## EFFETS ELECTRO-OPTIQUES DANS LES STRUCTURES A PUITS QUANTIQUES

## MODULATEUR ELECTRO-OPTIQUE

#### Introduction :

Parmi les semi-conducteurs, les matériaux GaAs et AlAs sont intéressants car ils ont la même maille cristalline et sont miscibles en toute proportion pour former des alliages de formule  $Al_xGa_{1-x}As$  où  $x (0 \le x \le 1)$  est la concentration en AlAs du matériau. On réalise des superpositions alternées de ces couches (GaAs / Al\_xGa\_{1-x}As) dont les épaisseurs sont contrôlées à une couche atomique près. Il se forme, dans la direction de croissance z, à l'interface GaAs / Al\_xGa\_{1-x}As, un saut de potentiel pour les électrons  $\Delta E(x) = 0,823 x$  (eV). Cette propriété permet de réaliser « à la carte » puits et barrières de potentiel V(z), notamment des potentiels « carrés », en variant la composition x(z) de l'alliage durant la croissance. Les structures ainsi réalisées sont à la base d'une nouvelle génération de composants électro-optiques : « les composants quantiques ».

Image, obtenue par microscopie à effet tunnel, de la variation de potentiel dans un puits quantique de GaAs entre des barrières de  $Al_xGa_{l-x}As$ 



On admettra que la physique des effets considérés dans ce problème est bien décrite dans le cadre d'un modèle unidimensionnel par le Hamiltonien :  $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{z})$  où la **masse** « effective » *m* de l'électron est beaucoup plus faible que la masse  $m_0$  de l'électron libre, dans le vide. On prendra  $\frac{m}{m_0} = 0,067$ .

Dans tout le problème on pourra utiliser :

$$\hbar c = 1973 \text{eV}. \overset{\circ}{\text{A}} \left( 1 \overset{\circ}{\text{A}} = 10^{-10} \text{ m} \right) \text{ et } m_0 c^2 = 0.511 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

### 1-/ Puits quantique isolé



On réalise une couche de GaAs de largeur *a* prise en sandwich entre deux barrières très épaisses (typiquement 1000 Å) de Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Il se forme un puits de potentiel, entre z = 0 et z = a. On prendra l'origine des énergies au fond du puits.

Dans cette question, comme dans tout le reste du problème, pour simplifier les calculs d'énergies, on suppose la concentration en aluminium de la barrière suffisamment grande pour que le potentiel  $V_0$  puisse être considéré comme **infini** dans le calcul des niveaux les plus bas d'un puits isolé.

**1.1)** Ecrire la valeur des deux niveaux d'énergie les plus bas,  $E_1$  et  $E_2$ , ainsi que les fonctions propres correspondantes, dans l'approximation ci-dessous.

**1.2)** Calculer la différence des énergies et la longueur d'onde de transition électromagnétique

entre ces deux niveaux, pour une largeur du puits a = 150 A (cette transition est dans le domaine infrarouge lointain,  $\lambda \approx 10 \mu \text{ m}$ ).

**1.3)** On applique un champ électrique uniforme **E** sur ce puits. Le Hamiltonien d'interaction d'un électron avec le champ, qu'on traitera comme une perturbation, est donné par :

$$\hat{H}_{el} = -q \mathbf{E} \left( \hat{z} - \hat{z}_0 \right)$$

où q est la charge de l'électron et  $z_0$  une constante. On suppose que le produit -qE est positif.

• Calculer, au premier ordre des perturbations, le déplacement des énergies  $E_1$  et  $E_2$  (on pourra utiliser un simple argument de symétrie). A cette approximation, y a-t-il modification de la longueur d'onde des transitions observées entre ces deux niveaux ?

#### 2) Deux puits quantiques couplés ; effet d'un champ électrique



On considère maintenant deux puits quantiques de GaAs séparés par une barrière de  $Al_xGa_{1-x}As$ . Les puits ont une largeur *a* et sont séparés par une barrière intermédiaire de largeur *L* et de hauteur  $V_0$ . De part et d'autre des puits, les barrières ont une épaisseur infinie.

**2.1)** Chaque niveau est clivé par effet tunnel en deux sous-niveaux, par exemple  $E_1 \rightarrow E_1 \pm A_1$ 

• Pour un puits quantique de 150 Å de largeur et une barrière intermédiaire de  $V_0 = 0,3eV$  de hauteur et de 50 Å de largeur, calculer les valeurs de  $A_1$  et  $A_2$  en utilisant la formule usuelle :

$$A = \frac{4E}{Ka}e^{-KL} \text{ où } K = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \text{ et } E = E_1 \text{ ou } E_2$$

• Quelle est l'énergie minimale des photons susceptibles d'être absorbés par le système lorsque seul le niveau fondamental est occupé par des électrons ? Quelle est la longueur d'onde correspondante ?

**2.2)** On ne s'intéresse maintenant qu'aux deux niveaux  $E_1 \pm A_1$  issus des états fondamentaux

des puits isolés. On note  $\{|\Phi_{G}\rangle, |\Phi_{D}\rangle\}$  les superpositions usuelles  $\begin{cases} |\Phi_{D}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi_{S}\rangle + |\Phi_{A}\rangle) \\ |\Phi_{G}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Phi_{S}\rangle - |\Phi_{A}\rangle) \end{cases}$ 

des états propres de l'énergie  $|\Phi_{s}\rangle$  et  $|\Phi_{A}\rangle$ . On suppose que ces états **localisés**  $\{|\Phi_{G}\rangle, |\Phi_{D}\rangle\}$  sont très proches des états propres dans un puits isolés.

• Ecrire la restriction du Hamiltonien dans la base  $\{|\Phi_G\rangle, |\Phi_D\rangle\}$ , base dans laquelle on travaillera désormais.

**2.3)** On applique, comme en **1.3)** un champ électrique uniforme **E** sur le double puits, le Hamiltonien d'interaction étant :  $\hat{H}_{el} = -qE(\hat{z} - \hat{z}_0)$  avec  $z_0 = 0$ .

• Ecrire au premier ordre des perturbations, le déplacement des niveaux d'énergie dans chaque puits considéré comme isolé. On posera  $B = -\frac{1}{2}q \operatorname{E}(L+a)$  avec  $B \ge 0$  par hypothèse.

• En admettant que les éléments de matrice  $|\langle \Phi_G | \hat{H}_{el} | \Phi_D \rangle|$  sont négligeables devant la constante  $A_1$  de l'effet tunnel, en déduire le Hamiltonien du système des deux puits couplés en présence du champ dans la base  $\{ | \Phi_G \rangle, | \Phi_D \rangle \}$ .

**2.4)** Calculer les niveaux d'énergie du système en présence de champ. Rappeler les niveaux et états propres dans le régime de champ fort,  $B >> A_1$ .

**2.5)** On considère l'ensemble des niveaux issus des deux niveaux  $E_1$  et  $E_2$  de la première question. On admettra aussi que, sous l'influence du champ **E**, les doublets  $E_1 \pm A_1$  et  $E_2 \pm A_2$  évoluent indépendamment l'un de l'autre, et, chacun, selon l'analyse précédente.

On considère l'absorption de lumière sous champ électrique intense. On peut montrer que la probabilité de transition entre deux niveaux par absorption d'un photon n'est appréciable que si les fonctions d'onde des états électroniques initial et final de la transition ont un recouvrement spatial important (ou, de façon équivalente, si les états initial et final de la transition ont une forte probabilité d'être localisés dans le même puits).

• Lorsque le champ électrique est suffisamment grand  $(B^2 >> A_2^2)$ , quelles sont les transitions les plus probables, entre quels états ?

• En déduire le nouveau seuil d'absorption (énergie minimale) et la longueur d'onde correspondante ; donner leur valeur numérique.

183

#### 3) Minibande dans un super-réseau ; localisation de Wannier-Stark

On peut construire une structure composée d'un très grand nombre de barrières et de puits identiques les uns aux autres. Par rapport à un semi-conducteur usuel (cristal de GaAs ou de  $Al_xGa_{1-x}As$ ), on crée un nouveau réseau de périodicité spatiale d (distance entre centres) beaucoup plus grande, nommé **super-réseau**. La distance d vaut (L+a) où a est la largeur d'un puits et L, l'épaisseur de la barrière séparant deux puits consécutifs. Les puits sont couplés les uns aux autres par effet tunnel.



Le puits n est à la distance nd du puits central, n = 0. En pratique, le nombre total N de puits est fini (quelques dizaines). Pour simplifier les calculs, on le suppose infini.

**3.1)** On s'intéresse tout d'abord aux états issus des niveaux fondamentaux des puits isolés. On note  $|\Phi_p\rangle$  l'état localisé sur le centre p et on se place toujours dans l'approximation de la question  $1 : \Phi_p(z)$  est la fonction d'onde du fondamental (énergie  $E_1$ ) du puits centré en z = pd, supposé très profond.

Dans cette base des états localisés, on fait l'hypothèse usuelle sur la structure du Hamiltonien

$$\langle \Phi_n | \hat{H} | \Phi_m \rangle = E_1 \delta_{n,m} - A_1 (\delta_{n,m+1} + \delta_{n,m-1})$$

où l'on néglige l'effet tunnel direct entre sites non-voisins.

• Donner la largeur des bandes issues des niveaux  $E_1$  et  $E_2$  d'un puits isolé, en fonction des valeurs trouvées en **2.1**). Sachant qu'une largeur de bande usuelle dans un semi-conducteur est de l'ordre de l'eV, expliquer pourquoi de telles bandes sont appelées « **minibandes** ».

**3.2)** On suppose que seuls les états de la première minibande sont occupés par des électrons.

• Quelle est l'énergie minimum des photons susceptibles d'être absorbés par ce système ? Quelle est la longueur d'onde correspondante ?

**3.3)** On soumet dorénavant cette structure semi-conductrice à un champ électrique.

• Justifier qualitativement qu'en présence du champ électrique, et toujours dans l'approximation de départ, les termes diagonaux du Hamiltonien précédent, dans la base  $\{|\Phi_n\rangle\}$ , sont modifiés de la façon suivante :

$$\hat{H}_{n,n} \to \hat{H}_{n,n} - n(q \ge d)$$

On admettra que la modification apportée par le champ aux éléments de matrice nondiagonaux de  $\hat{H}$  est négligeable devant les termes d'effet tunnel, et que seuls les éléments diagonaux sont affectés par le champ. **3.4)** On s'intéresse aux niveaux issus du niveau fondamental d'un puits quantique isolé, et l'on cherche les divers états propres (autant que de puits) du nouvel Hamiltonien sous la forme

$$\left|\chi^{n}\right\rangle = \sum_{p} C_{p}^{n} \left|\Phi_{p}\right\rangle$$

• Montrer que les coefficients du développement de  $|\chi^n\rangle$ , correspondant à la valeur propre *E*, satisfont la relation de récurrence :

$$C_{p}^{n} \frac{E - E_{1} + q \mathbf{E} \ pd}{A_{1}} = -\left(C_{p-1}^{n} + C_{p+1}^{n}\right)$$

**3.5)** Montrer que si  $E^0$  est valeur propre correspondant à l'état propre  $|\chi^0\rangle = \sum_p C_p^0 |\Phi_p\rangle$ , alors  $E^n = E^0 - nq \ge d$  est aussi valeur propre et correspond à un état propre  $|\chi^n\rangle = \sum_p C_p^n |\Phi_p\rangle$  dont on déterminera les coefficients  $(C_p^n)$  en fonctions des  $(C_p^0)$ .

• En déduire l'ensemble des valeurs propres correspondantes de *H*, qui forme une « échelle de Wannier-Stark ».

**3.6)** On admettra que  $E^0 = E_1$ , énergie dans un puits isolé, est valeur propre, et on utilisera le résultat mathématique suivant :

La relation de récurrence  $J_{n-1}(v) + J_{n+1}(v) = \frac{2n}{v} J_n(v)$  est vérifiée par les fonctions (réelles) de Bessel  $J_n$ . Pour *n* entier positif,  $J_{-n}(v) = (-1)^n J_n(v)$  et, pour v << 1, on a le développement  $J_n(v) \approx \frac{\left(\frac{v}{2}\right)^n}{n!}$ . Par ailleurs, on  $a: \sum_{n=-\infty}^{n+\infty} J_n^2 = 1$ .

On se place dans la limite du champ fort :  $\frac{|q \ge d|}{A_1} >> 1$ .

- Montrer que l'état propre  $|\chi^0\rangle$  d'énergie  $E^0 = E_1$  est localisé au voisinage du site n = 0.
- Calculer les coefficients du développement de l'état propre  $|\chi^n\rangle$  d'énergie  $E^n = E^0 nqE d$ ; en déduire que cet état  $|\chi^n\rangle$  est localisé au voisinage du site n.

• Pensez-vous que l'application d'un champ électrique intense favorise ou défavorise le passage d'électrons entre puits ?

**3.7)** On s'intéresse maintenant aux deux ensembles de niveaux issus des niveaux fondamentaux et des premiers niveaux excités d'énergie  $E_1$  et  $E_2$  dans les puits isolés. On suppose que les résultats des questions précédentes s'appliquent séparément, et indépendamment, aux deux minibandes correspondantes.

On considère l'absorption de lumière à partir des niveaux fondamentaux supposés être seuls occupés par des électrons. On rappelle que, comme en **2.5**) la probabilité d'absorption d'un photon dans une transition électronique entre deux niveaux n'est appréciable que si les fonctions d'onde des états initial et final ont un recouvrement spatial important.

D.Marchand

• En supposant que le champ électrique est intense  $(|q \ge d| >> A_2)$ , quelles sont l'énergie et la longueur d'onde des transitions optiques les plus probables ?

**3.8)** Dans les télécommunications par fibres optiques, le perfectionnement des composants d'émission et de réception constitue un enjeu majeur. Pour transmettre de l'information, il faut pouvoir moduler, à fréquence élevée, de la lumière (infrarouge). Or, on sait produire et appliquer des champs électriques facilement modulables.

• Expliquer pourquoi, dans une certaine gamme de longueurs d'onde, la structure étudiée cidessus peut être transparente (absorption très faible) ou opaque (absorption forte) suivant le champ appliqué.

- Expliquer pourquoi une telle structure a été proposée comme modulateur électro-optique.
- Sachant que les distances inter atomiques dans un semi-conducteur massif sont de l'ordre

de quelques Å, pourquoi un super-réseau est-il beaucoup mieux adapté pour réaliser de tels effets?

#### Références :

1-/ E.BIGAN (X83), CNET, Thèse Paris-Sud Orsay 1991

2-/ J.BLEUSE, G.BASTARD & P.VOISIN « Electric-Field-Induced Localization and Oscillatory Electro-optical Properties of Semiconductor Superlattices », PRL, Vol 60, p.220 (1988).

# Corrigé

Les matériaux à base d'alliages des éléments des colonnes III et V du tableau de Mendeleïev constituent la famille des semi-conducteurs III-V. Ces semi-conducteurs tiennent un rôle clé dans la microélectronique rapide et dans l'opto-électronique.

1.1) cf.. cours :

$$ka = n\pi \quad ; \quad E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} \quad ; \quad E_2 = 4E_1$$
$$\Psi_1(z) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \pi \frac{z}{a} \quad ; \quad \Psi_2(z) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin 2\pi \frac{z}{a}$$

**1.2)** 
$$E_2 - E_1 = \frac{3\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} = \frac{3}{2} \pi^2 \left(\frac{\hbar c}{a}\right)^2 \frac{1}{m_0 c^2} \frac{m_0}{m} = 75 \,\mathrm{meV}$$
;  $\lambda = \frac{2\pi \hbar c}{h\nu} \approx 16,5 \,\mu\,\mathrm{m}$ 

**1.3)** cf.. cours : 
$$\delta E^{(1)} = \langle \Psi | H_{el} | \Psi \rangle = \langle \Psi | (-q E) \left[ \left( z - \frac{a}{2} \right) + \frac{a}{2} - z_0 \right] | \Psi \rangle = -q E \left( \frac{a}{2} - z_0 \right)$$

 $\langle \Psi | (-qE) | (z - \frac{a}{2}) | \Psi \rangle = 0$  par suite de la symétrie du potentiel autour de  $z = \frac{a}{2}$ . Il n'y a pas de modification de la longueur d'onde des transitions.

2.1)

$$Ka = \sqrt{\frac{2ma^2}{\hbar^2}(V_0 - E)} = n\pi \sqrt{\frac{V_0 - E}{E}} \Rightarrow \begin{cases} K_1 a \approx 10,42\\ K_2 a \approx 8,88 \end{cases}$$
$$A = \left(\frac{4E}{Ka}\right)e^{-\kappa a\frac{L}{a}} \Rightarrow \begin{cases} A_1 \approx 0,3 \text{ meV}\\ A_2 \approx 2,3 \text{ meV} \end{cases}$$

L'énergie minimale absorbée est :  $(E_2 - A_2) - (E_1 + A_1) \approx 72,4 \text{ meV} \rightarrow \lambda \approx 17,1 \,\mu \text{ m}$ 

**2.2)** Dans la base  $\{|\Phi_s\rangle, |\Phi_A\rangle\}$  :

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_1 - A_1 & 0 \\ 0 & E_1 + A_1 \end{pmatrix}$$

Dans la base des états localisés  $\{ |\Phi_G\rangle, |\Phi_D\rangle \}$ :

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_1 & -A_1 \\ -A_1 & E_1 \end{pmatrix}$$

2.3)

$$\begin{split} \left\langle \Phi_{G} \left| -q \mathbf{E} \, \hat{z} \right| \Phi_{G} \right\rangle &= \left\langle \Phi_{G} \left| \left( -q \mathbf{E} \right) \right| \left[ \left( \hat{z} + \frac{L+a}{2} \right) - \frac{L+a}{2} \right] \right| \Psi_{G} \right\rangle = q \mathbf{E} \frac{L+a}{2} = -B \\ \left\langle \Phi_{D} \left| -q \mathbf{E} \, \hat{z} \right| \Phi_{D} \right\rangle &= +B \\ \hat{H} &= \begin{pmatrix} E_{1} - B & -A_{1} \\ -A_{1} & E_{1} + B \end{pmatrix} \end{split}$$

Cette approximation est justifiée dans la mesure où :

$$\left|\left\langle \Phi_{G}\right| - q \operatorname{E} \hat{z} \left| \Phi_{D} \right\rangle\right| \ll \left|\left\langle \Phi_{G}\right| V_{D} \left| \Phi_{D} \right\rangle\right| = A_{1}$$

où  $V_D$  est le potentiel définissant le puits de droite. Cette condition est satisfaite si  $-q \ge (L+a) << V_0$  (ici  $\ge |<<150 \text{ kV.cm}^{-1}$ ). Bien évidemment, le fait de se restreindre à  $\{|\Phi_G\rangle, |\Phi_D\rangle\}$  suppose également que le champ électrique ne soit pas trop intense  $(\left|\frac{q \ge a}{2}\right| < E_1)$  ce qui amène à une condition numériquement peu différente.

#### 2.4)

 $E_{\pm} = E_{\rm l} \pm \sqrt{A_{\rm l}^2 + B^2}$ En champ fort,  $B >> A_{\rm l} \Longrightarrow E_{\pm} = E_{\rm l} \pm B$ ,  $|\Phi_{+}\rangle \approx |\Phi_{_{D}}\rangle$  et  $|\Phi_{-}\rangle \approx |\Phi_{_{G}}\rangle$ 

**2.5)** On étudie maintenant les niveaux issus de  $E_1$  et  $E_2$ . Ecrivant le Hamiltonien dans la base  $\{|\Phi_{1G}\rangle, |\Phi_{1D}\rangle, |\Phi_{2G}\rangle, |\Phi_{2D}\rangle\}$ , on considère les éléments de matrice couplant les niveaux 1 et 2 comme une perturbation : celle-ci a des éléments diagonaux nuls, donc son effet est nul au premier ordre. Au deuxième ordre, son effet est négligeable si  $E_2 - E_1$  est suffisamment grand (par rapport à des éléments de matrice de l'ordre de  $A_2$ ). Avec ces hypothèses les doublets évoluent indépendamment sous l'influence du champ électrique.

En champ fort les transitions les plus probables surviennent entre états initial et final localisés dans le même puits, c'est-à-dire entre  $|\Phi_{1D}\rangle$  et  $|\Phi_{2D}\rangle$  ou entre  $|\Phi_{1G}\rangle$  et  $|\Phi_{2G}\rangle$ .

Ces transitions correspondent à la même énergie, celle du puits unique de la question **1.2**). Pour  $E = 1 \text{ V}.\mu \text{ m}^{-1} = 10^6 \text{ V}.\text{m}^{-1}$ ,  $-qE(L+a) = 20 \text{ meV} >> A_2$ , on est dans le régime de champ fort.

**3.1)** La largeur des bandes est respectivement  $4A_1$  et  $4A_2$ , c'est-à-dire 1,2 meV et 9,2 meV. Ces largeurs sont beaucoup plus faibles que les largeurs de bandes des semi-conducteurs usuels, à cause du changement d'échelle spatiale.

**3.2)** L'énergie minimum susceptible d'être absorbée est :  $(E_2 - 2A_2) - (E_1 + 2A_1) \approx 69,8 \text{ meV}, \lambda \approx 17,8 \text{ meV}$ 

**3.3)** Cette modification résulte directement de la question **1.3)**. Plus précisément :

$$\langle \Phi_{m} | -q \operatorname{E} \hat{z} | \Phi_{n} \rangle = \langle \Phi_{0} (z - md) | -q \operatorname{E} \hat{z} | \Phi_{0} (z - nd) \rangle$$
  
=  $\langle \Phi_{0} (Z) | -q \operatorname{E} (\hat{Z} + md) | \Phi_{0} [Z + (m - n)d] \rangle$   
=  $\langle \Phi_{0} (Z) | -q \operatorname{E} \hat{Z} | \Phi_{0} [Z + (m - n)d] \rangle - q \operatorname{E} nd\delta_{m,n}$ 

où l'on a posé Z = z - md.

 $\langle \Phi_0(Z) | -q \mathbb{E} \hat{Z} | \Phi_0[Z + (m-n)d] \rangle$  est nul par symétrie pour m = n; pour  $m \neq n$ , ce terme qui décroît avec l'éloignement des puits peut toujours être négligé devant les éléments de matrice tunnel lorsque  $-q \mathbb{E} d \ll V_0$  (voir 2.3).

3.4)

$$\hat{H} \left| \chi^{n} \right\rangle = E \left| \chi^{n} \right\rangle$$

$$\sum_{p'} C_{p'}^{n} \left\langle \Phi_{p} \right| \hat{H} \left| \Phi_{p'} \right\rangle = E C_{p}^{n}$$

$$\left( E_{1} - q E \, dp \right) C_{p}^{n} - A_{1} \left[ C_{p-1}^{n} + C_{p+1}^{n} \right] = E C_{p}^{n}$$

soit :

$$C_{p}^{n} \frac{E - E_{1} + q \mathbf{E} \ dp}{A_{1}} = -\left[C_{p-1}^{n} + C_{p+1}^{n}\right]$$

**3.5)** Si  $(E^0 - E_1 + q \ge dp)C_p^0 = -A_1[C_{p-1}^0 + C_{p+1}^0]$  alors pour  $E^0 - E_1 + q \ge dn$ , on a :  $[E^0 - E_1 + q \ge d(p-n)]C_p^n = -A_1[C_{p-1}^n + C_{p+1}^n]$ 

En posant p - n = k,

$$\left[E^{0} - E_{1} + q \mathbb{E} \ dk\right]C_{n+k}^{n} = -A_{1}\left[C_{n+k-1}^{n} + C_{n+k+1}^{n}\right]$$

donc :

$$C_{n+k}^n = C_k^0 \text{ ou } C_p^n = C_{p-n}^0$$

**3.6)** Si  $E^0 = E_1$ , les autres valeurs propres sont :  $E^n = E_1 - nq E d$ , *n* entier quelconque (ce qui décrit bien, en particulier, les niveaux d'énergie à couplage nul,  $A_1 = 0$ ).

La relation de récurrence donne alors :

$$C_p^n \frac{E_1 - nq \mathbb{E} \ d - E_1 + pq \mathbb{E} \ d}{A_1} = C_{p-n}^0 (p-n) \frac{q \mathbb{E} \ d}{A_1} = -\left[C_{p-n-1}^0 + C_{p-n+1}^0\right]$$

Elle est satisfaite par les fonctions de Bessel  $J_{p-n}(\nu)$  pour  $\nu = \frac{2A_1}{q \ge d}$ . Les états  $|\chi^n\rangle$  sont alors

normés. A la limite des champs forts,  $C_0^0 \approx 1$  et pour  $m \neq 0$ ,  $|C_m^0| \approx \left|\frac{\nu}{2}\right|^{|m|} \frac{1}{|m|!} \cdot |\chi|^n$  est localisée

au voisinage du centre *O* et, de même,  $|\chi^n\rangle$  est localisée autour du site *n* avec  $C_{m+n}^n = C_m^0$ . La localisation est rapide car factorielle.

L'application d'un champ électrique localise la fonction d'onde, donc va à l'encontre de l'effet tunnel : elle défavorise le passage d'électrons d'un site à l'autre. En particulier, si l'on applique une différence de potentiel de part et d'autre du super-réseau, on prévoit que, lorsqu'on s'approche du régime de champ fort, le courant qui traverse le dispositif va décroître !

**3.7)** C'est le paramètre  $v = \frac{2A}{qE \ d}$  qui gouverne la localisation : la localisation, à champ fixé,

est d'autant plus rapide que A est petit, donc elle est plus rapide pour la minibande issue de  $E_1$ .

Les transitions les plus probables, à champ fort, correspondent à celles observées dans des puits isolés. Elles surviennent entre états localisés dans le même puits.

$$\Delta E = 75 \text{ meV} \quad , \quad \lambda = 16,5 \,\mu \,\mathrm{m}$$

**3.8)** En l'absence de champ, pour  $\lambda > 17,8 \,\mu$ m, le système n'absorbe pas de lumière, il est transparent. En présence de champ, le système est transparent pour  $\lambda > 16,5 \,\mu$ m.

Pour 16,5 $\mu$ m <  $\lambda$  < 17,8 $\mu$ m le système est absorbant ou non suivant le champ électrique. On peut ainsi hacher un faisceau lumineux, en appliquant un champ électrique.

Dans le cas d'un semi-conducteur massif, la limite des champs forts  $|q \ge d| >> A$  doit être évaluée avec  $A \approx 200 \text{ meV}$  (au lieu de 2 meV) et d de l'ordre de l'Å (au lieu de la centaine d'Å). Les champs à considérer sont donc environ  $10^4$  fois supérieurs !