

I LE PROBLEME DE L'OPTIQUE

A la différence de ce qui se passe en acoustique, avec des détecteurs comme le microphone ou l'oreille, ou pour des ondes qui se propagent à la surface de l'eau et que l'on peut suivre par mouvement d'un bouchon qui flotte, en Optique (domaines infrarouge, visible et ultraviolet) on ne détecte pas l'amplitude du champ E mais le carré de son module (en fait $\langle |E|^2 \rangle$ sur le temps de mesure).

Actuellement pour les ondes électromagnétiques la limite entre la détection directe des champs (comme en radio, en TV, en radar, etc...) et la détection en « énergie » (carré du champ) se situe vers 10^{13} Hz (diodes à pointes).

Si on veut accéder au champ il faudra le faire indirectement par le biais des interférences (par exemple entre une onde de référence connue et le champ à déterminer).

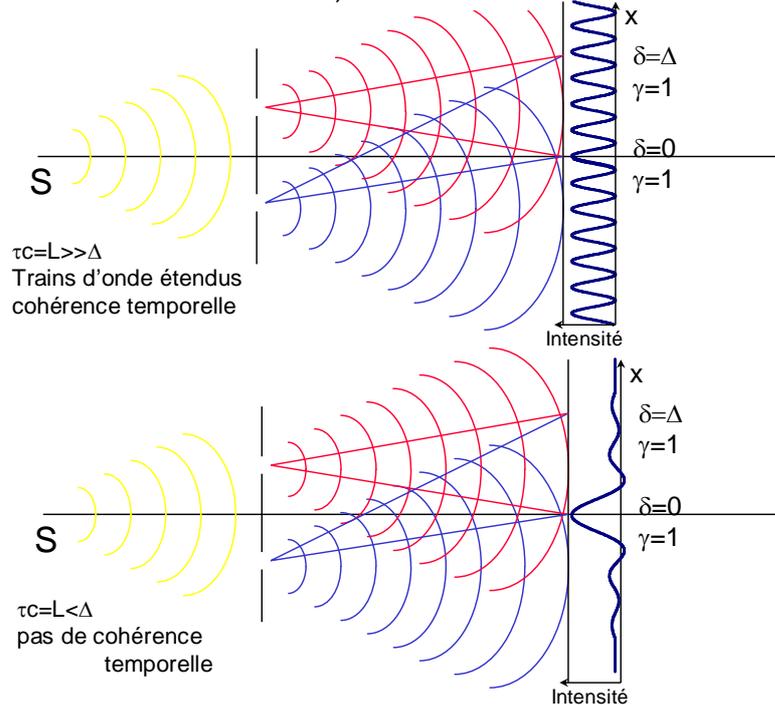
Remarques :

- 1) Si l'on considère un ensemble d'atomes d'une source monochromatique selon que l'on se trouve dans le cas d'une émission stimulée (laser) ou d'une émission spontanée il y aura ou il n'y aura pas de relation de phase entre les trains d'onde émis au cours du temps par ces atomes.
- 2) Ce dernier point nous indique que si la mesure est lente (devant la durée des trains d'onde) on ne verra pas de phénomènes d'interférence à partir de deux sources différentes car les phases aléatoires brouilleront les interférences.
- 3) Par contre si les mesures sont faites rapidement (en moins de $\tau = 1$ ns durée typique d'un train d'onde) on sera capable de voir les interférences entre sources différentes de même fréquence. On pourrait filmer ce type de frange et les voir « danser » rapidement au rythme des changements de phase relatifs des différents trains d'onde.
- 4) Avec deux sources laser très stables (cf. introduction) on a des trains d'onde très longs (τ de 10^6 à 10^{-1} s typiquement) on verrait des franges qui dureraient bien plus longtemps qu'en 3) avant de se déplacer dans le champ d'observation.

II COHERENCE TEMPORELLE – SPECTROSCOPIE.

Que l'on considère une onde issue d'un point (ou d'une fente) à distance finie dans l'expérience des trous (ou des fentes) d'Young ou à l'infini dans un interféromètre de Michelson éclairé par une onde plane, lorsque la différence de marche est plus grande que la longueur ($c \tau$) des trains d'ondes les interférences disparaissent. Cet effet est associé à la cohérence temporelle (monochromaticité) de la source.

Train d'onde, contraste et cohérence



1) Trains d'onde et largeur spectrale des raies.

Soit τ temps de vie d'un état excité. L'onde émise à la forme :

$$f(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t) e^{-t/\tau} = A \cdot \cos(2\pi\nu_0 t) e^{-t/\tau}$$

Par transformation de Fourier on obtient le spectre de fréquences

$$F(\nu) = \int_0^\infty f(t) e^{2\pi j \nu t} dt = \frac{A}{2} \int_0^\infty [e^{2\pi j(\nu_0 + \nu)t} e^{-t/\tau} + e^{2\pi j(\nu_0 - \nu)t} e^{-t/\tau}] dt$$

$$= \frac{A}{2} \frac{1}{1/\tau - 2\pi j(\nu_0 + \nu)} + \frac{A}{2} \frac{1}{1/\tau - 2\pi j(\nu_0 - \nu)}$$

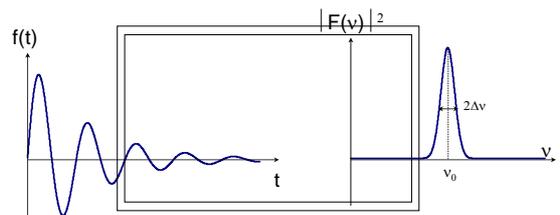
près de la résonance le premier terme est négligeable et :

$$|F(\nu)|^2 = \frac{1}{1/\tau^2 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2} \cdot C' \text{ est un profil Lorentzien.}$$

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau}$$

Remarque : ce résultat est à associer à la relation d'incertitude $\Delta E \cdot \Delta t \cong h$

$$\Delta E * \tau = \frac{h}{2\pi} = \Delta\nu * h * \tau \rightarrow \Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau}$$



2) Les variables spectrales

Souvent la longueur d'onde λ est une bonne variable pour caractériser spectralement la distribution d'une source.

Par exemple le visible est l'intervalle 0,4-0,7 μm . Cependant on préfère avoir une échelle qui soit linéaire en fonction de l'énergie des photons ($h\nu$). La fréquence ν est de plus en plus utilisée en métrologie de précision mais lourde à manipuler ($\sim 10^{15}$ Hz pour le visible). On préfère utiliser une variable qui lui est proportionnelle : le nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$. L'unité utilisée est le cm^{-1} (par exemple pour une lumière verte $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ ou $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{cm} \rightarrow \sigma = 20000 \text{cm}^{-1}$).

Enfin s'il est rare d'exprimer l'énergie du photon en Joules ($\sim 10^{-19}$ J) on utilise beaucoup « l'électron volt » et $1 \text{eV} \approx 8000 \text{cm}^{-1}$ (pour la lumière verte $\sigma = 2,5 \text{eV}$).

3) Spectromètre à Transformée de Fourier. (Ce thème sera largement complété en tutorat et en TP).

a) Position du problème.

Rappelons ce qu'est l'approche traditionnelle de la spectroscopie (nous reviendrons sur ces méthodes, bientôt, dans la suite du cours) :

Il s'agit de découper le spectre à analyser (densité spectrale du flux émise par une source par exemple $\Phi_\sigma(\sigma) = d\Phi/d\sigma$) en tranches de largeur $\Delta\sigma$, où $\Delta\sigma$ est la résolution de l'instrument.

Chaque « tranche » spectrale que l'on isole émet à travers l'instrument un flux $\Delta\Phi = \left(\frac{d\Phi}{d\sigma}\right)\Delta\sigma = \Phi_\sigma(\sigma)\Delta\sigma$. Si l'on veut construire un spectre complet il faut faire varier σ et

enregistrer successivement les « tranches » spectrales qui nous intéressent. Par exemple pour un spectre de polymères dans l'infrarouge vous irez de 400 à 8000 cm^{-1} par tranches de 1cm^{-1} soit environ 7600*2 échantillons (*2 à cause de la théorie de l'échantillonnage).

On peut se demander s'il n'y a pas un moyen de recueillir toutes les tranches spectrales à la fois mais en les codant et retrouver le spectre cherché en décodant l'enregistrement.

b) Flux monochromatique

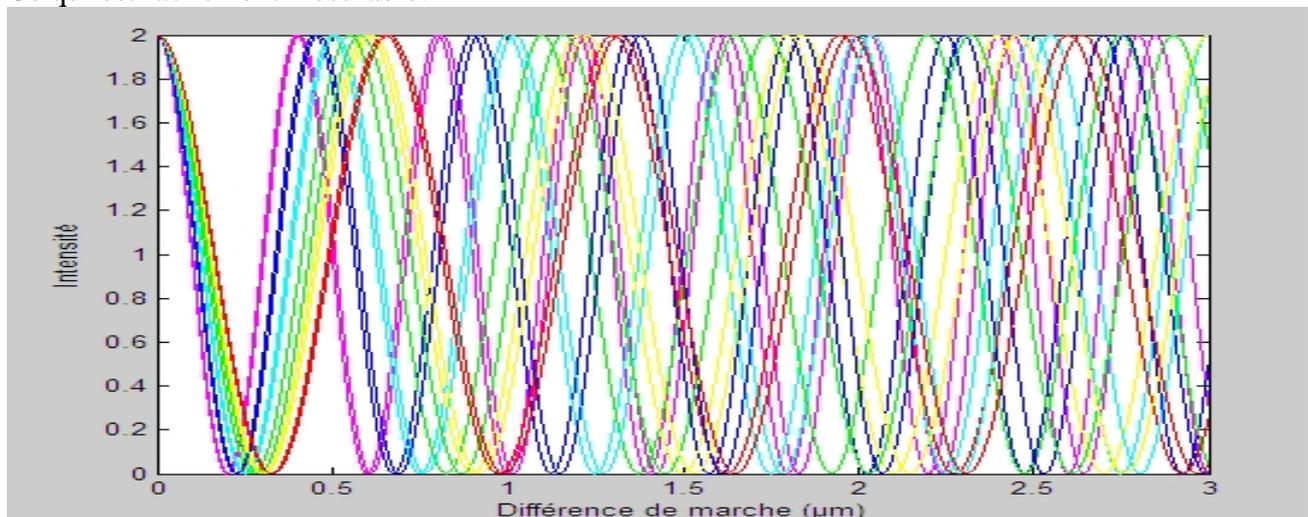
Un interféromètre de Michelson dont un miroir se déplace par exemple à vitesse uniforme v fournit, si on l'éclaire par une onde plane monochromatique de nombre d'onde σ , un flux $\Phi(t) = (\Phi_0/2)(1 + \cos 2\pi\sigma\delta)$ où $\delta = 2vt$ et Φ_0 le flux incident.

Si l'on coupe la partie « continue » ($\Phi_0/2$) du flux on aura $\Phi(t) = (\Phi_0/2)\cos(2\pi\sigma vt)$ soit un signal à la fréquence $f = 2\sigma v$.

C'est notre codage : on a associé à chaque nombre d'onde une fréquence différente.

Exemple : $v = 0,5 \text{ cm/s}$ $\sigma = 10000 \text{ cm}^{-1}$ ($1 \mu\text{m}$) $f = 10 \text{ kHz}$

Ce qui est facilement mesurable.



c) Flux complexe.

Nous reprenons la variable δ , pour une tranche spectrale de largeur $d\sigma$ on a :

$$d\Phi(\delta) = \Phi_{\sigma}(\sigma) \frac{1}{2} (1 + \cos 2\pi\sigma\delta) d\sigma.$$

Pour l'ensemble du spectre $\Phi(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} \Phi_{\sigma}(\sigma) (1 + \cos 2\pi\sigma\delta) d\sigma.$

Si on annule encore la partie continue $\Phi(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} \Phi_{\sigma}(\sigma) \cos 2\pi\sigma\delta d\sigma.$ C'est l'interférogramme.

Ecrivons $\Phi_{\sigma}(\sigma) = \frac{1}{2} [\Phi_p(\sigma) + \Phi_i(\sigma)]$ (demie somme de la partie paire et de la partie impaire).

$$\Phi(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4} \Phi_p(\sigma) \left[\frac{e^{j2\pi\sigma\delta} + e^{-j2\pi\sigma\delta}}{2} \right] d\sigma, \text{ car seule la partie paire contribue à l'intégrale.}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi_p(\sigma)}{8} e^{j2\pi\sigma\delta} d\sigma - \int_{+\infty}^{-\infty} \frac{\Phi_p(\sigma)}{8} e^{j2\pi\sigma\delta} d\sigma$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4} \Phi_p(\sigma) e^{2\pi j\delta\sigma} d\sigma \text{ ou en inversant la transformation :}$$

$$\underline{\Phi_p(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} 4\Phi(\delta) e^{-2\pi j\delta\sigma} d\delta}$$

On voit donc que si on prend la transformée de Fourier de l'interférogramme (variation du flux sortant de l'interféromètre en fonction de la différence de marche) on obtient la partie paire du spectre recherché (il suffit alors d'ignorer la partie qui correspond aux nombres d'ondes <0 qui n'a aucun sens physique).

d) Limitation de la méthode

Il semblerait que, mathématiquement, rien ne s'oppose à ce que nous retrouvions la fonction recherchée $\Phi_{\sigma}(\sigma)$.

En pratique l'interférogramme est limité par le déplacement maximal du miroir mobile soit δ_M la différence de marche maximale. Cela revient à multiplier la quantité $\Phi(\delta)$ par une fonction rectangle de valeur 1 entre $-\delta_M/2$ et $+\delta_M/2$.

Le spectre obtenu sera donc le produit de convolution du spectre recherché par la fonction $\delta_M \cdot \text{sin}(\pi\sigma\delta_M) / \pi\sigma\delta_M$ (T.F. de la fonction rectangle considérée).

Pour une radiation monochromatique à l'entrée du système on obtiendra donc une fonction sinc dont le premier zéro vaut $1/\delta_M$. Cette réponse à une « entrée » en $\delta(\sigma - \sigma_0)$, nous l'appellerons fonction d'appareil (ou réponse impulsionnelle).

On en déduit le pouvoir de résolution de l'instrument :

$$R = \lambda / \Delta\lambda = \sigma / \Delta\sigma = \sigma / (1/\delta_M) = \delta_M / \lambda = N.$$

Nous avons fait l'hypothèse que $\Delta\sigma = 1/\delta_M$ est le plus petit intervalle spectral résoluble (N représente le nombre de franges que l'on verrait défiler pendant l'enregistrement de l'interférogramme).

e) Un peu de technologie.

La spectroscopie par T.F. s'est développée d'abord autour des Grands télescopes pour faire l'analyse de l'atmosphère des planètes. Ces instruments permettaient de disposer de beaucoup plus de lumière que les spectromètres habituels à résolution donnée et le fait de « multiplexer » (faire travailler toutes les longueurs d'onde en parallèle) augmentait le rapport signal sur bruit (cf. cours sur les détecteurs au début d'Optique II) pour un temps d'expérience donné. Ces interféromètres travaillent avec des différences de marches maximum de 1 à 10 m c'est à dire des $\Delta\sigma$ de 10^{-2} à 10^{-3} cm^{-1} .

Plus récemment, avec le développement de la micro-informatique, cette méthode s'est très rapidement révélée un outil analytique incomparable pour explorer le domaine infrarouge proche et moyen ($1 \mu\text{m}$ à $50 \mu\text{m}$ ou de 10000 à 200cm^{-1}) et lointain (jusqu'à $1000 \mu\text{m}$ ou 10cm^{-1}).

La résolution typique de ces instruments se situe entre $0,1$ et 1cm^{-1} .

La zone de l'infrarouge moyen permet d'obtenir le spectre de vibration des molécules en phase condensée (cristaux diélectriques, polymères, cristaux liquide, liquides) ou à l'état gazeux.

III INTERFERENCES A ONDES MULTIPLES

Que se passe-t-il lorsque plus de deux ondes contribuent au phénomène d'interférence ?

1^{er}) Interférences à deux ondes fournies par une lame à faces parallèles.(voir figure ci-dessous)

Envoyons sur cette lame (d'épaisseur e , indice n) un faisceau parallèle de lumière monochromatique à l'incidence i . La différence de marche entre les rayons réfléchis 1 et 2 vaut :

$$\begin{aligned}\delta_{12} &= \frac{2ne}{\cos r} - 2etgr.\sin i \text{ or } \sin i = n \sin r \\ &= 2ne(1 - \sin^2 r) / \cos r = 2ne \cos r\end{aligned}$$

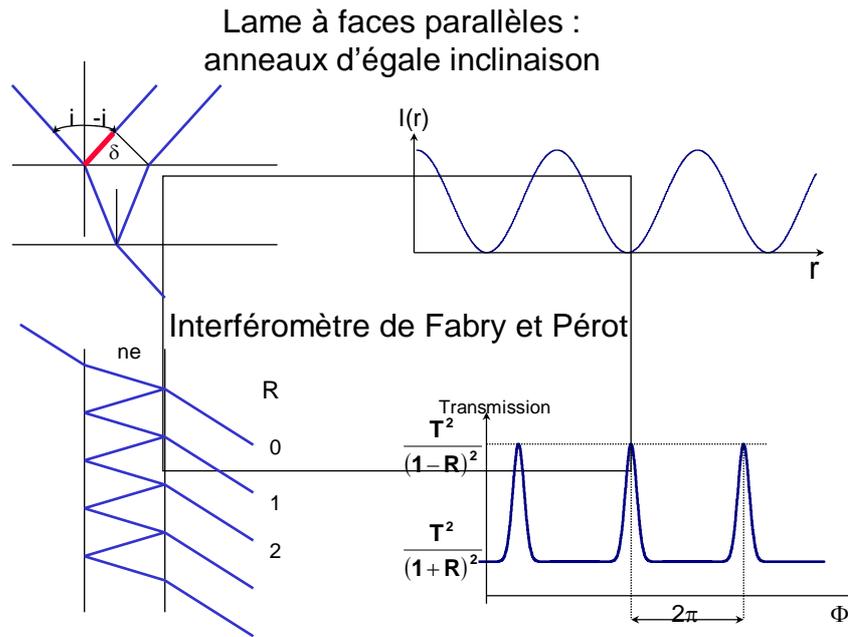
A cause de la réflexion air-verre qui affecte (1) et pas (2) il y a un déphasage de π (ou une différence de marche de $\lambda/2$) supplémentaire $\delta_{12} = 2ne \cos r + \lambda/2$ (1)

On peut remarquer :

a) que (1) et (2) ont des amplitudes sensiblement égales, et très supérieures à (3) (typiquement pour une amplitude incidente unité, $a_1 \approx 1/5$, $a_2 \approx 1/4,8$, $a_3 \approx 1/129\dots$). C'est bien un phénomène à 2 ondes dominantes d'allure sinusoïdale en fonction de δ : $I = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(2\pi\delta/\lambda)$.

b) Le fait que les amplitudes soient égales nous donne un bon contraste $\left(\gamma = \frac{I_{\text{Max}} - I_{\text{Min}}}{I_{\text{Max}} + I_{\text{Min}}} = \frac{2a_1a_2}{a_1^2 + a_2^2} \right)$. Ce qui ne serait pas le cas en transmission où les deux rayons les plus importants ont un rapport d'amplitude $\approx 1/25$.

c) Pour une incidence donnée, δ est fixée, et si on fait varier l'incidence δ l'intensité réfléchie va varier. Si on utilise une source étendue qui attaque la lame avec une distribution d'angles d'incidence on aura des anneaux à l'infini, c'est à dire une succession de zones claires ou sombres dans des directions correspondant à la relation (1) avec $\delta = k\lambda$ ou $\delta = (2k+1)\lambda/2$.



2^{ème}) Interférences à ondes multiples : l'interféromètre de FABRY et PEROT

Remarque initiale

Notons avant tout que l'interféromètre de Fabry et Pérot (F.P.) ne sera pas le seul cas où une multitude d'ondes élémentaires va contribuer à créer une amplitude « géante » lorsque toutes les phases seront accordées et presque rien dans le cas contraire (ceci est simplement dû au fait que si on a N sources ayant chacune une amplitude « a » l'énergie recueillie sera « $N^2 a^2$ » si elles sont en phase et « $N a^2$ » s'il n'y a pas de relation de phase particulière, incohérence par exemple.

Cet effet de « résonance » très marqué se retrouvera dans ce cours pour les réseaux de diffraction, la génération du second harmonique en optique non linéaire ou la création d'impulsion ultrabrèves dans les lasers à modes synchronisés... mais également dans de nombreux autres domaines (radar, astronomie, acoustique...).

Reprenons à présent une lame d'indice n , (comme au 1^{er}) dont les faces ont subi un traitement qui augmente leur pouvoir réflecteur et suivons les amplitudes des différents « rayons » (en fait il s'agit d'ondes planes monochromatiques dont le recouvrement spatial est très supérieur aux décalages entre rayons qui apparaissent sur la figure).

Notons $r = \rho \exp(-j\varphi_r)$ et $t = \tau \exp(-j\varphi_t)$ les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des deux faces de la lame (ces coefficients sont, on le verra plus tard, en général complexes à la différence de ce qui se passe sur une simple lame de verre ou d'un autre matériau diélectrique transparent). $R = |r|^2 = \rho^2$ $T = |t|^2 = \tau^2$.

Soient les rayons $R_0 R_1 R_2 \dots R_p \dots$ avec les amplitudes $\tau^2 \tau^2 \rho^2 \tau^2 \rho^4 \dots \tau^2 \rho^{2p} \dots$ et les phases $0 \quad \Phi + 2\varphi_r \quad 2\Phi + 4\varphi_r \dots p\Phi + 2p\varphi_r \dots$ avec $\Phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} 2ne \cos r$ (déphasage « géométrique »).

L'amplitude transmise A est :

$$\begin{aligned}
 A &= \tau^2 + \tau^2 \rho^2 e^{-j(\Phi+2\varphi_r)} + \tau^2 \rho^4 e^{-j2(\Phi+2\varphi_r)} \\
 &\quad \dots + \tau^2 \rho^{2p} e^{-jp(\Phi+2\varphi_r)} + \dots \\
 &= \frac{\tau^2}{1 - \rho^2 e^{-j\Phi'}} \quad \Phi' = \Phi + 2\varphi_r
 \end{aligned}$$

L'intensité transmise I vaut alors :

$$\begin{aligned}
 I &= A.A^* = \frac{\tau^4}{1 + \rho^4 - 2\rho^2 \cos \Phi'} = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos \Phi'} \\
 &= \frac{T^2}{(1-R)^2 + 2R(1 - \cos \Phi')} = \frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \Phi'/2} \\
 I_{\max} &= \frac{T^2}{(1-R)^2} \\
 M &= \frac{4R}{1-R^2} \\
 \Rightarrow I &= \frac{I_{\max}}{1 + M \sin^2 \Phi'/2}
 \end{aligned}$$

On peut calculer le contraste γ de ce système :

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\frac{1}{(1-R)^2} - \frac{1}{(1+R)^2}}{\frac{1}{(1-R)^2} + \frac{1}{(1+R)^2}} = \frac{2R}{1+R^2}$$

et définir un coefficient de qualité du système à ondes multiples :

la Finesse des franges : $F = \frac{\text{interfrange } i}{\text{Largueur à mi hauteur}} = \frac{2\pi}{2 * \Phi'_{1/2}} = \frac{\pi}{2 * \sqrt{\frac{1}{M}}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$.

On voit que pour des valeurs typiques (cf. TP) de R (0,9 à 0,99) $\gamma \sim 1$ et $F \approx 30$ à 300.

Remarques importantes.

a) La courbe de transmission a été faite en utilisant pour variable $\Phi' = \Phi + 2\varphi_r = \frac{2\pi}{\lambda} 2ne \cos r + 2\varphi_r$ ($\varphi_r = ct^e$ qui dépend de l'instrument) prêtez attention à la variable qui nous intéresse (e si on cherche à suivre la variation d'épaisseur, e et λ si on cherche à faire de la spectroscopie, r si λ et e sont fixés et que l'on veut voir les anneaux à l'infini, ...).

b) Remarquez la valeur de l'intensité maximale transmise $T^2/(1-R)^2=1$, lorsque les traitements réfléchissants (voir c) ne sont pas absorbants ($A=0$). La conservation de l'énergie $R+T+A=1$ devient en effet $T=1-R=1$.

Cela peut paraître curieux alors que le coefficient R puisse être voisin de 1 (0,99 par exemple) que toute l'énergie soit transmise et donc que plus rien ne soit réfléchi. Ceci est lié au fait que toutes les ondes stockées dans la « cavité » vont interférer négativement avec la première réflexion.

Estimons l'énergie stockée lorsque l'on est réglé au maximum de transmission : dans la cavité pour une intensité incidente '1' l'intensité réfléchiée par une surface du F.P. dans la cavité est $R(1+R)/(1-R)$ et que $(1-R)$ est transmise on a dans la cavité $1+R/(1-R)$ fois plus d'énergie soit ~ 200 pour $R=0,99$. C'est bien un comportement classique dans le cas d'une résonance, ici la finesse remplace le coefficient de surtension de l'oscillateur mécanique ou électrique que nous connaissons. (faites l'analogie avec le même pendule du type balançoire, en terme de bilan énergétique, déduisez intuitivement la façon dont se passe le régime transitoire si on met la lumière en entrée au temps $t=t_0$).

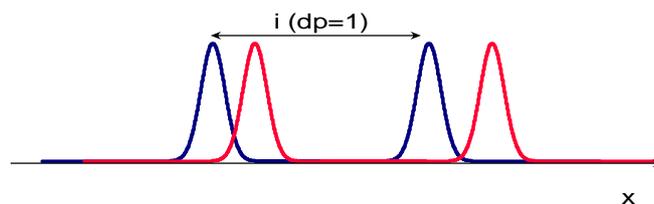
c) Un peu de technologie : savez-vous que pour obtenir un grand coefficient de réflexion sans absorption on ne peut utiliser un métal mais qu'il faut fabriquer un empilement de matériaux diélectriques alternativement haut et bas indice et d'épaisseur optique adaptée ($n \cos r = \lambda/4$) ?

Dans ce cas toutes les ondes réfléchies se retrouvent en phase (si on ajoute le déphasage qui se produit une fois sur deux lorsque la réflexion se fait entre un milieu moins réfringent et un milieu plus réfringent). Il s'agit donc encore d'un système d'interférences constructives à ondes multiples dont on connaît l'efficacité. On arrive à obtenir des valeurs de $1-R \approx 10^{-6}$ dans les meilleurs des cas et cela avec des niveaux d'absorption inférieurs, c'est très important pour les lasers de puissance et des instruments de grande précision.

Les matériaux diélectriques sont des oxydes SiO_2 (bas indice) TiO_2 , Ta_2O_5 (haut indice) ou des fluorures MgF_2 (bas indice).

3^{ème} Spectroscopie avec un interféromètre de Fabry-Pérot

Spectroscopie avec Fabry Pérot



a) Principe

Comment faire de la spectroscopie, c'est à dire distinguer deux (ou plus) longueurs d'onde λ voisines ou deux nombres d'onde σ voisins ($\sigma = 1/\lambda$) à l'aide d'un montage interférentiel.

En un point M du champ d'interférence correspondant à un maximum on a une différence de marche δ et l'ordre d'interférence vaut $p = \delta/\lambda = \delta\sigma$.

Donc $dp/p = d\sigma/\sigma$.

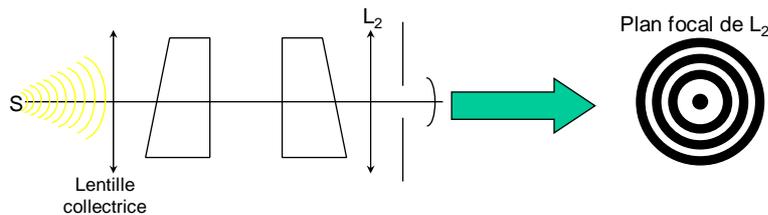
Or pour une variation (faible) de dp les franges se déplacent de $\boxed{dx=idp/l}$ (en effet entre deux franges voisines séparées par l'interfrange i la variation de l'ordre d'interférence est 1). Si $d\sigma$ est le plus petit intervalle spectral que l'on peut résoudre on en déduit le pouvoir de résolution :

$$R = \sigma / d\sigma = p / dp = pi / dx = pF$$

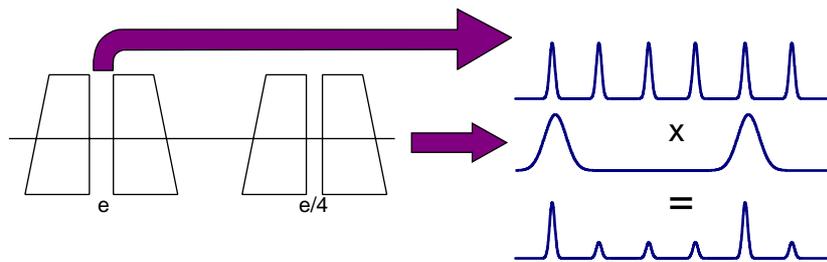
Application : F.P. épaisseur d'air 2,5 cm $F \approx 10^2$ $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ $R = 10^7$

Car on suppose (par définition) que deux franges d'égale intensité sont séparables lorsque $\Delta x = i/F$, Δx étant le déplacement associé à $\Delta\sigma$.

b) Montage



Fabry Péroto en cascade



On sélectionne un ensemble de points M (ici à l' ∞ donc un angle) qui correspondent à une différence de marche bien définie, en utilisant un diaphragme annulaire ou plus simplement circulaire.

Donc $r = ct^\circ$ (0 par exemple avec un diaphragme centré) : pour faire défiler le spectre, c'est à dire garder un maximum de transmission à différents λ ou σ , on peut faire varier n (en pompant l'air ou en mettant une surpression de gaz) ou e (avec des cales piezo-électriques car on doit assurer un déplacement de l'ordre de λ avec une précision $\lambda \sim /100$ ou mieux).

Remarque : Intervalle spectral libre.

Nous avons vu ($R = pF$) que le pouvoir de résolution pouvait augmenter sans limite apparente en augmentant l'épaisseur du F.P. (δ et donc p). Ceci n'est pas sans inconvénient car en un même point M du champ interfèrent des longueurs d'ondes λ telles que $\delta = k\lambda$ ou des nombres d'ondes tels que $\sigma = k/\delta = k\Delta\sigma_0$. $\boxed{\Delta\sigma_0 = 1/\delta}$ est appelé l'intervalle spectral libre. C'est le plus grand domaine spectral que l'on peut explorer sans risque de voir des ordres d'interférence différents se superposer (c'est-à-dire voir l'ordre k correspondant au nombre d'onde σ sur la même frange que l'ordre $k+1$ correspondant au nombre d'onde $\sigma + \Delta\sigma_0$). On voit donc que le nombre de « tranches » spectrales de largeur égale à celle imposée par la résolution vaut :

$$\Delta\sigma_0 / \Delta\sigma = (1/\delta) / (\sigma / pF) = F$$

*Quelle peut être la résolution ?

Si $F=50$ (classique).

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\sigma}{\Delta\sigma} = pF = 100 \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{500\text{nm}}{100} = 5\text{nm}$$

Remarque : il faut « bloquer » avec des filtres colorés par exemple les ordres inutiles.

*Quel parallélisme ? (idem F.P.).

* Dans quel sens évoluera la transmission si on incline la lame ?

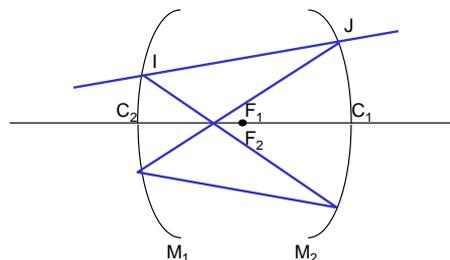
$$\frac{\delta}{\lambda} = ct^e \text{ car on observe un ordre donné}$$

si $\delta = 2ne \cos r$ si $r \uparrow \delta \downarrow$ et $\lambda \downarrow$ v, il y a déplacement vers le violet.

* Très utile pour une illumination à longueur d'onde fixe.

5^{ème} Fabry Pérot Sphérique

Perot-Fabry sphérique



On peut envisager l'emploi d'un instrument dans lequel la différence de marche est indépendante de l'incidence ; dans ces conditions, il n'y a plus de franges dans le plan focal de l'objectif de sortie, mais ce plan est uniformément éclairé, ce qui rend inutile tout diaphragme.

L'étalon de Fabry-Pérot sphérique, conçu et réalisé par P. Connes est un système afocal d'épaisseur e constitué de deux miroirs sphériques concaves, centrés chacun sur le sommet de l'autre. La moitié inférieure de chaque miroir est parfaitement réfléchissante, l'autre moitié semi-réfléchissante. En se plaçant dans l'approximation de Gauss, on constate qu'un rayon incident quelconque, tel que IJ, donne par réflexions successives suivant le trajet IJKLIJ une série de rayons transmis tous confondus, et non simplement parallèles comme dans le cas de l'étalon de Fabry-Pérot plan. Dans ces conditions, la différence de marche entre deux rayons successifs, égale à $4e$, est indépendante de l'inclinaison du rayon IJ. Il n'y a donc pas de franges à l'infini et l'on peut éclairer l'appareil avec un faisceau d'ouverture théoriquement illimitée.

C_1 et C_2 sont aussi les plans anti principaux . I étant son propre conjugué, le chemin optique est constant quel que soit l'inclinaison des rayons (appr. Gauss).

IV DEGRE DE COHERENCE PARTIELLE (spatiale ou temporelle). (ne sera pas traité en 2004)

Considérons l'expérience des trous d'Young.

On sait que si l'on élargit la source, les franges vont avoir leur contraste diminuer, puis elles seront brouillées, réapparaîtront avec un contraste plus faible... puis disparaissent. Il s'agit d'une perte de cohérence spatiale.

On dira que T_1 et T_2 qui émettaient des vibrations cohérentes émettent des vibrations incohérentes.

De même avec un interféromètre de Michelson, même avec une source ponctuelle, si on éloigne un miroir les trains d'ondes sont tels qu'il n'y aura qu'une cohérence partielle puis incohérence (cohérence temporelle).

On va se donner un critère de qualité de la cohérence du montage.

Reprenons le cas des trous d'Young.

$$A(t) = a_1(t)e^{i\varphi/2} + a_2(t)e^{-i\varphi/2}$$

L'énergie $\overline{AA^*} = \overline{a_1a_1^*} + \overline{a_2a_2^*} + 2\overline{a_1a_2^*e^{i\varphi}}$ — signifie moyenne sur le temps de mesure $e^{i\varphi}$ indice de temps.

Posons $\overline{a_1a_2^*} = \rho e^{i\theta}$

$$\overline{AA^*} = \overline{a_1a_1^*} + \overline{a_2a_2^*} + 2\rho \cos(\varphi + \theta).$$

L'éclairement des franges variera $E_m = \overline{a_1a_2^*} + \overline{a_2a_1^*} \pm 2\left|\overline{a_1a_2^*}\right|$.

Nous allons voir que comme le contraste dépend aussi du rapport $|a_1|/|a_2|$ il faut donc trouver une définition du degré de cohérence partielle qui ne soit pas liée à l'inégalité des amplitudes des deux ondes.

Si T_1 et T_2 sont incohérentes, pour a_1 donné a_2^* et $-a_2^*$ sont équiprobables $\rightarrow \overline{a_1a_2^*} = 0$ (les franges ne seraient visibles que si on pouvait les observer pendant un temps très court $\sim \tau$, ici on suppose que le temps de mesure est $\gg \tau$).

Si T_1 et T_2 sont cohérentes $a_2 = pa_1 \Rightarrow \overline{a_1a_2^*} = \overline{pa_1a_1^*} = pE_1 = \frac{1}{p}E_2 = \sqrt{E_1E_2}$

(p réels : sources synchrones)

E_1 éclairement produit par les trous $E = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1E_2} \cos \varphi$.

Le contraste est $\frac{E_M - E_m}{E_M + E_m} = \frac{2\sqrt{E_1E_2}}{E_1 + E_2}$ dépend du rapport d'intensité des deux sources.

Si T_1 et T_2 sont partiellement cohérentes, on définit le degré de cohérence par

$$\gamma = \frac{\overline{a_1 a_2^*}}{\sqrt{E_1 E_2}} = \frac{\overline{a_1 a_2^*}}{\sqrt{a_1 a_1^*} \sqrt{a_2 a_2^*}}$$

de module < 1 d'après l'inégalité de Schwartz.

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} R_e(\gamma e^{i\varphi}) \\ &= E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} |\gamma| \cos(\varphi + \theta). \end{aligned}$$

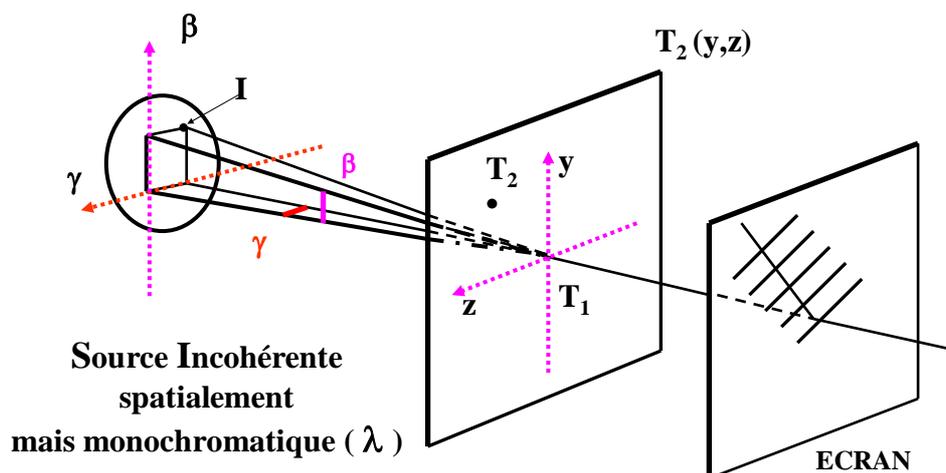
\Rightarrow - Le contraste est maximal pour $|\gamma| = 1$

- La position des franges dépend de l'argument θ du facteur γ .

γ : Degré de cohérence entre les deux sources d'amplitude $a_1(t)$ et $a_2(t)$.

IV DEGRE DE COHERENCE (SPATIALE) PARTIELLE (*ne sera pas traité en 2004*)

Pour deux points éclairés par une source large



Question :

Si nous voulions faire des interférences avec les trous T₁ et T₂ comme sources, quel serait le contraste en fonction de la taille de la source ?

Considérons un « atome » dans la direction β, γ. La vibration émise en T₁ est a(t), en T₂

$$a(t) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} (\beta y + \gamma z)\right] \text{ où } \beta \text{ et } \gamma \text{ sont les cosinus directeurs de la direction } T_1 I$$

$$\delta = T_1 H(\perp \text{ de } T_2 \text{ sur } OI) = (\beta y + \gamma z)$$

Les amplitudes en T₁ et T₂ peuvent s'exprimer comme la somme des contributions des différents atomes de la source :

$$a_1 = \sum_i a_i(t) \quad a_2 = \sum_j a_j(t) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} (\beta_j y + \gamma_j z)\right]$$

$$\overline{a_1 a_2^*} = \overline{\sum_i a_i(t) \sum_j a_j^*(t) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\beta_j y + \gamma_j z)\right]}$$

On écarte les termes provenant de deux atomes différents qui sont nuls

$$\overline{a_1 a_2^*} = \sum_i \overline{a_i a_i^*} \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\beta_i y + \gamma_i z)\right] + \sum_i \sum_j \overline{a_i a_j^*} \dots \text{ (ce dernier terme=0)}$$

Comme on a un très grand nombre d'atomes, on peut remplacer la somme par une intégrale.

Si l'on appelle $L(\beta\gamma)$ la luminance de la source c'est à dire l'énergie par unité de surface d'angle solide et de temps :

$$\overline{a_1 a_2^*} = \iint_{\text{source}} L(\beta\gamma) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\beta y + \gamma z)\right] d\beta d\gamma.$$

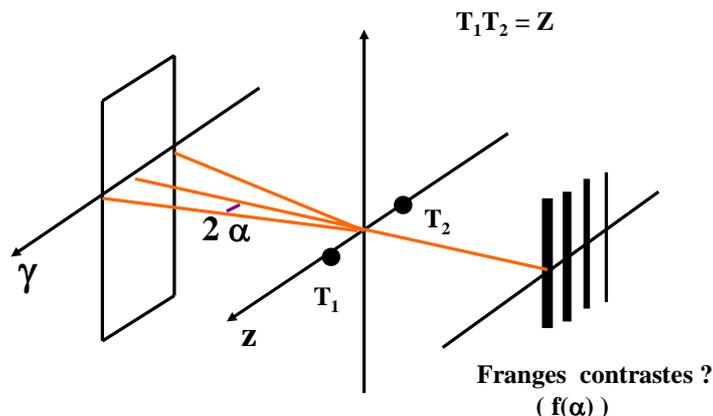
Or $\overline{a_1 a_1^*} = \overline{a_2 a_2^*} = \iint_s L(\beta\gamma) d\beta d\gamma.$

Le degré de cohérence partielle entre T_1 (à l'origine) et T_2 (x,y) s'écrit :

Théorème de Van Citter Zernike : $\gamma(y,z) = \frac{\iint_s L(\beta\gamma) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\beta y + \gamma z)\right] d\beta d\gamma}{\iint L(\beta\gamma) d\beta d\gamma}$

⇒ Le degré de cohérence partielle entre deux points d'un plan éclairé par une source s'exprime à l'aide de la transformée de Fourier de la répartition de la luminance.

Application : Trous ou Fentes d'Young



- Problème à une dimension – Source vue sous un angle 2α .

- $L=ct^\circ$ indépendante de la direction d'observation

$$\gamma = \int_{-\alpha}^{+\alpha} \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\beta y)\right] d\beta \bigg/ \int_{-\alpha}^{+\alpha} d\beta$$

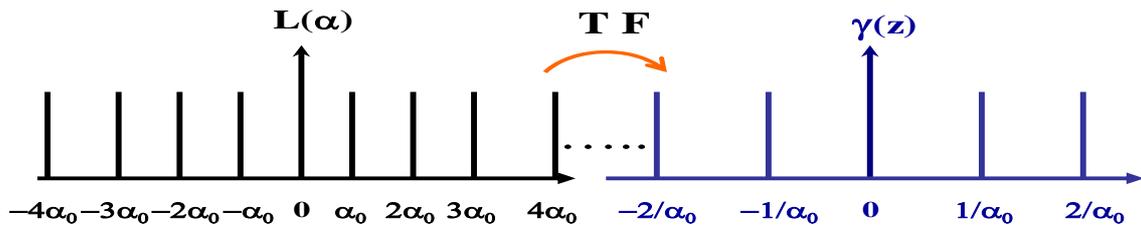
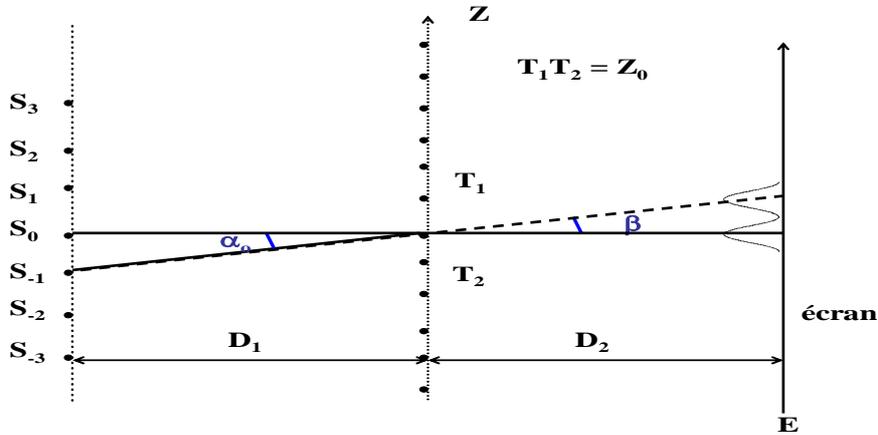
$$= \frac{\exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha y)\right] - \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha y)\right]}{i \frac{2\pi}{\lambda} y * 2\alpha}$$

$$\gamma = \frac{\sin(2\pi\alpha y / \lambda)}{2\pi\alpha y / \lambda}$$

Si on écarte les lèvres de la fente γ s'annule pour $\frac{2\pi\alpha y}{\lambda} = \pi \quad \alpha = \frac{\lambda}{2y}$.

Puis les franges réapparaissent avec un contraste faible et inversé...

Remarque : Eclairage périodique possible en choisissant convenablement la période de la source



$$L(\alpha) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(\alpha - n \alpha_0)$$

$$\gamma(z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{n}{\alpha_0}\right)$$

$$\left(\sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(\alpha - n p) \rightarrow \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(u - \frac{n}{p}\right) \right)$$

$$\gamma = 0 \text{ en général, sauf si : } \frac{z_0}{\lambda} = \frac{n}{\alpha_0}, \quad \alpha_0 = n \frac{\lambda}{z_0}$$

$$\text{or } i = \frac{\lambda D_z}{z_0}, \quad \beta = \frac{\lambda}{z_0}$$

Le contraste = 1, si α_0 est un multiple de l'interfrange angulaire