Tannoudji, dans *Systèmes fondamentaux en optique quantique*, Ecole d'été Les Houches, session LIII, 1990 (éds. J. Dalibard et al.), Elsevier, 1992.

« *Atom lasers* » par K. Helmerson, D. Hutchinson, K. Burnett and W. D. Phillips, *Physics World*, Août 1999, p. 31.

« *Bose condensates make quantum leaps and bounds* » par Y. Castin, R. Dum and A. Sinatra, *Physics World*, Août 1999, p. 37.

La condensation de Bose-Einstein en phase gazeuse

Depuis quelques années, on dispose en laboratoire de gaz ultra-froids dont les propriétés sont très éloignées de l'intuition habituelle. La majeure partie des atomes de ces gaz occupe un seul état quantique, confirmant ainsi une prédiction faite par Einstein il y a presque 80 ans. La découverte de ces condensats atomiques a permis de valider les théories développées il y a plusieurs dizaines d'années pour décrire le comportement superfluide de l'hélium liquide. Elle ouvre également la voie à la réalisation de sources atomiques cohérentes, qui sont l'équivalent, pour des ondes de matière, des sources maser et laser pour les ondes électromagnétiques.

La prédiction d'Einstein

En 1924, A. Einstein reçut un projet d'article écrit par un jeune physicien bengali, Satyendra Nath Bose, qui démontrait la loi de Planck pour le rayonnement du corps noir en traitant les photons comme un gaz de particules identiques. Fort intéressé, Einstein traduisit le manuscrit en allemand et veilla à sa publication, puis généralisa cette idée à un gaz de particules matérielles. Dans un second articles publié en 1925, Einstein démontra une propriété extraordinaire de ce système de particules matérielles : si sa densité spatiale n est plus grande que la valeur critique donnée par :

$$n_c \approx \frac{0,166}{\hbar^3} (mk_B T)^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

où k_B et \hbar sont les constantes de Boltzmann et de Planck, et m la masse des particules, alors une fraction macroscopique des atomes se « condense » dans l'état d'énergie le plus bas, c'est-à-dire l'état d'impulsion nulle pour une enceinte de confinement arbitrairement grande. Une formulation équivalente revient à comparer la distance moyenne entre particules, $d = n^{-\frac{1}{3}}$, à la longueur d'onde de de Broglie thermique $\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}$: quand d est grand devant λ , le comportement du gaz est voisin de celui prédit par la théorie classique des gaz.

En revanche, quand le rapport $\frac{\lambda}{d}$ croît et devient de l'ordre de l'unité, le phénomène de condensation se produit. Ainsi, quand $\lambda = 2d$, Einstein prédit que les deux tiers des particules du gaz devaient occuper l'état quantique fondamental. « *C'est une belle théorie, mais contient-elle une vérité ?* ». C'est par ces mots qu'Einstein lui-même décrira son résultat dans une lettre à Paul Ehrenfest, avant de se détourner définitivement du phénomène de condensation. Cette défiance demeura générale pendant les années qui suivirent. Il fallut attendre 1937, avec la découverte de la superfluidité de l'hélium liquide, pour que la prédiction d'Einstein soit reconsidérée avec intérêt. London remarqua que la température de la transition superfluide, $T_\lambda = 2,2\text{K}$, est étonnamment proche de la température de condensation de Bose-Einstein d'un gaz parfait de même densité que l'hélium liquide, $T_c = 3,2\text{K}$ et il eut l'intuition que les deux phénomènes devaient être liés.

Cette remarque de London est à la base des modèles théoriques modernes de l'hélium liquide : l'hélium est un ensemble de particules de spin entier (en l'occurrence 0) et il est légitime de lui appliquer les principes de la statistique découverte par Bose et Einstein.

Néanmoins, on sait aussi que le rapport entre condensation de Bose-Einstein et superfluidité n'est pas immédiat. La superfluidité trouve son origine dans l'interaction entre particules, alors que le modèle d'Einstein - ce n'est pas son aspect le moins surprenant - traite d'un gaz parfait. Plus quantitativement, les expériences de diffusion de neutrons révèlent que le condensat dans l'hélium liquide ne contient pas plus de 10% des atomes, même à température nulle, alors qu'il devrait pouvoir accueillir la totalité des atomes pour un gaz parfait. L'hélium liquide est cependant resté depuis les travaux de London l'exemple type de condensat de Bose-Einstein, que l'on retrouve dans tous les manuels de physique statistique.

Les condensats gazeux

La recherche de systèmes plus proches du modèle initial d'Einstein est devenue très active au cours des vingt dernières années. Le développement des techniques de piégeage et de refroidissement d'atomes par des faisceaux lumineux ou des champs magnétiques statiques a permis de faire sauter les verrous qui avaient auparavant bloqué cette recherche. En 1995, à Boulder, la découverte par le groupe de E. Cornell et C. Wieman (prix Nobel de physique 2001) d'un condensat de rubidium, suivie de peu par son analogue pour le lithium, le sodium et l'hydrogène, est venue couronner ces efforts.

Quels sont les outils nécessaires pour un tel succès ? On souhaite travailler avec un gaz très dilué et pas un liquide, comme c'est le cas pour l'hélium. Le prix à payer se lit immédiatement sur l'équation (1) : quand on diminue la densité spatiale du système en jeu, la température de transition s'abaisse également. Ces nouveaux condensats atomiques se forment pour une densité voisine de 10^{19} atomes. m^{-3} (au lieu de 10^{27} atomes. m^{-3} pour l'hélium liquide) et la température de condensation est dans le domaine du micro-kelvin, ou en deçà.

Cette contrainte en température vient imposer un point commun à toutes ces expériences : le confinement du gaz atomique ne peut pas se faire par des parois matérielles, car la totalité des atomes se collerait immédiatement aux parois pour ne plus en bouger. Le gaz est piégé grâce à un champ magnétique inhomogène, qui le maintient en lévitation au centre d'une enceinte ou règne un vide très poussé (10^{-9} Pa). Chaque atome porte un moment magnétique $\vec{\mu}$, qui se couple au champ magnétique local pour donner naissance à l'énergie d'interaction $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$. Cette énergie joue le rôle d'une énergie potentielle pour le mouvement du centre de masse de l'atome, et la force magnétique qui en résulte permet de confiner l'atome.

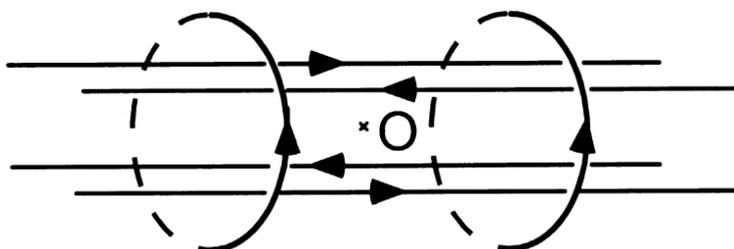


Figure 1 : Un exemple de piège couramment utilisé (piège de Ioffé-Pritchard) est constitué par quatre fils parallèles, parcourus par des courants deux à deux opposés, qui assurent le confinement transverse des atomes. Le confinement longitudinal provient des deux bobines circulaires, parcourues par un même courant. La distance entre ces deux bobines doit être supérieure à leur rayon, pour que le module du champ magnétique présente un minimum en O. Expérimentalement, le champ magnétique en O est de l'ordre de 10^{-4} Teslas.

Considérons par exemple un atome au voisinage d'un point O où l'amplitude $|\vec{B}(\vec{r})|$ du champ magnétique est minimale (figure 1). Si le moment magnétique de l'atome a une direction opposée à celle du champ magnétique local, l'énergie magnétique s'écrit

$$E(\vec{r}) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r}) = |\vec{\mu}| |\vec{B}(\vec{r})|$$

Cette énergie potentielle est elle-même minimale en O et l'atome va effectuer des oscillations stables autour de ce point. Dans les conditions usuelles de fonctionnement des pièges magnétiques, ces oscillations se font à une fréquence de l'ordre de la centaine de hertz et l'approximation qui consiste à supposer que $\vec{\mu}$ et \vec{B} restent en permanence anti-parallèles est très bien vérifiée.

On pourrait également songer à travailler au voisinage d'un point où l'amplitude du champ magnétique est maximale et piéger les atomes dont le moment magnétique est parallèle au champ. Mais les équations de la magnétostatique interdisent l'existence d'un tel maximum, à moins de se placer à l'intérieur d'un aimant ou à la surface d'un fil parcouru par un courant. Une telle solution étant incompatible avec la stabilité du condensat gazeux recherché, on se limite aux pièges centrés sur un minimum de champ magnétique.

Comment mettre des atomes dans un piège magnétique ? On prépare un nuage atomique le plus froid possible au voisinage de O et on branche rapidement le courant dans les bobines créant le champ magnétique piégeant. Les moments magnétiques des atomes sont simultanément orientés dans la direction opposée à celle du champ grâce à un faisceau lumineux. Ce faisceau lumineux assure le *pompage optique* du gaz, selon une technique mise au point par Alfred Kastler et Jean Brossel entre 1950 et 1960. Les atomes dont l'énergie cinétique est inférieure à la profondeur du puits sont capturés. On peut ainsi garder pendant plusieurs minutes une assemblée d'atomes, la seule limitation étant le gaz résiduel de l'enceinte à vide dans laquelle se déroule l'expérience : si une molécule du gaz résiduel tape dans un atome piégé, celui-ci recule et s'échappe du piège.

La présence du piège ne change pas de manière significative le critère de condensation donné par l'équation (1), pourvu que n_c désigne la densité au centre du piège et que le nombre d'atomes présents dans le piège au seuil de condensation soit grand. En pratique ce nombre est de l'ordre du million et la prédiction d'Einstein peut donc s'appliquer sans problème.

Le refroidissement initial du nuage atomique se fait en général grâce à des lasers auxiliaires, ce qui permet d'atteindre des températures inférieures à la centaine de microkelvins. Le principe du refroidissement consiste à tirer parti des échanges d'impulsion entre lumière et atomes pour diminuer l'agitation thermique du gaz. Il permet de se rapprocher notablement de la condition de condensation de Bose-Einstein, faisant passer le rapport $\frac{\lambda}{d}$ de 10^{-6} (pour la vapeur atomique initiale) à 10^{-2} (pour un « piège magnéto-optique »). Jusqu'à maintenant, il n'a pas été possible d'atteindre le seuil de condensation $\frac{\lambda}{d} \sim 1$ en utilisant uniquement le refroidissement laser. En effet, à basse température et à haute intensité, un effet néfaste de la lumière se manifeste : elle favorise la formation de molécules à partir des atomes que l'on cherche à condenser, ce qui crée des pertes trop importantes pour atteindre le seuil de condensation.

Le refroidissement évaporatif

Une fois le piège magnétique branché, il s'agit d'amener le gaz vers la condensation, sans utiliser de moyens autres que ceux directement liés au piège lui-même. Une première

idée pourrait être d'accroître le courant dans les bobines créant le champ, ce qui crée un potentiel confinant plus raide et donc une densité centrale plus élevée. Malheureusement, dans cette opération, la température augmente aussi et le rapport $\frac{\lambda}{d}$ ne change pas. Le succès des

expériences récentes est venu d'une technique très ancienne, et connue de tous les enfants ayant dû avaler une assiette de soupe trop chaude : pour la refroidir, on souffle dessus. Ce refroidissement n'est pas dû à la différence de température entre le liquide et le gaz soufflé, mais à l'évaporation de la soupe qui est favorisée par la ventilation provoquée par l'enfant. Arracher une molécule du liquide coûte de l'énergie, qui est prélevée sur le liquide restant. On procède de la même façon pour les atomes piégés, en tronquant la profondeur du potentiel confinant les atomes à une hauteur légèrement supérieure à l'énergie cinétique moyenne des atomes piégés. Ainsi les atomes les plus rapides s'échappent du piège et les atomes restants se thermalisent à une température inférieure à la température initiale. On peut montrer que la densité au centre du piège est augmentée lors de cette évaporation. Par conséquent, en la poursuivant assez longtemps, on doit réussir à atteindre le seuil de condensation.

Contrairement à la cuillère de soupe, dont le volume n'est que très faiblement diminué par l'évaporation, il faut sacrifier beaucoup d'atomes pour atteindre notre but. Puisque le rapport $\frac{\lambda}{d}$ ne vaut que 10^{-2} à l'issue du chargement du piège, on doit gagner plusieurs ordres de grandeur sur la température et sur la densité spatiale du gaz. Cette évaporation se pratique en maintenant constant le taux de collision élastique entre atomes. Ainsi le processus de rethermalisation des particules restant dans le piège se produit de manière efficace. Le taux de collision est proportionnel à la densité spatiale et à la vitesse thermique des atomes, soit $\frac{1}{\lambda d^3}$.

Un calcul simple prouve alors qu'il faut augmenter λ d'un facteur 30 et diminuer d d'un facteur 3 pour gagner les deux ordres de grandeur nécessaires sur le rapport $\frac{\lambda}{d}$. Comme le potentiel de piégeage est harmonique, on peut montrer que le nombre d'atomes présents est proportionnel à $(\lambda d)^{-3}$. Ce nombre doit donc être divisé par 1000 lors de l'évaporation ! En pratique, on part d'environ un milliard d'atomes dans le piège magnétique, pour finir avec un million seulement. C'est à ce prix qu'un condensat de Bose-Einstein peut se former au centre du piège.

Pour modifier à volonté la hauteur du puits de potentiel magnétique confinant les atomes, on utilise une onde radio de pulsation ω ajustable. Cette onde fait basculer les moments magnétiques résonnants avec elle, c'est-à-dire ceux situés sur une surface de champ magnétique donné, tel que $\mu B = \hbar\omega$, où μ est le moment magnétique d'un atome. La valeur initiale de ω est grande : ceci correspond à une profondeur élevée pour le puits de potentiel et permet de confiner même des atomes d'énergie importante (millikelvin). Le refroidissement évaporatif forcé se fait en maintenant constant le courant créant le piège magnétique et en diminuant progressivement ω . La valeur finale de la fréquence radio correspond à un champ magnétique B voisin de la valeur minimale pour le piège magnétique considéré. La profondeur du puits de potentiel en fin d'évaporation est très faible, de l'ordre de quelques microkelvins seulement.

Comment voir un condensat ?

L'observation de ces condensats gazeux se fait en les éclairant par une brève impulsion lumineuse, dont on mesure ensuite l'absorption ou le déphasage par l'assemblée atomique. On a ainsi accès à la distribution spatiale des atomes dans le potentiel magnétique.

On peut également couper le piège magnétique et laisser l'assemblée atomique s'étaler pendant une durée de quelques dizaines de millisecondes, avant d'envoyer l'éclair lumineux. De l'étendue du nuage atomique après étalement, on déduit la distribution en vitesse initiale.

La figure 2 illustre ce principe. Les figures 2a et 2b sont des photos *in situ*, qui montrent la répartition des atomes au sein du piège magnétique. La distribution des atomes a une forme de cigare, qui résulte de la forte anisotropie du piège. La présence éventuelle d'un condensat est révélée de manière non ambiguë par les clichés donnant les distributions en vitesse (2c,d). Pour la photo 2c, prise pour une densité inférieure à la densité critique, on obtient une distribution en vitesse quasi isotrope, comme attendu à partir de l'équipartition de l'énergie pour un gaz bien décrit par la physique statistique classique. Au contraire, le cliché 2d, pris pour une densité centrale plus élevée que la densité critique, montre une distribution en vitesse fortement anisotrope, la direction la plus fortement confinée dans le piège magnétique étant celle ayant la plus grande dispersion en vitesse. Cette conséquence directe de la relation d'incertitude de Heisenberg révèle que les atomes se sont accumulés dans ce cas dans l'état fondamental du piège magnétique : ils ont tous la même fonction d'onde,

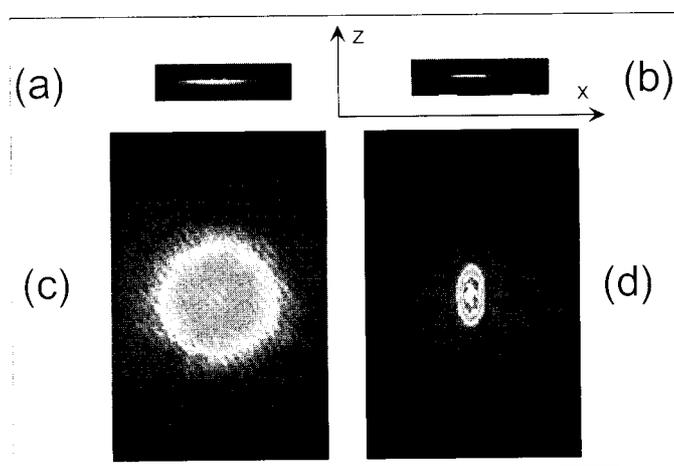


Figure 2 : Photographie (ENS) d'un ensemble d'atomes de rubidium après évaporation, obtenue en mesurant l'absorption d'un faisceau lumineux par le gaz atomique. Les photos (a) et (b) sont des images *in situ* des atomes dans le piège magnétique. Le piège est fortement anisotrope, avec une fréquence d'oscillation selon x de 11Hz et une fréquence d'oscillation selon y et z de 150Hz. L'anisotropie du nuage reflète cette anisotropie du confinement. Ces photos correspondent respectivement à un gaz non condensé (a) et condensé (b), mais il est difficile de le prouver sans ambiguïté, car la taille transversale de ce nuage est de quelques microns seulement, ce qui correspond à la limite de résolution du système d'imagerie optique. Pour faire des mesures quantitatives, on utilise plutôt des images prises après expansion balistique du nuage atomique © et (d). Ces photos qui correspondent à la même séquence d'évaporation que les photos (a) et (b) respectivement, sont prises 30ms après la coupure du piège. Elles donnent accès à la distribution en vitesse des atomes juste après coupure. Sur la photo (c), la distribution est quasi isotrope, ce qui prouve que le gaz piégé était bien décrit par la loi classique d'équipartition de l'énergie $mv_i^2 = k_B T$ pour les trois axes $i = x, y, z$, avec ici $T = 500nK$. La photo (d) également prise 30ms après la coupure du piège a été obtenue après qu'on a poussé le refroidissement évaporatif au-delà du seuil de condensation. La structure elliptique centrale, de longueur totale $270\mu m$ et de largeur $130\mu m$, représente les atomes condensés. L'ellipticité de la distribution en vitesse, inversée par rapport à celle des positions dans le piège, est une conséquence directe des relations d'incertitude de Heisenberg. Le halo quasi circulaire extérieur correspond aux atomes non condensés et il donne accès à la température du système (200nK).

dont la dispersion horizontale est plus grande que la dispersion verticale du fait de l'asymétrie du piège. En retour, la dispersion verticale des vitesses est plus grande que la dispersion horizontale.

Ce type d'images permet d'observer des informations quantitatives sur les condensats, comme le nombre d'atomes et la température résiduelle associée à la fraction d'atomes non condensés. On a ainsi vérifié avec une très bonne précision (quelques %) que la température de la transition était effectivement donnée par (1). On a également pu produire des condensats pratiquement purs, dans lesquels la fraction non condensée ne dépasse pas 15% du nombre total d'atomes (en dessous de cette valeur, elle devient très difficile à mesurer).

La dynamique des condensats

La possibilité d'observer des condensats de Bose-Einstein gazeux a permis une confrontation très précise des modèles théoriques avec les mesures expérimentales. Ces modèles, développés initialement pour rendre compte de la superfluidité de l'hélium liquide, n'avaient pas pu être testés quantitativement en raison de la complexité des processus prenant place au sein du liquide.

Comment décrire théoriquement un condensat gazeux ? Remarquons pour commencer que, contrairement au cas du gaz avant condensation, qui est très dilué et donc proche d'un gaz parfait, la description théorique d'un condensat de Bose-Einstein nécessite une prise en compte correcte des interactions entre les atomes : l'accumulation du condensat au fond du puits de potentiel magnétique conduit à une densité spatiale de l'ordre de 10^{20} atomes/m³, pour laquelle le modèle du gaz parfait n'est plus valable. Fort heureusement, ces interactions entre atomes sont très bien décrites par une simple théorie de champ moyen. C'est pourquoi on peut supposer que tous les atomes sont dans le même état quantique, décrit par une fonction d'onde unique. Cette « fonction d'onde du condensat » est solution d'une équation de Schrödinger qui fait intervenir l'énergie cinétique des atomes, le potentiel magnétique de confinement et un terme non linéaire décrivant l'effet du condensat sur lui-même.

Le terme de champ moyen peut être répulsif ou attractif, selon l'espèce atomique considérée et ce point joue un rôle essentiel pour le comportement du condensat. Pour l'hydrogène, le sodium ou le rubidium 87, le champ moyen correspond à une interaction répulsive. On peut alors mettre un nombre arbitrairement élevé d'atomes dans le condensat, sa taille d'équilibre augmentant avec sa population. Au contraire, un champ moyen attractif, comme c'est le cas pour le lithium 7, limite le nombre d'atomes condensables. Au-delà d'une certaine valeur, de l'ordre du millier d'atomes, le condensat s'effondre sur lui-même. Des molécules et des agrégats sont formés lors de cet effondrement et ils s'échappent du piège magnétique.

Une fois le condensat produit, on peut le faire vibrer en modulant légèrement le potentiel magnétique qui le confine. On a ainsi accès à ses fréquences de résonance, que l'on peut comparer au spectre prévu par la résolution de l'équation de Schrödinger non linéaire (voir encadré). L'accord entre la prédiction théorique et les observations est excellent, ce qui valide cette description du condensat en terme d'une fonction d'onde identique pour tous les atomes. Notons qu'il est plus délicat de rendre compte des vibrations du condensat et de leur amortissement quand ce dernier est préparé en présence d'une fraction non condensée importante : des problèmes encore ouverts subsistent pour rendre compte des mesures faites à une température proche de la température critique.

Cohérence et superfluidité

L'accumulation de la majorité des atomes dans le même état quantique confère aux condensats de Bose-Einstein des propriétés de cohérence spectaculaires. Le seul équivalent connu est la lumière laser, constituée d'un grand nombre de photons dans le même mode du champ électromagnétique. Cette cohérence a d'ores et déjà permis d'aborder des questions

fondamentales comme celle posée par P.W.Anderson il y a une vingtaine d'années : est-ce que deux superfluides qui ne se sont jamais vus ont une phase relative bien définie ?

La réponse à cette question, initialement fort débattue sur le plan théorique, a été apportée par une expérience d'interférence entre condensats menée au MIT. En éclairant le centre du piège magnétique par une nappe de lumière (figure 3a), on peut réaliser un double puits de potentiel. La nappe lumineuse joue le rôle d'une barrière répulsive, qui empêche en pratique tout passage d'atomes condensés entre la partie gauche et la partie droite. On prépare par évaporation un condensat dans chacune de ces deux régions, puis on coupe le potentiel magnétique, ainsi que la barrière lumineuse. Les deux condensats s'étalent, se recouvrent et on prend une photo de la distribution spatiale des atomes (figure 3b). Cette distribution présente des franges d'interférence avec un fort contraste (70%), ce qui prouve la cohérence relative des sources atomiques constituées par chacun des deux condensats.

Pour rendre compte de manière quantitative de la figure d'interférence, on décrit chacun des deux condensats par un champ d'onde de manière classique, comme on le fait en optique pour un faisceau lumineux monochromatique. L'évolution de ces deux ondes de matière lors de

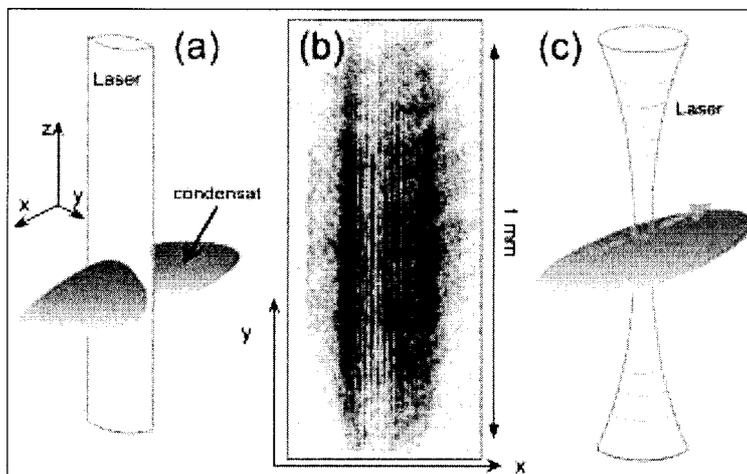


Figure 3 : (a) On réalise un double puits de potentiel en disposant au centre du piège magnétique un faisceau lumineux, de fréquence supérieure à la fréquence de résonance atomique. Ce faisceau crée une barrière de potentiel qui permet d'obtenir après évaporation deux condensats indépendants.

(b) Lorsqu'on coupe le piège magnétique et la barrière lumineuse, chaque condensat s'étale (figure 2d). Dans la zone de recouvrement entre les deux condensats, on observe une figure d'interférence d'ondes de matière. Le contraste élevé des franges d'interférences est une conséquence directe de l'accumulation des atomes de chaque condensat dans un même état quantique.

© Modification du montage expérimental permettant d'observer la superfluidité du condensat ainsi que la vitesse critique au-dessus de laquelle cette superfluidité disparaît. Ces expériences ont été menées au MIT dans le groupe de W.Ketterle (prix Nobel 2001 avec E.Cornell et C.Wieman).

l'étalement qui suit la coupure du piège est donnée par l'équation de Schrödinger, qui remplace ici les équations de Maxwell décrivant la propagation des faisceaux lumineux. La répartition spatiale des atomes à l'instant de la photo 3b s'obtient en additionnant les amplitudes des deux ondes, ce qui permet d'expliquer la figure d'interférence obtenue. Notons toutefois qu'on ne peut pas prévoir *a priori* la position de la frange brillante centrale. Celle-ci dépend de la phase relative initiale entre les deux condensats, qui fluctue d'une réalisation de l'expérience à une autre : si l'on refait plusieurs fois cette expérience, on obtiendra pour chaque réalisation un profil d'interférence semblable à celui de la figure 3b, mais son système de franges sera décalé aléatoirement ; la moyenne de toutes ces figures d'interférence conduira ainsi à une distribution atomique uniforme.

Encadré

Interactions dans un condensat et équation de Schrödinger non linéaire

Pour les densités spatiales relativement élevées des condensats de Bose-Einstein, on ne peut pas ignorer les interactions entre atomes. Ces interactions jouent un rôle essentiel pour déterminer les propriétés statiques du condensat - taille, énergie - ainsi que les propriétés dynamiques - modes de vibration, superfluidité. Leur prise en compte semble a priori un problème ardu, car le potentiel d'interaction entre deux atomes $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ est compliqué : attractif à longue distance ($|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| > 0,5\text{nm}$), il devient répulsif quand les deux atomes sont suffisamment proches pour que leurs nuages électroniques se recouvrent. Fort heureusement, à très basse température, il n'est pas nécessaire de prendre en compte la forme précise de ce potentiel pour décrire les propriétés du gaz atomique. La relation d'incertitude de Heisenberg - encore elle - nous dit qu'un atome est d'autant plus délocalisé que sa vitesse est bien connue. L'ordre de grandeur de cette délocalisation quantique est donné par la longueur d'onde thermique λ ; quand celle-ci devient supérieure à la portée du potentiel, on peut ignorer les détails de $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ et le caractériser par une seule quantité, appelée longueur de diffusion et notée a . En particulier, deux potentiels ayant même longueur de diffusion ont des effets physiques équivalents à très basse température. On peut ainsi remplacer le potentiel réel $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ par le potentiel beaucoup plus simple :

$$V_0(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \frac{4\pi \hbar^2 a}{m} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (2)$$

où $\delta(\vec{r})$ représente la distribution de Dirac.

La longueur de diffusion peut être positive ($a = 0,065\text{nm}$ pour l'hydrogène, $5,4\text{nm}$ pour le rubidium) ou négative ($-1,5\text{nm}$ pour le lithium). Dans le premier cas, on dit qu'on a affaire à une interaction effective répulsive, car cela coûte de l'énergie de mettre deux atomes au même endroit, dans ce domaine de très basse température. Dans le cas contraire l'interaction est dite attractive. Il est difficile de calculer ab initio la valeur de a , surtout pour les éléments lourds comme le rubidium, car cela nécessite une connaissance très précise du potentiel inter-atomique in réel. On s'en remet donc en pratique à une mesure expérimentale. Par ailleurs, on peut tirer parti de la très grande sensibilité de la valeur de a au potentiel d'interaction réel. En modifiant légèrement ce potentiel par des champs extérieurs (un champ magnétique d'un ou deux ordres de grandeur plus grands que celui du piège magnétique fait l'affaire) on peut varier a et même faire changer son signe. On dispose alors d'un bouton de réglage qui transforme un gaz répulsif en gaz attractif, en passant par un gaz quasi idéal.

Revenons maintenant aux N atomes confinés dans un piège harmonique de fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$. On remplace dans l'Hamiltonien du système le potentiel réel par le potentiel de contact (2) :

$$H = \sum_{i=1}^N \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i + \frac{1}{2} m \omega^2 r_i^2 \right\} + \sum_{i,j(i < j)} V_0(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \quad (3)$$

Par ailleurs, en supposant que le système est à très basse température et donc presque totalement condensé, on peut chercher la fonction d'onde à N atomes $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$ sous une forme très simple où chaque atome occupe le même état ϕ :

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = \phi(\vec{r}_1) \phi(\vec{r}_2) \dots \phi(\vec{r}_N)$$

L'évolution de $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$ est donnée par l'équation de Schrödinger correspondant à l'Hamiltonien (3), ce qui détermine l'évolution temporelle de $\phi(\vec{r}, t)$:

$$i\hbar \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \phi(\vec{r}, t) + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \phi(\vec{r}, t) + \frac{4\pi \hbar^2 a}{m} (N-1) |\phi(\vec{r}, t)|^2 \phi(\vec{r}, t)$$

Cette équation de Gross-Pitaevskii, qui a la structure d'une équation de Schrödinger avec un terme non linéaire additionnel, est voisine de l'équation de Ginzburg-Landau utilisée en théorie de la supraconductivité pour décrire la dynamique des paires de Cooper. Ces équations permettent de transposer à un système macroscopique (1 million d'atomes pour les condensats gazeux) des concepts quantiques développés initialement pour des particules individuelles : étalement du paquets d'ondes, interférences entre chemins quantiques, niveaux d'énergie. Cette ouverture de la physique quantique vers le monde macroscopique offre

également un éclairage nouveau sur les fondements de cette théorie. Ainsi les photographies des figures 2,3 et 4 constituent une mesure quasi instantanée de la distribution spatiale $|\phi(\vec{r},t)|^2$ associée à la fonction $\phi(\vec{r},t)$, alors que cette détermination dans le cadre de la physique à une particule requiert en principe un grand nombre de mesures successives, menées sur des systèmes tous préparés dans le même état initial.

A partir d'un montage expérimental similaire, l'équipe du MIT a récemment prouvé le caractère superfluide d'un condensat. La superfluidité d'un milieu se définit par le fait qu'un objet de vitesse suffisamment faible s'y déplace sans être freiné, ni réchauffer le milieu. Dans l'expérience du MIT, l'objet n'est autre que le faisceau laser. On le déplace d'une extrémité du piège vers l'autre à une vitesse ajustable, le rayon focal du faisceau étant cette fois plus petit que la taille transversale du condensat. On constate alors que, pour une vitesse de l'obstacle laser inférieure à $0,3v_s$ où $v_s = 6\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ est la vitesse du son dans le condensat, la température du nuage atomique n'augmente pas. Ceci prouve la superfluidité du condensat et donne la vitesse critique au-dessus de laquelle ce phénomène disparaît. Les théoriciens du domaine sont encore au travail pour expliquer ce rapport 0,3 entre vitesse critique et vitesse du son.

Perspectives

Une trentaine de groupes dans le monde disposent désormais de condensats de Bose-Einstein (dont deux en France, à l'ENS et à l'Institut d'optique d'Orsay) et les recherches sur ces systèmes se sont fortement diversifiées au cours des dernières années. Une voie d'étude porte sur l'étude du condensat *per se*. Un sujet fort débattu à la fois sur le plan théorique et expérimental porte sur l'existence au sein de ces gaz de courants permanents, qui sont une conséquence directe de leur superfluidité. Très récemment, des tourbillons quantiques dans un condensat de rubidium ont été mis en évidence au laboratoire Kastler-Brossel de l'ENS (figure 4). Le gaz est mis en rotation avec un faisceau laser, qui joue un rôle analogue à celui de la cuillère qu'on utilise pour mélanger le sucre dans une tasse de café. Au-dessus d'une fréquence critique de rotation, un ou plusieurs tourbillons apparaissent, puis persistent même si l'on débranche la cuillère laser. Des études sont actuellement en cours sur la nucléation de ces tourbillons et sur la mesure du champ de vitesse atomique correspondant.

Ces systèmes permettent également de réaliser un « rêve de théoricien » des années 60, qui consiste à superposer des condensats de natures différentes. Pour cela on tire parti du fait que le niveau d'énergie électronique fondamental d'un atome de rubidium ou de sodium est clivé en deux sous-niveaux par l'interaction hyperfine entre les

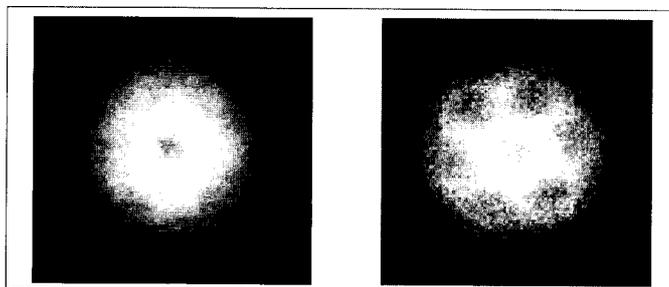


Figure 4 : En « remuant » le gaz atomique avec un faisceau laser se propageant le long du grand axe du cigare de la figure 2ab, on peut faire apparaître des tourbillons quantifiés (ou vortex) dans le condensat. L'axe d'un tourbillon est lui aussi parallèle au grand axe du cigare et on peut l'observer en photographiant le nuage atomique selon cet axe, après expansion balistique. Le cœur du tourbillon apparaît comme une zone sombre car la densité atomique est fortement réduite sur cette ligne. Le premier tourbillon (photo de gauche) est observé quand la vitesse de rotation de la « cuillère » laser dépasse une valeur critique ($\approx 100\text{Hz}$) pour ces expériences. Pour des vitesses de rotation plus élevées, des réseaux de tourbillons apparaissent (photo de droite). Photos de l'ENS.

électrons et le noyau. Les chercheurs de Boulder ont ainsi préparé un mélange quantique de condensats en disposant dans le même piège deux assemblées d'atomes de rubidium, correspondant chacune à un de ces deux sous-niveaux hyperfins. On peut ensuite coupler de manière cohérente ces assemblées grâce à une onde électromagnétique, ce qui présente une analogie profonde avec l'effet Josephson, couplage cohérent de deux supraconducteurs à travers une jonction isolante.

Parmi les multiples champs d'application possibles pour ces condensats, un des plus prometteurs est certainement la génération de jets atomiques cohérents et monomodes, par exemple pour mener des expériences de nanolithographie atomique. Partant d'un condensat piégé magnétiquement, on utilise l'onde radio du refroidissement évaporatif (avec une intensité très atténuée) pour extraire un filet continu d'atomes du centre du condensat. On guide ensuite ces atomes pour qu'ils se déposent sur une surface de manière à reproduire un motif donné. La parfaite collimation du jet d'atomes - il atteint la limite de résolution fixée par l'inégalité de Heisenberg - en fait un outil très précis pour ces expériences. On parle de « laser à atomes », pour désigner ce type de jets atomiques, issus d'un condensat. Ils ont en effet des propriétés de cohérence transverse ou longitudinale très voisines des faisceaux lasers lumineux. Malheureusement, le flux d'atomes produits par une expérience de condensation est encore très faible : avec un million d'atomes par condensat et un taux de répétition de quelques coups par minutes, il faut 30 ans pour déposer une couche atomique sur une surface de un cm^2 ! Une des voies de recherches actuelles consiste donc à améliorer de manière très significative ce flux. Un autre thème de recherche vise à généraliser le phénomène de condensation à d'autres systèmes, comme des molécules polyatomiques. Même si le refroidissement de tels objets reste encore acrobatique, les perspectives ouvertes par ces recherches sont fascinantes par le pont qu'on pourrait ainsi jeter entre la physique des « gros » objets que sont les édifices moléculaires et la cohérence quantique macroscopique qui caractérise les condensats de Bose-Einstein.